

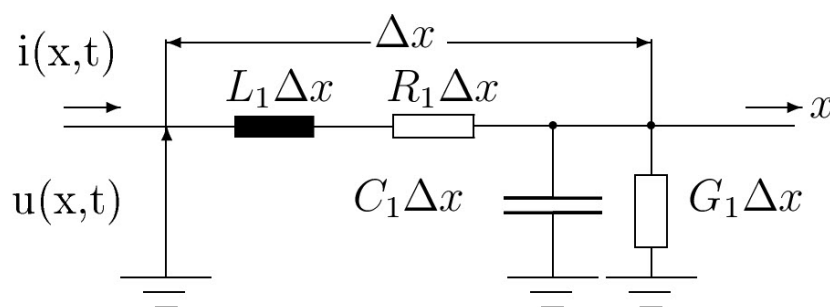
Poglavlje 3

Mreže sa raspoređenim parametrima

Pri proučavanju brzih elektromagnetnih prelaznih procesa nadzemni vodovi se predstavljaju kao elementi sa raspodeljenim parametrima. Kod analize prenapona nastalih na vodovima usled atmosferskih pražnjenja dovoljno je posmatrati monofazni vod iznad ravne homogene površine zemlje. Na ovaj način analiza postaje znatno jednostavnija, a tačnost analize u tehnički dozvoljenim granicama.

3.1 Jednačine telegrafičara

Na slici 3.1 prikazana je elementarna deonica monofaznog voda dužine Δx iznad ravne idealno provodne zemlje.



Slika 3.1: Monofazni idealan vod iznad ravne idealno provodne zemlje

Oznake na slici 3.1 imaju sledeće značenje:

Δx —Dužina elementarne deonice nadzemnog voda,

L_1 –Induktivnost po jedinici dužine voda,

R_1 –Podužna otpornost voda usled omskih gubitaka,

C_1 –Podužna kapacitivnost voda prema zemlji,

G_1 –Podužna odvodnost voda usled nesavršene izolacije,

$u(x, t)$ –Trenutna vrednost napona u trenutku t na posmatranom mestu x ,

$i(x, t)$ –Trenutna vrednost struje u trenutku t na posmatranom mestu x .

Pretpostavljeno je da su svi podužni elementi voda konstantni. U realnosti induktivnost i otpornost voda zavise od učestanosti struje koja protiče kroz vod zbog uticaja površinskog efekta na provodniku i na povratnom putu kroz zemlju. Podužna kapacitivnost voda povećava se sa naponom usled korone, a podužna odvodnost voda se može menjati u vrlo širokim granicama u zavisnosti od atmosferskih uslova, zaprljanosti izolacije i visine napona usled uticaja korone.

Na osnovu slike 3.1 može se napisati diferencijalna jednačina za podužni pad napona na elementarnoj deonici voda:

$$-\Delta u(x, t) = L_1 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \Delta x + R_1 i(x, t) \Delta x \quad (3.1)$$

Priraštaj struje na elementarnoj deonici dužine Δx voda je:

$$-\Delta i(x, t) = C_1 \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Delta x + G_1 u(x, t) \Delta x \quad (3.2)$$

Ukoliko se izrazi 3.1 i 3.2 podele sa Δx i odredi granična vrednost izraza kada $\Delta x \rightarrow 0$, dobija se:

$$-\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = L_1 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + R_1 i(x, t) \quad (3.3)$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = C_1 \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + G_1 u(x, t) \quad (3.4)$$

Ako se na izraze 3.3 i 3.4 primeni Laplasova transformacija, dobija se sledeći sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina u operatorskom domenu za slučaj nultih početnih uslova:

$$-\frac{\partial U(x, p)}{\partial x} = (L_1 p + R_1) I(x, p) \quad (3.5)$$

$$-\frac{\partial I(x, p)}{\partial x} = (C_1 p + G_1)U(x, p) \quad (3.6)$$

gde su:

p -Laplasov operator,

$U(x, p)$ -Laplasova transformacija napona $u(x, t)$ na mestu x u trenutku t ,

$I(x, p)$ -Laplasova transformacija struje $i(x, t)$ na mestu x u trenutku t .

Ponovnim diferenciranjem izraza 3.5 po x i zamenom u 3.6 dobija se jedna parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda po $U(x, p)$. Na sličan način, diferenciranjem jednačine 3.6 po x i zamenom u 3.5, dobija se jedna parcijalna diferencijalna jednačina po $I(x, p)$:

$$\frac{\partial^2 U(x, p)}{\partial x^2} = (L_1 p + R_1)(C_1 p + G_1)U(x, p) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial^2 I(x, p)}{\partial x^2} = (L_1 p + R_1)(C_1 p + G_1)I(x, p) \quad (3.8)$$

Gornje linearne parcijalne diferencijalne jednačine drugog reda poznate su kao **parcijalne diferencijalne jednačine telegrafičara**. One se mogu napisati u opštoj formi u sledećem obliku:

$$\frac{\partial^2 Y(x, p)}{\partial x^2} = \gamma^2(p)Y(x, p) \quad (3.9)$$

U izrazu 3.9 oznake imaju sledeće značenje:

$Y(x, p)$ – električna veličina (napon ili struja) u Laplasovom domenu na mestu x ,

$\gamma(p) = \sqrt{(L_1 p + R_1)(C_1 p + G_1)}$ – koeficijent prostiranja talasa.

Rešenje parcijalnih diferencijalnih jednačina telegrafičara za napone u Laplasovom domenu predstavlja zbir dve eksponencijalne funkcije, odnosno:

$$U(x, p) = F_1(p)e^{\gamma(p)x} + F_2(p)e^{-\gamma(p)x} \quad (3.10)$$

Rešenje jednačina telegrafičara za struju u Laplasovom domenu može se dobiti zamenom relacije 3.10 u 3.5:

$$-\gamma(p) [F_1(p)e^{\gamma(p)x} - F_2(p)e^{-\gamma(p)x}] = (L_1 p + R_1)I(x, p) \quad (3.11)$$

Pošto je:

$$\frac{L_1 p + R_1}{\gamma(p)} = \sqrt{\frac{L_1 p + R_1}{C_1 p + G_1}} = Z_c \quad (3.12)$$

rešenje za struju se može napisati u sledećem obliku:

$$I(x, p) = \frac{-F_1(p)e^{\gamma(p)x} + F_2(p)e^{-\gamma(p)x}}{Z_c} \quad (3.13)$$

Oznake u izrazima 3.10 i 3.13 imaju sledeće značenje:

$F_1(p)$ i $F_2(p)$ su koeficijenti koji zavise od graničnih uslova za početak i kraj voda,

Z_c -karakteristična ili talasna impedansa voda:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1 p + R_1}{C_1 p + G_1}} \quad (3.14)$$

Rešenja jednačina 3.10 i 3.13 u vremenskom domenu mogu se jednostavno izraziti u analitičkom obliku samo za dva slučaja. To su:

1. Slučaj **idealnog voda** (vod bez gubitaka), kod koga je ispunjen uslov da je $R_1 = 0$ i $G_1 = 0$,
2. Slučaj voda za koji je ispunjen sledeći uslov:

$$\frac{R_1}{L_1} = \frac{G_1}{C_1} \quad (3.15)$$

Uslov dat izrazom 3.15 naziva se **Hevisajdovim uslovom**. U svim ostalim slučajevima dobijanje vremenske promene napona i struja zahteva komplikovan analitički aparat.

3.1.1 Rešenje jednačina telegrafičara za idealan vod

U slučaju idealnog voda, kod koga su zanemareni svi podužni i otočni gubici, koeficijent prostiranja ima sledeći oblik:

$$\gamma(p) = p\sqrt{L_1 C_1} \quad (3.16)$$

ili

$$\gamma(p) = \frac{p}{v} \quad (3.17)$$

gde je:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

v –brzina prostiranja elektromagnetskih talasa u vazduhu, koja je kod nadzemnih vodova vrlo bliska brzini svetlosti u vakuumu, odnosno:

$$v = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \quad (3.18)$$

Kod kablova je brzina prostiranja manja zbog veće dielektričke konstante materijala i obično se usvaja da ima vrednost oko polovine brzine svetlosti.

Kod idealnih višefaznih vodova se kapaciteti i induktiviteti određuju na osnovu matrice geometrijskih parametara vodova $[G]$:

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & G_{22} & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & G_{33} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

gde su:

$$G_{ii} = \ln \frac{2h}{R} \quad (3.20)$$

$$G_{ij} = \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (3.21)$$

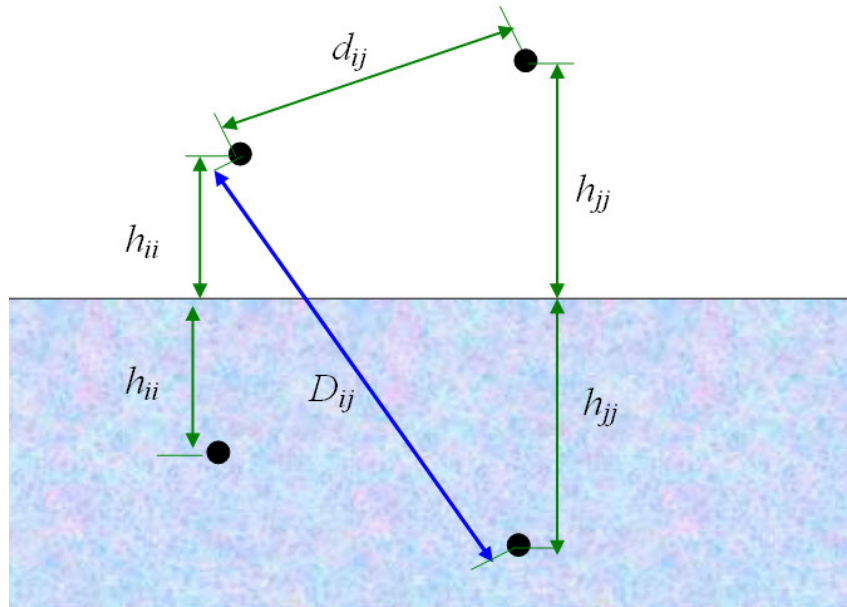
h – visina vešanja provodnika iznad zemlje (m),

R – poluprečnik provodnika (m),

d_{ij} – rastojanje faza i i j u vazduhu iznad ravne površine zemlje (m),

D_{ij} – rastojanje faze i u vazduhu i lika faze j u odnosu na površinu zemlje kao ravan ogledanja (m).

Parametri trofaznog sistema izračunavaju se na bazi poluprečnika provodnika ili ekvivalentnog prečnika provodnika kod provodnika u snopu, visina faznih provodnika i rastojaanja između faza. Po metodi ogledanja uvode se fiktivni provodnici unutar zemlje čiji je položaj određen kao liku u ogledalu u odnosu na površinu zemlje u odnosu na stvarni položaj provodnika.



Slika 3.2: Visine faznih provodnika i rastojaanja između faza i likova provodnika po metodi ogledanja

Podužna kapacitivnost horizontalnog faznog provodnika iznad ravne provodne površine zemlje može se izraziti preko dielektričke konstante i geometrijskih parametara:

$$C_{ii} = \frac{2\pi\varepsilon}{G_{ii}} \quad \left(\frac{F}{m}\right) \quad (3.22)$$

gde je i redni broj faznog provodnika.

U slučaju kada se razmatraju višefazni vodovi, određuje se međufazna kapacitivnost između provodnika različitih faza pomoću izraza:

$$C_{ij} = \frac{2\pi\varepsilon}{G_{ij}} \quad \left(\frac{F}{m}\right) \quad (3.23)$$

U izrazima 3.22 i 3.23 oznake imaju sledeće značenje:

ε —dielektrička konstanta vazduha koja je praktično jednaka dielektričkoj konstanti vakuuma. Brojna vrednost dielektričke konstante vakuuma je:

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \quad \left(\frac{F}{m}\right) \quad (3.24)$$

Podužna induktivnost horizontalnog provodnika iznad idealno provodne zemlje je:

$$L_1 = 2\pi \cdot \mu_0 \cdot G_{ii} \quad \left(\frac{H}{m}\right) \quad (3.25)$$

gde je:

μ_0 –magnetski permeabilitet vazduha, koji je praktično jednak permeabilitetu vakuuma, čija je vrednost:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad \left(\frac{H}{m}\right)$$

Međufazna induktivnost u slučaju višefaznog sistema iznad idealno provodne zemlje je:

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} G_{ij} \quad \left(\frac{H}{m}\right) \quad (3.26)$$

Na ovom mestu će biti proučavano samo prostiranje po monofaznom vodu sa jednom fazom iznad idealno provodne zemlje i povratnim putem kroz zemlju. U tom slučaju podužna induktivnost ima vrednosr L_1 , a kapacitivnost C_1 .

Nakon smenjivanja podužne fazne induktivnosti L_1 i kapacitivnosti C_1 u izraz za brzinu prostiranja, dobija se njena brojna vrednost:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \left(\frac{m}{s}\right)$$

U slučaju idealnog voda rešenja jednačina telegrafičara u Laplasovom domenu imaju sledeći oblik:

$$U(x, p) = F_1(p, x)e^{px/v} + F_2(p, x)e^{-px/v} \quad (3.27)$$

$$I(x, p) = \frac{-F_1(p, x)e^{px/v} + F_2(p, x)e^{-px/v}}{Z_c} \quad (3.28)$$

gde je:

Z_c –karakteristična impedansa idealnog voda, koja ne zavisi od operatora p i ima prirodu omskog otpora.

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \quad (3.29)$$

Kod idealnog nadzemnog voda se karakteristična impedansa može približno izračunati na osnovu sledećeg izraza:

$$Z_c = 60 \ln \frac{2h}{R} \quad (\Omega)$$

Vrednost karakteristične impedanse kreće se od 310Ω do 500Ω za nadzemne vodove i od 10Ω do 80Ω za kablove, u zavisnosti od primenjenog dielektrika.

Inverzijom Laplasove transformacije izraza 3.27 i 3.28 dobija se vremenska promena napona i struja u zavisnosti od mesta posmatranja x na vodu kao:

$$u(x, t) = f_1\left(t + \frac{x}{v}\right)h\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)h\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (3.30)$$

$$i(x, t) = \frac{-f_1\left(t + \frac{x}{v}\right)h\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)h\left(t - \frac{x}{v}\right)}{Z_c} \quad (3.31)$$

U gornjim izrazima oznake imaju sledeće značenje:

$h(t)$ – Jedinična Hevisajdova (odskočna) funkcija definisana kao:

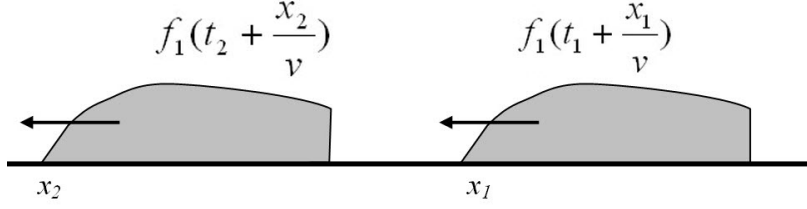
$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{za } t \geq 0 \\ 0 & \text{za } t < 0 \end{cases}$$

$f_1(t)$, $f_2(t)$ –inverzne Laplasove transformacije funkcija $F_1(p)$ i $F_2(p)$.

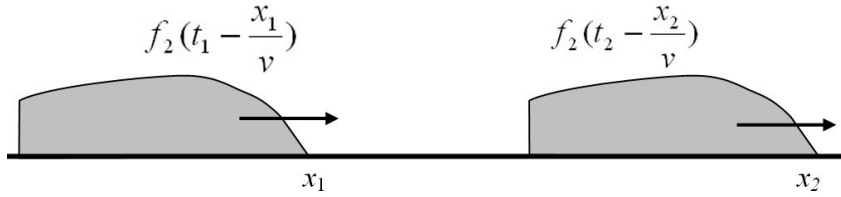
Izrazi 3.30 i 3.31 predstavljaju zbirove dva talasa koji se prostiru po vodu u suprotnim smerovima. Ako se posmatra samo prvi član izraza $f_1\left(t + \frac{x}{v}\right)$, tada se može uočiti da on ima konstantnu vrednost za konstantan argument $t + \frac{x}{v}$. Da bi argument bio konstantan, sa porastom vremena t potrebno je da koordinata x opada brzinom v . To znači da prvi član ima konstantnu vrednost ako se talas prostorno pomera brzinom v u pravcu koji odgovara opadanju x koordinate. Ovaj talas nazivamo **inverznim talasom** jer se prostire u pravcu suprotnom od pozitivne orijentacije x ose.

Posmatrajući izraze 3.30 i 3.31 može se uočiti da su vremenski oblici naponskih i strujnih talasa isti, tako da se strujni talas dobija jednostavnim deljenjem naponskog talasa karakterističnom impedansom. Na slici 3.3 ilustrovano je prostiranje inverznog talasa duž voda.

Na sličan način funkcija $f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)$ predstavlja talas koji se prostire u pravcu koji odgovara porastu x koordinate. Funkcija $f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)$ ne menja vrednost za konstantnu vrednost argumenta $t - \frac{x}{v}$. To znači da sa porastom vremena t mora i koordinata x



Slika 3.3: Prostiranje inverznog talasa duž voda



Slika 3.4: Prostiranje direktnog talasa duž voda

da raste brzinom v . Ovaj talas nazivamo **direktnim talasom** jer se prostire u pravcu koji se poklapa sa pozitivnom orijentacijom x -ose. Na slici 3.4 ilustrovano je prostiranje direktnog talasa duž voda.

Važno je uočiti da u slučaju idealnog voda talasi pri prostiranju ne menjaju ni amplitudu ni oblik.

3.1.2 Rešenje jednačina telegrafičara za vod na kome je ispunjen Hevisajdov uslov

U slučaju voda kod koga je ispunjen Hevisajdov uslov dat izrazom 3.15, koeficijent prostiranja može da se napiše u sledećem obliku:

$$\gamma(p) = \sqrt{L_1 C_1} \left(p + \frac{R_1}{L_1} \right) = \frac{p}{v} + \delta \quad (3.32)$$

gde je δ koeficijentat prigušenja:

$$\delta = \frac{R_1}{Z_c} \quad (3.33)$$

U ovom slučaju putujući naponski i strujni talasi mogu se u Laplasovom domenu prikazati sledećim izrazom:

$$U(x, p) = F_1(p) e^{\frac{p}{v} x} e^{\delta x} + F_2(p) e^{-\frac{p}{v} x} e^{-\delta x} \quad (3.34)$$

$$I(x, p) = \frac{-F_1(p)e^{\frac{p}{v}x}e^{\delta x} + F_2(p)e^{-\frac{p}{v}x}e^{-\delta x}}{Z_c} \quad (3.35)$$

Karakteristična impedansa voda za koji je ispunjen Hevisajdov uslov ima identičan oblik kao u slučaju idealnog voda, kao u izrazu 3.29.

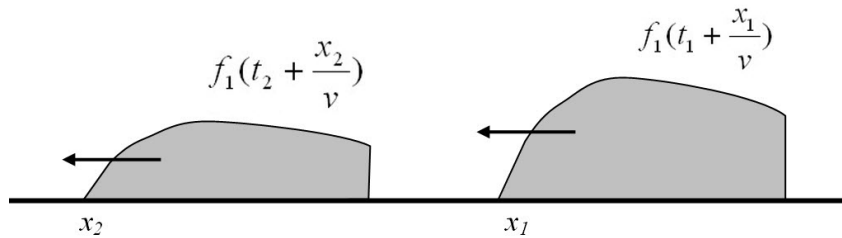
Inverzijom Laplasove transformacije izraza 3.34 i 3.35 dobija se sledeća vremenska promena napona na vodu u zavisnosti od prostorne koordinate x :

$$u(x, t) = f_1\left(t + \frac{x}{v}\right)e^{\delta x}h\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)e^{-\delta x}h\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (3.36)$$

$$i(x, t) = \frac{-f_1\left(t + \frac{x}{v}\right)e^{\delta x}h\left(t + \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t - \frac{x}{v}\right)e^{-\delta x}h\left(t - \frac{x}{v}\right)}{Z_c} \quad (3.37)$$

U slučaju voda kod koga je ispunjen Hevisajdov uslov, rešenje jednačina telegrafičara predstavlja zbir dva talasa koja se prostiru po vodu u različitim smerovima. Svaki od tih talasa se pri prostiranju smanjuje po amplitudi, ali ne menja oblik. Inverzni talas se smanjuje jer se prostire u pravcu smanjenja koordinate x , pa i eksponencijalni član $e^{\delta x}$ zbog toga opada. Direktni talas se prostire u pravcu povećanja koordinate x , pa zbog toga eksponencijalni član $e^{-\delta x}$ opada. Promena amplitude uz zadržavanje konstantnog oblika talasa naziva se **prigušivanjem** talasa pri prostiranju.

Putujući talasi na vodu na kome je ispunjen Hevisajdov uslov prikazani su na slikama 3.5 i 3.6. U slučaju voda kod koga je ispunjen Hevisajdov uslov naponski i strujni talasi imaju identične vremenske oblike.

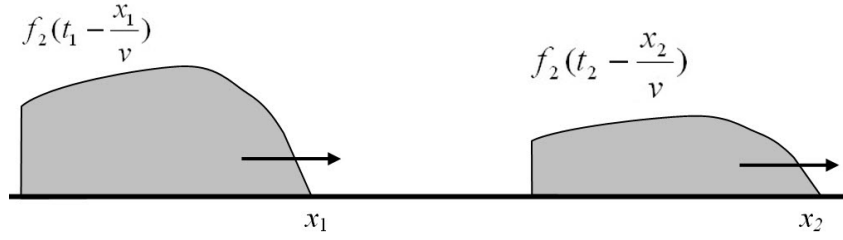


Slika 3.5: Inverzni putujući talas na vodu sa zadovoljenim Hevisajdovim uslovom

3.1.3 Rešenje jednačina telegrafičara za realan vod

Kod realnih vodova je ispunjen uslov:

$$R_1 > 0 \quad (3.38)$$



Slika 3.6: Direktni putujući talas na vodu sa zadovoljenim Hevisajdovim uslovom

$$G_1 > 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{R_1}{L_1} \neq \frac{G_1}{C_1} \quad (3.40)$$

Podužna odvodnost je promenljiva veličina koja zavisi od atmosferskih uslova i stanja površine izolatora, pa se može dogoditi da ova veličina menja vrednost u relativno širokim granicama. Kod voda sa gubicima kod koga nije ispunjen Hevisajdov uslov, karakteristična impedansa zavisi od Laplasovog operatora p , što znači da su napon i struja različitih talasnih oblika. Koeficijent prostiranja realnog voda ima sledeći oblik:

$$\gamma(p) = \sqrt{(L_1 p + R_1)(C_1 p + G_1)} \quad (3.41)$$

što dovodi do promene vremenskog oblika talasa pri prostiranju. Pojava promene vremenskog oblika pri prostiranju naziva se **izobličenjem** talasa.

U Laplasovom domenu rešenja jednačina telegrafičara u slučaju realnog voda prema [3] imaju oblik dat izrazom 3.10, pri čemu se koeficijent prostiranja može prikazati u sledećem obliku:

$$\gamma(p) = \frac{1}{v} \sqrt{(p + \delta' + \beta)(p + \delta' - \beta)} \quad (3.42)$$

gde su:

$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ – brzina prostiranja,

$\delta' = \frac{1}{2}(\frac{R_1}{L_1} + \frac{G_1}{C_1})$ – modifikovani koeficijent prigušenja talasa,

$\beta = \frac{1}{2}(\frac{R_1}{L_1} - \frac{G_1}{C_1})$ – koeficijent izobličenja talasa.

U slučaju kada je Hevisajdov uslov ispunjen koeficijent izobličenja talasa postaje jednak nuli.

Posle prelaska u vremenski domen, nakon inverzije Laplasove transformacije, može se uočiti da talas ne samo da menja svoju amplitudu pri prostiranju, već mu se menja i oblik.

Na promenu oblika talasa pri prostiranju deluje više faktora. To su:

1. Kod realnih vodova izobličenje talasa usled prostiranja zbog postojanja koeficijenta izobličenja.
2. Kod vodova iznad zemlje konačne provodnosti pojavljuje se površinski efekat na povratnom putu kroz zemlju koji dovodi do izobličenja talasa. Ovaj tip izobličenja naziva se frekvencijskom zavisnošću povratnog puta kroz zemlju. Takođe se u mnogo manjoj meri pojavljuje površinski efekat na samim provodnicima voda.
3. Pri prostiranju visokonaponskih talasa dolazi do pojave impulsne korone, koja dovodi do izobličenja talasa zbog nelinearnih parametara voda.

Pri analizi atmosferskih prenapona na elektroenergetskim objektima dominantan uticaj na izobličenje talasa ima korona. Ostali uticaji su znatno manje izraženi, jer se ceo talasni proces koji utiče na visinu prenapona odvija na prostoru od nekoliko stotina metara u blizini i unutar visokonaponskih postrojenja. Pražnjenja nastala na većim razdaljinama po pravilu usled prigušenja talasa nisu opasna za izolaciju postrojenja.

Kao poseban slučaj može se tretirati **vod sa malim gubicima** kod koga su R_1 i G_1 mali. Koeficijent prostiranja dat izrazom 3.42 se kod takvog voda može izraziti u modifikovanom obliku:

$$\gamma(p) = \frac{1}{v} \sqrt{(p + \delta')^2 - \beta^2} \quad (3.43)$$

odnosno

$$\gamma(p) = \frac{p + \delta'}{v} \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{(p + \delta')^2}} \quad (3.44)$$

Ako se koren iz izraza 3.44 razvije u stepeni red, dobija se:

$$\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{(p + \delta')^2}} \approx 1 - \frac{\beta^2}{2(p + \delta')^2} + \dots \quad (3.45)$$

Kod talasnih procesa pri atmosferskim prenaponima operator p ima veliku vrednost zbog visoke učestanosti prelaznog procesa, pa se dobija aproksimativni izraz za koeficijent prostiranja za slučaj voda sa malim gubicima zanemarenjem svih članova stepenog reda iz izraza 3.45 osim prvog, pa izraz 3.44 postaje:

$$\gamma(p) \approx \frac{p + \delta'}{v} \quad (3.46)$$

Uvodjenjem koeficijenta prigušenja umesto modifikovanog koeficijenta prigušenja dobija se identičan izraz za koeficijent prostiranja talasa u slučaju voda sa malim gubicima i u slučaju voda kod koga je ispunjen Hevisajdov uslov:

$$\gamma(p) = \frac{p}{v} + \delta \quad (3.47)$$

gde je:

$$\delta = \frac{\delta'}{v} \quad (3.48)$$

Koeficijent prigušenja u slučaju voda sa malim gubicima ima oblik:

$$\delta = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{Z_c} + G_1 Z_c \right) \quad (3.49)$$

gde je karakteristična impedansa voda sa malim gubicima:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1 p + R_1}{C_1 p + G_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \sqrt{\frac{p + \delta' + \beta}{p + \delta' - \beta}} \quad (3.50)$$

Ako se izvrše elementarne transformacije izraza 3.50 prema [3] dobija se:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \sqrt{\frac{1 + (\delta' + \beta)/p}{1 + (\delta' - \beta)/p}} \quad (3.51)$$

Razvojem u stepeni red kvadratnog korena iz izraza 3.51 dobija se:

$$\begin{aligned} Z_c &\approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} [1 + (\delta' + \beta)/2p + \dots] [1 - (\delta' - \beta)/2p + \dots] \\ &\approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} [1 - \beta/p - (\delta'^2 - \beta^2)/4p^2 + \dots] \approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Na ovaj način je pokazano da karakteristična impedansa voda sa malim gubicima ima približno isti oblik kao i kod voda kod koga je ispunjen Hevisajdov uslov u slučaju razmatranja visokofrekventnih pojava kojima odgovara velika vrednost Laplasovog operatora p .

Rešenja jednačina telegrafičara za vod sa malim gubicima se mogu napisati u vremenskom domenu u istom obliku kao i kod voda sa ispunjenim Hevisajdovim uslovom, što je dato izrazima 3.36 i 3.37.

3.2 Putujući talasi

3.2.1 Definicija putujućih talasa

Pri proučavanju brzih elektromagnetnih prelaznih procesa nadzemni vodovi se predstavljaju kao elementi sa raspodeljenim parametrima. Kod analize prenapona nastalih na vodovima usled atmosferskih pražnjenja najčešće je dovoljno posmatrati monofazni vod iznad ravne homogene površine zemlje. Na ovaj način analiza postaje znatno jednostavnija, a tačnost analize je u tehnički dozvoljenim granicama. U slučaju analize atmosferskih prenapona se može smatrati da se trenutna vrednost radnog napona na vodu može zanemariti u odnosu na visinu prenapona, pa su u početnom trenutku $t = 0$ svi početni uslovi za napone i struje na vodu jednaki nuli. Ovo važi za sve vodove čiji je nazivni napon niži ili jednak 400 kV.

Rešavanjem jednačina telegrafičara idealnog voda dobija se rešenje po kome se režim na vodu može prikazati kao zbir dva naponska, odnosno strujna talasa koji se prostiru u suprotnim smerovima. U daljem tekstu će biti uvedene sledeće oznake:

$U_d(t) = f_2(t - \frac{x}{v})h(t - \frac{x}{v})$ – direktni naponski talas, koji se prostire u smeru porasta x koordinate brzinom v koja je za nadzemne vodove bliska brzini svetlosti. Sa konstantnu vrednost argumenta funkcije f_2 , odnosno za $(t - \frac{x}{v}) = \text{const}$ funkcija f_2 ostaje konstantna.

$U_i(t) = f_1(t + \frac{x}{v})h(t + \frac{x}{v})$ – inverzni naponski talas, koji se prostire u smeru smanjivanja x koordinate brzinom v koja je za nadzemne vodove bliska brzini svetlosti. Sa konstantnu vrednost argumenta funkcije f_1 , odnosno za $(t + \frac{x}{v}) = \text{const}$ funkcija f_1 ostaje konstantna.

$I_d(t) = \frac{f_2(t - \frac{x}{v})}{Z_c}h(t - \frac{x}{v})$ – direktni strujni talas,

$I_i(t) = -\frac{f_1(t + \frac{x}{v})}{Z_c}h(t + \frac{x}{v})$ – inverzni strujni talas.

U gornjim izrazima $h(t)$ je Hevisajdova odskočna funkcija koju definišemo na sledeći način:

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{za } t \geq 0 \\ 0 & \text{za } t < 0 \end{cases}$$

Strujni talasi se dobijaju jednostavnim deljenjem naponskih talasa karakterističnom impedansom voda po kome se prostiru, odnosno:

$$I_d(t) = \frac{U_d(t)}{Z_c} \quad (3.53)$$

$$I_i(t) = -\frac{U_i(t)}{Z_c} \quad (3.54)$$

Ukupan napon u proizvoljnoj tački x na vodu dobija se sabiranjem direktnog i inverznog talasa:

$$U(t) = U_d(t) + U_i(t) \quad (3.55)$$

Ukupna struja u proizvoljnoj tački sa orijentacijom u direktnom smeru (smer porasta x koordinate), dobija se na osnovu izraza:

$$I(t) = I_d(t) + I_i(t) \quad (3.56)$$

ili

$$I = -\frac{U_i(t)}{Z_c} + \frac{U_d(t)}{Z_c} \quad (3.57)$$

Može se uočiti da inverzna komponenta struje ima suprotan predznak u odnosu na direktnu komponentu, pri istom polaritetu napona. Razlog za suprotan polaritet inverzne komponente struje je suprotan smer prostiranja talasa u odnosu na unapred odabran pozitivan smer za struju koji se poklapa sa pravcem porasta x ose.

Ukoliko se posmatra vrlo dugačak vod po kome se prostire samo direktna komponenta napona, tada je ulazna impedansa voda posmatrana iz proizvoljne tačke x u direktnom smeru jednaka karakterističnoj impedansi voda jer je:

$$Z_{ul} = \frac{U_d(t)}{I_d(t)} = Z_c \quad (3.58)$$

Na sličan način se može pokazati da je u slučaju dugačkog voda po kome se prostire samo inverzna komponenta napona, ulazna impedansa posmatrana iz proizvoljne tačke x u inverznom smeru jednaka karakterističnoj impedansi voda, odnosno:

$$Z_{ul} = \frac{U_i(t)}{-I_i(t)} = Z_c \quad (3.59)$$

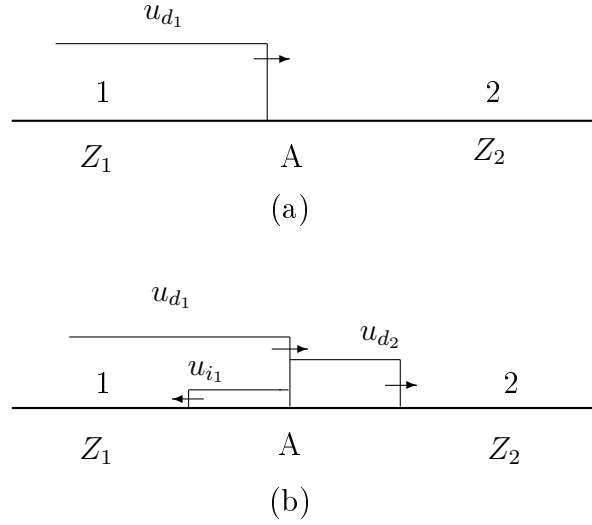
Pri određivanju ulazne impedanse voda u inverznom smeru izabran je smer struje u pravcu posmatranja ulazne impedanse, koji je suprotan pozitivnoj orijentaciji voda, pa struja ima negativan predznak. Kada se izračuna, dobija se pozitivna vrednost za ulaznu impedansu.

Na osnovu gornjeg razmatranja može se zaključiti da ulazna impedansa voda kod koga postoji samo jedna komponenta napona i struje, ima vrednost koja je jednaka karakterističnoj impedansi voda i ne zavisi od dužine voda. Ovaj zaključak važi samo za neograničeno dugačke vodove ili vodove konačne dužine do trenutka dok ne stigne odbijena komponenta napona sa drugog kraja voda.

3.2.2 Koeficijenti prelamanja i odbijanja

U realnim elektroenergetskim mrežama postoje mesta nehomogenosti na vodovima. To su čvorne tačke u kojima se sučeljava više vodova, tačke u kojima se menja karakteristična impedansa voda usled prelaska sa vazdušnog na kablovski vod ili obrnuto, ili tačke u kojima su priključeni drugi elementi.

Na slici 3.7 prikazana su dva idealna voda karakterističnih impedansi Z_1 i Z_2 koja se sučeljavaju u tački A . Po vodu 1 nailazi direktni naponski talas U_{d1} , koji je zbog jednostavnosti predstavljen odskočnom funkcijom.



Slika 3.7: Prelamanje i odbijanje talasa u tački nehomogenosti

Električne veličine na vodu 1, odnosno 2, označene su odgovarajućim indeksima. Po vodu 1 prostire se strujni talas:

$$I_{d1} = U_{d1}/Z_1 \quad (3.60)$$

Rezultantni napon u nekoj tački na vodu 1 je:

$$U_1 = U_{d1} + U_{i1} \quad (3.61)$$

Rezultantna struja po vodu 1 sa smerom ka tački A je:

$$I_1 = I_{d1} + I_{i1} \quad (3.62)$$

Ako se pretpostavi da na vodu 2 postoje samo talasi nastali prelamanjem u tački A , tada se ukupan napon u nekoj tački na vodu 2 može izraziti na osnovu samo direktne komponente napona na vodu 2, jer je inverzna komponenta $U_{i2} = 0$, odnosno:

$$U_2 = U_{d2} \quad (3.63)$$

Na isti način se i struja na vodu 2 može izračunati samo na osnovu direktne komponente struje po vodu 2, odnosno:

$$I_2 = I_{d_2} \quad (3.64)$$

Tačka A je zajednička za oba voda, pa se po zakonu kontinuiteta naponi i struje neposredno levo, odnosno desno od tačke A ne mogu razlikovati. Iz izraza 3.61 i 3.63 se mogu izjednačiti naponi u tački A , a iz izraza 3.62 i 3.64 struje u tački A , koje su računane u njenoj neposrednoj blizini sa leve, odnosno desne strane. Ako se pri tome vodi računa o odnosima između pojedinih komponenti napona i struja koji su dati izrazima 3.53 i 3.54, dobija se sledeći sistem linearnih jednačina:

$$U_{d_1} + U_{i_1} = U_{d_2} \quad (3.65)$$

$$\frac{U_{d_1}}{Z_1} - \frac{U_{i_1}}{Z_1} = \frac{U_{d_2}}{Z_2} \quad (3.66)$$

U sistemu od dve jednačine sa dve nepoznate (jednačine 3.65 i 3.66) poznata je samo komponenta U_{d_1} , dok su ostale veličine nepoznate, i potrebno ih je odrediti. Posle izračunavanja se dobija:

$$U_{d_2} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} U_{d_1} \quad (3.67)$$

$$U_{i_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} U_{d_1} \quad (3.68)$$

Nepoznate struje se mogu odrediti zamenom izraza 3.53 i 3.54 u 3.67 i 3.68, odnosno:

$$I_{d_2} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} I_{d_1} \quad (3.69)$$

$$I_{i_2} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} I_{d_1} \quad (3.70)$$

Direktna komponenta napona prelomljena u tački A koja se prostire po vodu 2 može se izraziti na sledeći način:

$$U_{d_2} = \alpha_{1A} U_{d_1} \quad (3.71)$$

gde je:

$$\alpha_{1A} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.72)$$

α_{1A} – koeficijent prelamanja za naponski talas koji se prostire po vodu 1 ka tački A .

Inverzna komponenta napona po vodu 1 koja se odbila od tačke A može se izraziti na sledeći način:

$$U_{i_1} = \beta_{1A} U_{d_1} \quad (3.73)$$

gde je:

$$\beta_{1A} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (3.74)$$

β_{1A} – koeficijent odbijanja ili koeficijent refleksije za naponski talas koji nailazi po vodu 1 ka tački A .

Direktna komponenta struje prelomljena u tački A koja se prostire po vodu 2 može se izraziti na sledeći način:

$$I_{d_2} = \alpha_{i1A} I_{d_1} \quad (3.75)$$

gde je:

$$\alpha_{i1A} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (3.76)$$

α_{i1A} – koeficijent prelamanja za strujni talas koji nailazi po vodu 1 ka tački A .

Inverzna komponenta struje po vodu 1 koja se odbila od tačke A može se izraziti na sledeći način:

$$I_{i1} = \beta_{i1A} I_{d_1} \quad (3.77)$$

gde je:

$$\beta_{i1A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.78)$$

β_{i1A} – koeficijent odbijanja ili koeficijent refleksije za strujni talas koji nailazi po vodu 1 ka tački A .

Koeficijenti prelamanja i odbijanja za struje obeleženi su indeksom i za razliku od koeficijenta prelamanja i odbijanja za napone.

Između koeficijenata prelamanja i odbijanja za napone postoji sledeća zavisnost:

$$\alpha_{1A} - \beta_{1A} = 1 \quad (3.79)$$

Na isti način postoji i veza između koeficijenata prelamanja i odbijanja za struje:

$$\alpha_{i1A} - \beta_{i1A} = 1 \quad (3.80)$$

3.2.3 Posebni slučajevi prelamanja i odbijanja talasa

Otvoren vod

U slučaju nailaska talasa na otvoren kraj voda može se zamisliti da se nadalje nastavlja vod beskonačno velike karakteristične impedanse. Koeficijent prelamanja za talas koji po

vodu 1 nailazi u tačku A u kojoj je vod otvoren dobija se na sledeći način:

$$\alpha_{1A} = \lim_{Z_2 \rightarrow \infty} \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} = 2 \quad (3.81)$$

Koeficijent odbijanja za talas koji po vodu 1 dolazi ka tački A ima sledeću vrednost:

$$\beta_{1A} = \lim_{Z_2 \rightarrow \infty} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = 1 \quad (3.82)$$

Na isti način se dobijaju i koeficijenti prelamanja i odbijanja za struje.

$$\alpha_{i1A} = 0 \quad \beta_{i1A} = -1 \quad (3.83)$$

Nakon nailaska naponskog talasa na kraj voda javlja se reflektovana komponenta napona koja ima vrednost:

$$U_{i1} = U_{d1} \quad (3.84)$$

Ukupan napon u tački A ima vrednost:

$$U_A = U_{d1} + U_{i1} = 2U_{d1} \quad (3.85)$$

Ukupan napon na vodu 1, koji se dobija kao zbir direktne i inverzne komponente napona, se udvostručava. Udvostručavanje napona se prvo pojavljuje na otvorenom kraju voda, da bi se zatim sa vraćanjem inverzne komponente napona duž voda postepeno pomerao udvostručeni naponski talas unazad.

Po vodu 1 se pojavljuje inverzna komponenta struje suprotnog predznaka od direktnog strujnog talasa, odnosno:

$$I_{i1} = -I_{d1} \quad (3.86)$$

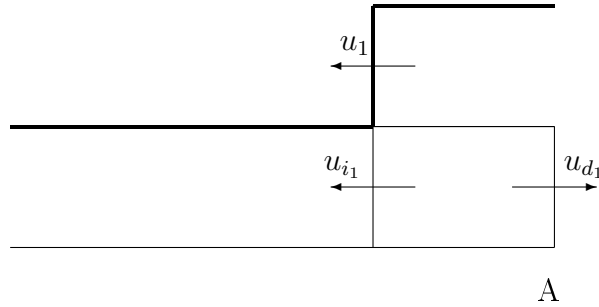
Ukupna struja u tački A dobija se sabiranjem komponentnih struja, odnosno:

$$I_A = I_{d1} + I_{i1} = 0 \quad (3.87)$$

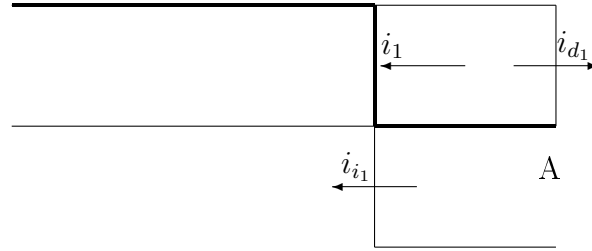
Nakon pojave inverznog talasa koji se odbio od kraja voda ukupna struja na vodu 1 koja je zbir direktne i inverzne komponente struje postepeno se poništava.

Na slici 3.8 prikazano je prostiranje direktnog naponskog talasa ka otvorenom kraju voda u_{d1} , inverznog naponskog talasa odbijenog od kraja voda u_{i1} , kao i ukupnog napona u_1 koji se dobija njihovom superpozicijom. Ukupan napon jednak je upadnom talasu do trenutka nailaska na otvoren kraj voda, a posle toga je jednak zbiru upadnog i reflektovanog talasa.

Na slici 3.9 prikazano je prostiranje direktnog strujnog talasa ka otvorenom kraju voda i_{d1} , inverznog strujnog talasa odbijenog od kraja voda i_{i1} , kao i ukupne struje i_1 koja se dobija njihovom superpozicijom. Ukupna struja jednaka je upadnom talasu do trenutka nailaska na otvoren kraj voda, a posle toga ukupna struja postaje jednaka nuli.



Slika 3.8: Prostorna raspodela direktnog, inverznog i ukupnog napona posle dolaska na otvoren kraj voda



Slika 3.9: Prostorna raspodela direktne, inverzne i ukupne struje na otvorenom kraju voda

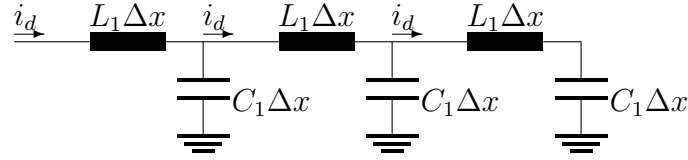
Udvostručavanje napona na otvorenom kraju voda može se protumačiti pretvaranjem elektromagnetske energije na elementarnim induktivnostima u elektrostatičku energiju na elementarnim kapacitivnostima, prema slici 3.10.

Prostiranje talasa po vodu se može objasniti proticanjem struje i_d kroz elementarnu induktivnost $L_1\Delta x$, koja puni elementarnu kapacitivnost $C_1\Delta x$. Čim se pojavi napon na kapacitivnosti $C_1\Delta x$, pojavljuje se i razlika potencijala između krajeva sledeće elementarne induktivnosti $L_1\Delta x$, izazivajući proticanje struje koja puni elementarnu kapacitivnost u sledećoj sekciji. Elektromagnetna energija na elementarnoj induktivnosti ima vrednost $\frac{1}{2}L_1i_d^2$, a elektrostatička energija na elementarnoj kapacitivnosti $\frac{1}{2}C_1u_d^2$. U bilo kojoj tački voda bez diskontinuiteta ove dve energije su međusobno jednake. Ovo se može dokazati zamenu direktnog strujnog talasa količnikom direktnog naponskog talasa i karakteristične impedanse voda u relaciji za elektromagnetsku energiju na elementarnoj induktivnosti:

$$\frac{1}{2}L_1i_d^2 = \frac{1}{2}L_1\left(\frac{u_d}{Z_c}\right)^2 = \frac{1}{2}L_1\frac{u_d^2}{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{1}{2}C_1u_d^2 \quad (3.88)$$

Na ovaj način naponski i strujni talas se prostiru prema kraju voda izazivajući proticanje struje kroz elementarne induktivnosti i puneći elementarne kapacitivnosti.

U trenutku kada talas stigne do kraja voda, puni se poslednja elementarna kapacitiv-



Slika 3.10: Tumačenje totalne refleksije talasa zakonom o održanju energije

nost $C_1\Delta x$. Ova kapacitivnost se ne može prazniti kroz narednu sekciju, već se kompletna elektromagnetska energija elementarne induktivnosti pretvara u elektrostatičku energiju, izazivajući porast napona na kraju voda do dvostruke vrednosti. Zbog toga prestaje proticanje struje kroz elementarnu induktivnost, izazivajući dodatno punjenje elementarne kapacitivnosti iz prethodne sekcije do dvostruke vrednosti napona. Na ovaj način se postepeno struja kroz elementarne induktivnosti ukida, idući sa desna na levo, a napon na elementarnim kapacitivnostima udvostručuje.

Vod uzemljen na jednom kraju (kratko spojen vod)

Sistem koji se sastoji od voda koji je na svom kraju uzemljen može se modelovati pomoću voda konačne karakteristične impedanse Z_1 koji se nastavlja na vod karakteristične impedanse $Z_2 = 0$.

Koeficijenti prelamanja i odbijanja za talase napona i struja u ovom slučaju imaju vrednosti:

$$\begin{aligned} \alpha_{1A} &= 0 & \beta_{1A} &= -1 \\ \alpha_{i1A} &= 2 & \beta_{i1A} &= 1 \end{aligned} \quad (3.89)$$

Nakon nailaska naponskog talasa na kraj voda javlja se reflektovana komponenta napona suprotnog polariteta koja poništava upadni talas:

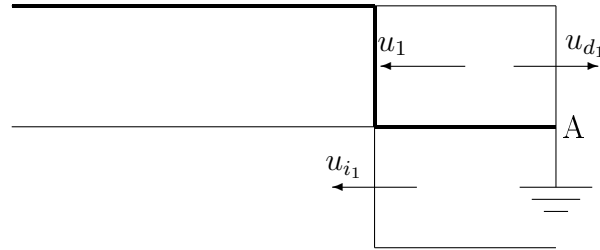
$$U_{i1} = -U_{d1} \quad (3.90)$$

Ukupan napon na vodu 1 koji se dobija kao zbir direktne i inverzne komponente napona postaje jednak nuli:

$$U_A = U_{d1} + U_{i1} = 0 \quad (3.91)$$

Poništavanje napona duž voda 1 odvija se postepeno sa napredovanjem inverzne komponente napona unazad od uzemljenog kraja voda.

Na sl. 3.11 prikazana je prostorna raspodela direktnog i inverznog naponskog talasa i ukupnog napona na vodu 1 posle nailaska na uzemljeni kraj voda.



Slika 3.11: Prostorna raspodela direktnog, inverznog i ukupnog naponskog talasa nakon nailaska talasa na uzemljen kraj voda

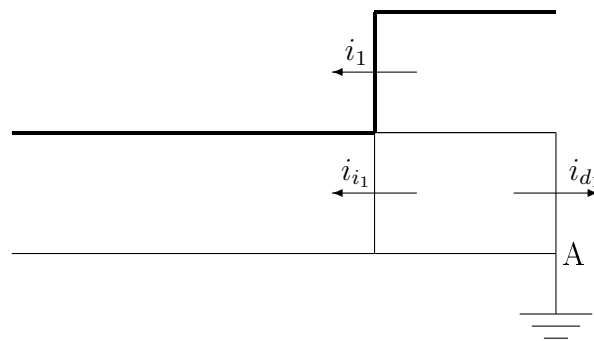
Na vodu 1 se pojavljuje odbijena komponenta struje iste amplitude i polariteta kao i direktna komponenta struje, odnosno:

$$I_{i1} = I_{d1} \quad (3.92)$$

Ukupna struja na vodu 1 dobija se superpozicijom direktne i inverzne komponente struje:

$$I_A = I_{d1} + I_{i1} = 2I_{d1} \quad (3.93)$$

Posle superpozicije se dobija dvostruka vrednost struje na vodu 1 zbog dejstva odbijene inverzne komponente struje. Na slici 3.12 prikazana je prostorna raspodela direktnog i inverznog strujnog talasa i ukupne struje posle refleksije od kraja voda.

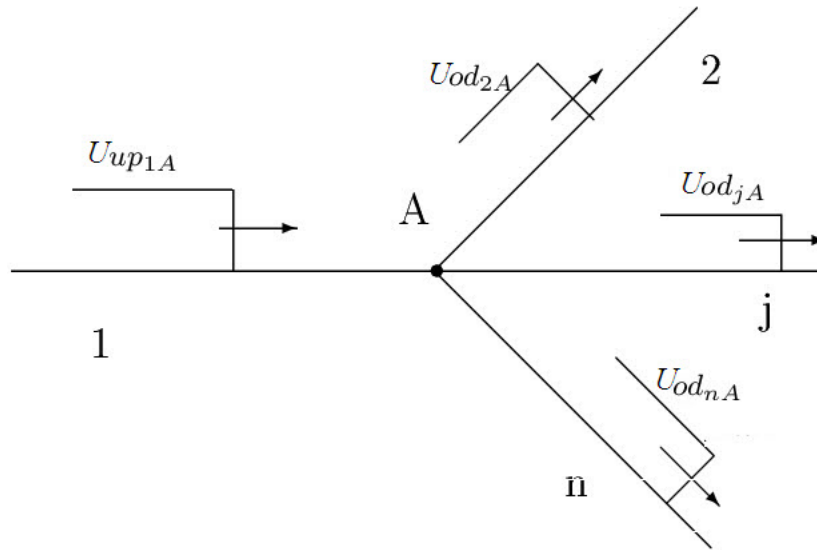


Slika 3.12: Prostorna raspodela direktnog, inverznog i ukupnog strujnog talasa nakon nailaska na uzemljen kraj voda

Udvostručavanje struje na uzemljenom kraju voda može se protumačiti pretvaranjem elektrostatičke energije na elementarnim kapacitivnostima u elektromagnetnu energiju na elementarnim induktivnostima analogno procesu kod otvorenog voda.

Nailazak talasa na više vodova

U slučaju kada prenaponski talas nailazi po jednom vodu u čvornu tačku A u kojoj je priključeno još $n - 1$ vodova, dolazi do prelamanja talasa, tako da se po svakom od vodova prostire identičan prelomljeni naponski talas. Na slici 3.13 ilustrovan je ovaj slučaj.



Slika 3.13: Nailazak prenaponskog talasa po jednom vodu u čvornu tačku u kojoj je priključeno još $n - 1$ vodova

Radi jednostavnosti je pretpostavljeno da svi vodovi imaju identične karakteristične impedanse Z . U tom slučaju svi prelomljeni talasi koji se kreću od tačke A po nekom od vodova j ($j = 2, \dots, n$) imaju istu vrednost:

$$U_{odjA} = \alpha_{1A} U_{up1A} \quad (3.94)$$

Oznake u izrazu 3.94 imaju značenje:

U_{up1A} – direktna komponenta napona koja se kreće po vodu 1 u pravcu tačke A , koja se naziva **upadnom komponentom** napona u odnosu na tačku A ,

U_{odjA} – direktna komponenta napona koja se kreće po vodu j od tačke A i koja se naziva **odbijenom komponentom** napona u odnosu na tačku A .

Koeficijent prelamanja α_{1A} za talas koji po vodu 1 nailazi na tačku A ima vrednost:

$$\alpha_{1A} = \frac{2Z_{ekA}}{Z_{ekA} + Z} \quad (3.95)$$

gde je Z_{ek_A} ekvivalentna karakteristična impedansa svih $n-1$ paralelno vezanih vodova na koje nailazi talas. Po pretpostavci su karakteristične impedanse svih vodova međusobno jednake, pa je ekvivalentna impedansa $n-1$ voda:

$$Z_{ek_A} = \frac{Z}{n-1} \quad (3.96)$$

Posle zamene izraza 3.96 u izraz 3.95 dobija se:

$$\alpha_{1_A} = \frac{\frac{2Z}{n-1}}{\frac{Z}{n-1} + Z} = \frac{2}{n} \quad (3.97)$$

Odbijena komponenta napona od čvora A po prvom vodu je:

$$U_{od_{1_A}} = \beta_{1_A} U_{up_{1_A}} \quad (3.98)$$

gde je:

$$\beta_{1_A} = \frac{Z_{ek_A} - Z}{Z_{ek_A} + Z} \quad (3.99)$$

Posle izračunavanja se dobija sledeća vrednost:

$$\beta_{1_A} = \frac{\frac{Z}{n-1} - Z}{\frac{Z}{n-1} + Z} = \frac{2-n}{n} \quad (3.100)$$

Na ovom primeru biće ilustrovan princip invarijantnosti napona čvora od voda po kome se posmatraju talasi.

Ukupan napon čvora A računat na osnovu upadnog i odbijenog talasa na vodu 1 je:

$$U_A = U_{up_{1_A}} + U_{od_{1_A}} = U_{up_{1_A}} (1 + \beta_{1_A}) \quad (3.101)$$

odnosno,

$$U_A = (1 + \frac{2-n}{n}) U_{up_{1_A}} = \frac{2}{n} U_{up_{1_A}} \quad (3.102)$$

Isti napon se može izračunati na osnovu upadne i odbijene komponente napona po bilo kom vodu j pri nailasku upadne komponente napona samo po vodu 1, jer je čvor A zajednički za sve vodove. Napon čvora A jednak je samo odbijenoj komponenti napona po vodu j , jer upadna ne postoji, odnosno:

$$U_A = U_{od_{j_A}} = \alpha_{1_A} U_{up_{1_A}} = \frac{2}{n} U_{up_{1_A}} \quad (3.103)$$

Bez obzira po kome se vodu računaju talasi, napon čvora A uvek ima istu vrednost.

Na identičan način se može proveriti prvi Kirhofov zakon za struje. Ukupna struja koja po vodu 1 dotiče ka čvoru A je:

$$I_{1_A} = I_{up_{1_A}} + I_{od_{1_A}} = I_{up_{1_A}} (1 + \beta_{1_A}) \quad (3.104)$$

gde je:

$$\beta_{i1_A} = \frac{Z - \frac{Z}{n-1}}{\frac{Z}{n-1} + Z} = \frac{n-2}{n} \quad (3.105)$$

koeficijent odbijanja za strujni talas koji po vodu 1 dolazi u tačku A . Kada se izračuna ukupna struja, dobija se:

$$I_{1_A} = \frac{2(n-1)}{n} I_{up1_A} \quad (3.106)$$

Struja po pojedinim vodovima se dobija deljenjem odbijene komponente napona sa karakterističnom impedansom voda, odnosno:

$$I_{j_A} = \frac{U_{odj_A}}{Z} = \alpha_{1_A} \frac{U_{up1_A}}{Z} \quad (3.107)$$

Posle izračunavanja se dobija struja po vodu j :

$$I_{j_A} = \frac{2}{n} I_{up1_A} \quad (3.108)$$

Ukupna struja po svih $n-1$ vodova je:

$$\sum_{j=2}^n I_{j_A} = \frac{2(n-1)}{n} I_{up1_A} \quad (3.109)$$

Ova struja jednaka je struji prvog voda I_{1_A} , čime je pokazano da važi princip kontinuiteta za struje.

Razlike u definicijama komponenti napona i struja

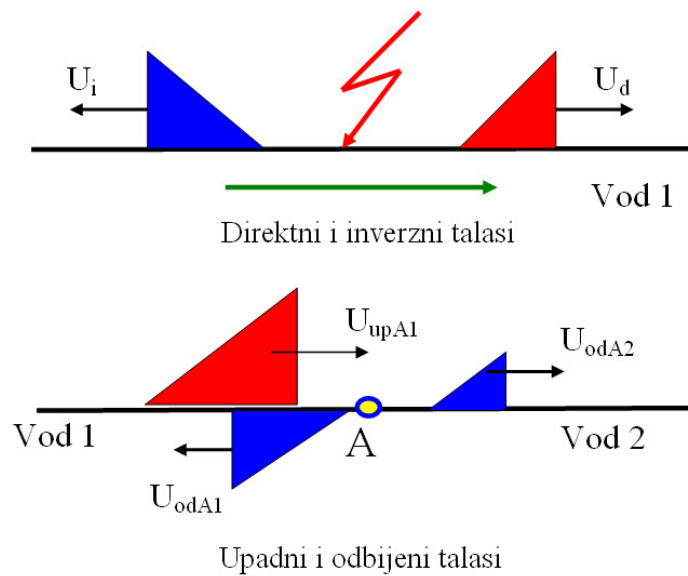
Direktne i inverzne komponente talasa napona i struja definišu se u odnosu na usvojeni smer grane po kojoj se talasi prostiru. Za svaki vod se usvaja pozitivan smer. Talasi koji se kreću u tom smeru su direktni, a talasi koji se kreću u suprotnom smeru su inverzni. U predhodnim primerima je pozitivan smer grane bio sa leva na desno.

Upadne i odbijene komponente napona i struja definišu se u odnosu na posmatrani čvor. Upadna komponenta napona ili struje se kreće ka čvoru i to se smatra pozitivnim smerom, a odbijena se kreće od čvora i smatra se negativnim smerom.

Na slici 3.14 gore prikazani su direktni i inverzni talasi na vodu 1, a dole upadni i odbijeni talasi na vodu 1 i 2 u odnosu na tačku A .

Oznake imaju sledeće značenje:

U_d - direktna komponenta napona u odnosu na orijentaciju voda 1,



Slika 3.14: Direktni i inverzni talasi na vodu 1 (gore) i upadni i odbijeni talasi na vodovima 1 i 2 u odnosu na tačku A (dole)

U_i - inverzna komponenta napona u odnosu na orijentaciju voda 1,

U_{upA1} - upadna komponenta napona po vodu 1 u odnosu na tačku A,

U_{odA1} - odbijena komponenta napona po vodu 1 u odnosu na tačku A,

U_{odA2} - odbijena komponenta napona po vodu 2 u odnosu na tačku A.

Ekvivalentni talas

Za tumačenje procesa prelamanja i odbijanja talasa u jednoj tački nehomogeniteta složene mreže polazi se od najopštijeg slučaja čvora A u kome se susiće n dugačkih vodova po kojima dolaze upadni talasi i jedan koncentrisan element operatorske impedanse $Z_A(p)$, kao na slici 3.15.

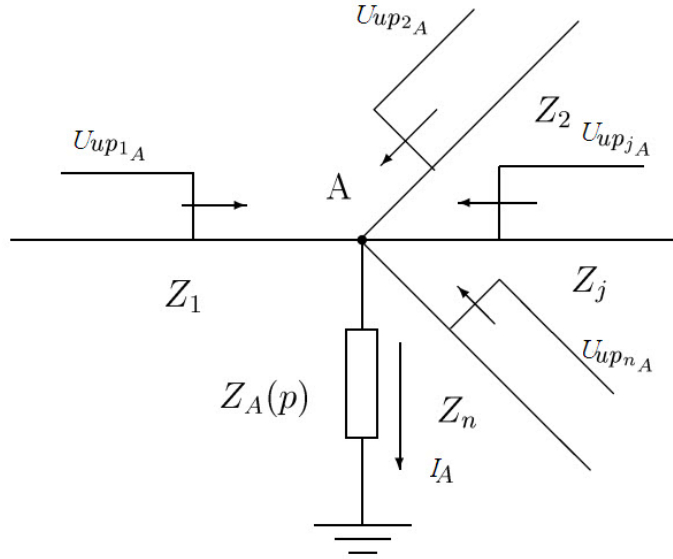
Na slici 3.15 oznake imaju sledeće značenje:

U_{upj_A} ($j = 1, 2, \dots, n$) – upadni talas koji se prostire po j -tom vodu ka tački A ,

U_A – napon u čvornoj tački A ,

Z_j ($j = 1, 2, \dots, n$) – karakteristična impedansa j -tog voda,

I_A – struja kroz koncentrisanu impedansu $Z_A(p)$.



Slika 3.15: Definicija ekvivalentnog talasa

U čvornoj tački A umesto koncentrisane impedanse $Z_A(p)$ može da bude priključen vod karakteristične impedanse Z_A po kome ne dolazi upadni naponski talas. Pošto je ulazna impedansa dugačkog voda po kome ne dolaze putujući talasi ka tački posmatranja jednaka karakterističnoj impedansi tog voda, to znači da se u tački A dugačak vod može zameniti otporom Z_A koji je jednak karakterističnoj impedansi tog voda.

Na slici 3.15 pretpostavljeno je da po svih n vodova priključenih u čvornu tačku A nailaze upadni prenaponski talasi. Ovo je najopštiji slučaj koji omogućava rešavanje problema kada se zbog višestrukih refleksija uspostavlja prelazni napon u kompletnoj proučavanoj mreži.

Napon u čvornoj tački A može se izraziti preko upadnog i odbijenog naponskog talasa po bilo kom vodu j , odnosno:

$$U_A = U_{upjA} + U_{odjA} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.110)$$

gde je U_{odjA} ($j = 1, 2, \dots, n$)– odbijeni talas koji se prostire po j - tom vodu od tačke A .

Pod **upadnim talasom** se podrazumeva talas koji se kreće ka posmatranoj tački A , a pod **odbijenim talasom** se podrazumeva talas koji se kreće od posmatrane tačke A . Za razliku od direktnog i inverznog talasa, koji su definisani u odnosu na pozitivnu orijentaciju voda, upadni i odbijeni talas se definišu u odnosu na posmatranu tačku.

Na osnovu izraza 3.110 mogu se odrediti odbijene komponente napona po pojedinim

vodovima:

$$U_{odj_A} = U_A - U_{upj_A} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.111)$$

Upadni strujni talasi po pojedinim vodovima koji se prostiru ka čvornoj tački A su:

$$I_{upj_A} = \frac{U_{upj_A}}{Z_j} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.112)$$

Odbijeni strujni talasi po pojedinim vodovima koji se prostiru od čvorne tačke A su:

$$I_{odj_A} = -\frac{U_{odj_A}}{Z_j} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.113)$$

Odbijeni strujni talasi imaju negativan predznak jer je pretpostavljena orijentacija svih vodova prema slici 3.15 ka tački A . Struja grane j jednaka je zbiru upadnog i odbijenog strujnog talasa po toj grani:

3.3 Zamena koncentrisanog elementa vodom

Pri proračunima talasnih procesa u složenim šemama u kojima se pored vodova pojavljuju i elementi sa koncentrisanim parametrima, pogodno je prelazni proces u kompletnoj mreži rešavati jedinstvenim postupkom. Zbog toga se elementi sa koncentrisanim parametrima kao što su otpornici, kondenzatori i kalemovi mogu modelovati ekvivalentnim kratkim vodovima, uz zadovoljavajuću tačnost pri malim koracima proračuna.

3.3.1 Kondenzator vezan otočno prema zemlji

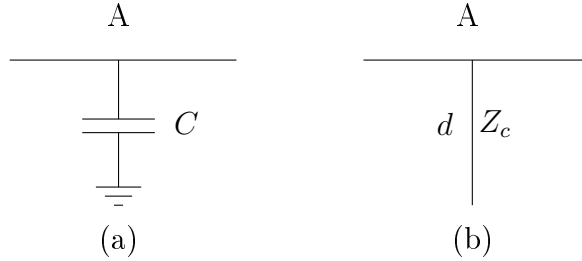
Kondenzator koji je vezan otočno prema zemlji, a koji se najčešće zamenjuje ulaznu kapacitivnost energetskog ili mernog transformatora pri proračunima atmosferskih prenapona, zamenjuje se kratkim ekvivalentnim vodom karakteristične impedanse Z_c i dužine d , kao na slici 3.16:

Kapacitivna impedansa u frekvencijskom domenu gledana iz tačke A na slici 3.16 (a) ima oblik:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} \quad (3.114)$$

gde su

C —kapacitivnost kondenzatora koji se zamenjuje vodom,



Slika 3.16: Zamena otočno vezanog kondenzatora ekvivalentnim vodom

$j\omega$ -kompleksna kružna učestanost.

Idealan kratak vod dužine d otvoren na drugom kraju sa slike 3.16 (b), po kome je vreme prostiranja $T = d/v$, gde je v brzina prostiranja talasa, ima ulaznu impedansu:

$$Z_{ul} = Z_c \operatorname{ctgh}\left(\frac{j\omega d}{v}\right) \quad (3.115)$$

Posle prelaska sa hiperboličnih na trigonometrijske funkcije, što je moguće kada je argument hiperboličke funkcije imaginaran broj, dobija se:

$$Z_{ul} = -jZ_c \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega d}{v}\right) \quad (3.116)$$

Za male vrednosti argumenta $(\omega d)/v$ mogu se uraditi sledeće aproksimacije:

$$\cos\left(\frac{\omega d}{v}\right) \approx 1 \quad (3.117)$$

$$\sin\left(\frac{\omega d}{v}\right) \approx \frac{\omega d}{v} \quad (3.118)$$

Posle izvršenih aproksimacija se dobija ulazna impedansa voda u sledećem obliku:

$$Z_{ul} = -j \frac{Z_c v}{\omega d} = -j \frac{Z_c}{\omega T} \quad (3.119)$$

Izjednačavanjem kapacitivne impedanse iz izraza 3.114 i ulazne impedanse iz izraza 3.118 se dobija karakteristična impedansa ekvivalentnog voda kojim se zamenjuje otočna kapacitivnost:

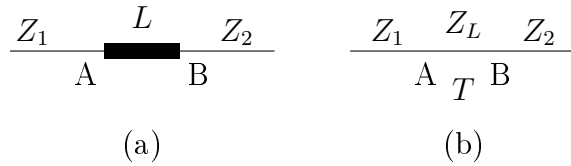
$$Z_c = \frac{T}{C} \quad (3.120)$$

Vreme prostiranja po ekvivalentnom vodu se može proizvoljno usvojiti, ali treba da bude što je moguće kraće, jer se time smanjuje i greška proračuna. Zbog toga se usvaja da je vreme prostiranja talasa po ekvivalentnom vodu jednako elementarnom koraku proračuna, jer se time greška minimizira. U mreži sa raspoređenim parametrima se elementarni korak proračuna bira da je jednak vremenu prostiranja po najkraćem vodu u kompletnoj šemi.

Po pravilu, to su dužine spusnih provodnika do odvodnika prenapona ili kratke deonice između aparata u postrojenju. Ako se razmatra ugroženost nadzemnih vodova, tada su to kratki elementi stubova kao što su konzole, vertikalni delovi između vrha stuba i gornje konzole, ili između konzola u slučaju trofaznih modela stubova. U ovom slučaju elementi nadzemnog voda se modeluju kratkim vodovima.

3.3.2 Kalem vezan redno između dva voda

Kalem induktivnosti L redno vezan između dva voda takođe može da bude zamenjen kratkim ekvivalentnim vodom, kao na slici 3.17. Posmatrajmo odnose napona i struja na



Slika 3.17: Ekvivalentiranje kalema kratkim vodom

krajevima kalema:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

gde su:

U_A, U_B —naponi u tačkama A i B ,

I_A, I_B —struja ka tački A i struja od tačke B .

Ako se kalem zameni kratkim vodom po kome je vreme prostiranja talasa T , tada se odnosi napona i struja na krajevima kratkog voda mogu prikazati rešenjima jednačina telegrafičara u hiperboličnom obliku:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(j\omega T) & Z_L \cdot \text{sh}(j\omega T) \\ \frac{1}{Z_L} \text{sh}(j\omega T) & \text{ch}(j\omega T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} \quad (3.122)$$

Posle prelaska sa hiperboličnih na trigonometrijske funkcije se dobija:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(j\omega T) & Z_L \cdot \sin(j\omega T) \\ \frac{1}{Z_L} \sin(j\omega T) & \cos(j\omega T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} \quad (3.123)$$

Uvođenjem aproksimacija:

$$\cos\left(\frac{\omega d}{v}\right) \approx 1 \quad (3.124)$$

$$\sin\left(\frac{\omega d}{v}\right) \approx \frac{\omega d}{v} \quad (3.125)$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega d}{v}\right)}{Z_L} \approx 0 \quad (3.126)$$

izraz 3.123 postaje:

$$\begin{bmatrix} U_A \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j\omega Z_L T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ I_B \end{bmatrix} \quad (3.127)$$

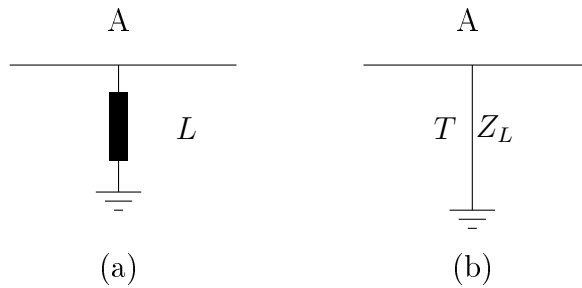
Upoređivanjem izraza 3.119 i 3.127 može se zaključiti da se kalem može zameniti kratkim vodom čija je karakteristična impedansa:

$$Z_L = \frac{L}{T} \quad (3.128)$$

Vreme prostiranja po ekvivalentnom vodu bira se da je jednako elementarnom koraku proračuna.

3.3.3 Kalem vezan otočno prema zemlji

Kalem vezan otočno prema zemlji može se ekvivalentirati kratkim vodom, koji je na drugom kraju uzemljen, karakteristične impedanse Z_L po kome je vreme prostiranja talasa T , kao na slici 3.18. Induktivna impedansa kalema sa slike 3.18 (a) u frekvencijskom



Slika 3.18: Ekvivalentiranje otočnog kalema kratkim vodom

domenu ima oblik:

$$Z(j\omega) = j\omega L \quad (3.129)$$

Kratak idealan vod, kratko spojen na drugom kraju, ima ulaznu impedansu:

$$Z_{ul} = Z_L \operatorname{tgh}\left(\frac{j\omega d}{v}\right) \quad (3.130)$$

Prelaskom sa hiperboličnih na trigonometrijske funkcije se dobija:

$$Z_{ul} = Z_L \operatorname{tg}\left(\frac{j\omega d}{v}\right) \quad (3.131)$$

Uvažavanje aproksimacija trigonometrijskih funkcija za male vrednosti argumenata izraz 3.131 postaje:

$$Z_{ul} = Z_L \frac{j\omega d}{v} = j\omega Z_L T \quad (3.132)$$

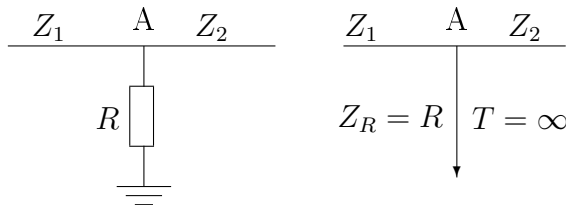
Izjednačavanjem ulazne impedanse iz izraza 3.129 i 3.132 dobija se karakteristična impedansa ekvivalentnog kratkog voda koji zamenjuje kalem:

$$Z_L = \frac{L}{T} \quad (3.133)$$

Vreme prostiranja po vodu treba usvojiti da je jednako jednom elementarnom koraku proračuna.

3.3.4 Otpornik vezan otočno prema zemlji

Otpornik otpornosti R vezan otočno prema zemlji se modeluje beskonačno dugim vodom čija je karakteristična impedansa Z_R brojno jednaka otpornosti R otpornika koji se ekvivalentira. Ovakav način modelovanja otpornika je direktna posledica primene Petersenovog pravila, po kome se beskonačno dugačak vod može modelovati koncentrisanom otpornošću čija je vrednost jednaka karakterističnoj impedansi voda. Ovaj slučaj ilustrovan je na slici 3.19.



Slika 3.19: Zamena otpornika beskonačno dugim vodom

Na ovaj način se elementi sa koncentrisanim parametrima kao što su redni ili otočni kalemovi i otočni kondenzatori, kao i otpornici mogu jednostavno modelovati. Redno vezani kondenzatori se ne mogu na ovaj način uključiti u proračun, već posebnom metodom modifikovanih koeficijenata prelamanja.

3.4 Modifikovani koeficijenti prelamanja

Metoda modifikovanih koeficijenata prelamanja [28] omogućava rešavanje mreža sa raspoređenim parametrima u kojima postoji redna veza kondenzatora između dva voda.

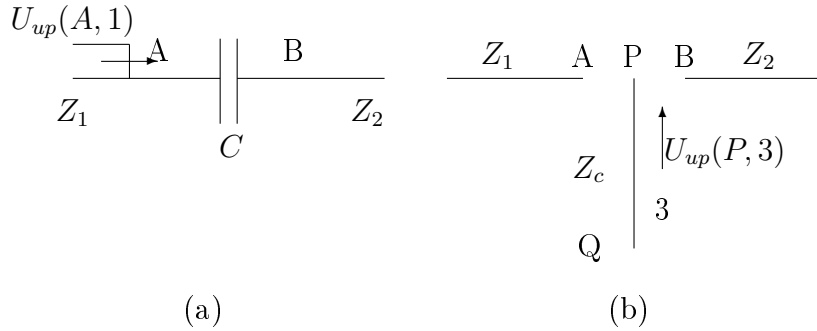
Ove slučajeve nije moguće rešiti klasičnim ekvivalentiranjem koncentrisanih elemenata vodovima.

3.4.1 Modelovanje redno vezanog kondenzatora vodom

Na slici 3.20 (a) prikazana je redna veza kondenzatora C između dva voda karakterističnih impedansi Z_1 i Z_2 , a na slici 3.20 (b) model koji se sastoji od tri voda, od kojih srednji kratak idealan vod otvoren na drugom kraju, koji služi za ekvivalentiranje kapacitivnosti, nije priključen direktno na ostale vodove, već se napon na njemu računa posebnim postupkom. Ekvivalentni vod ima karakterističnu impedansu:

$$Z_c = \frac{T_c}{C} \quad (3.134)$$

gde je T_c vreme prostiranja talasa po ekvivalentnom vodu.



Slika 3.20: Modelovanje rednog kondenzatora ekvivalentnim vodom

Čvor P na ekvivalentnom vodu nije galvanski odvojen od čvorova A i B , već se uzima kao sastavni deo složenog čvora u kome se prelomljeni i odbijeni talasi računaju posebnim postupkom.

Koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 1 dolazi u tačku A , na osnovu koga se određuje vrednost napona u tački A ima oblik:

$$\alpha_{A1} = \frac{2(Z_c + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.135)$$

Napon u čvoru A samo usled nailaska upadnog talasa $U_{up}(A, 1)$ u čvor A po vodu 1 je:

$$U_{A1} = \alpha_{A1} U_{up}(A, 1) \quad (3.136)$$

Koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 1 dolazi u tačku A i prelama se na ekvivalentni vod, na osnovu koga se računa napon u tački P , ima oblik:

$$\alpha_{P1} = \frac{2Z_c}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.137)$$

Napon u čvoru P usled nailaska upadnog talasa $U_{up}(A, 1)$ u čvor A po vodu 1 je:

$$U_{P1} = \alpha_{P1} U_{up}(A, 1) \quad (3.138)$$

Koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 1 dolazi u tačku A i prelama se na vod 2, na osnovu koga se računa napon u tački B , ima oblik:

$$\alpha_{B1} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.139)$$

Napon u čvoru B usled nailaska upadnog talasa $U_{up}(A, 1)$ u čvor A po vodu 1 je:

$$U_{B1} = \alpha_{B1} U_{up}(A, 1) \quad (3.140)$$

Analogno bi se odredili koeficijenti prelamanja za talas koji po vodu 2 dolazi u tačku B i prelama se i prenosi se na ekvivalentni vod i prenosi se na vod 1.

Talas koji se preneo na ekvivalentni vod putuje do njegovog kraja i totalno se odbija od tačke Q . Ovaj talas, posle nailaska u tačku P se prelama. Napon u tački P usled nailaska upadnog talasa po ekvivalentnom vodu u tačku P izračunava se na osnovu izraza:

$$U_{P3} = \alpha_{PP} U_{up}(P, 3) \quad (3.141)$$

gde su:

$$\alpha_{PP} = \frac{2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.142)$$

$U_{up}(P, 3)$ –upadni talas koji po ekvivalentnom vodu nailazi u čvor P .

Koeficijent prelamanja za talas koji po ekvivalentnom vodu dolazi u tačku P i prelama se na vod 1 je:

$$\alpha_{PA} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.143)$$

Napon u čvoru A usled talasa koji po ekvivalentnom vodu dolazi u čvor P i prelama sa na vod 1 je:

$$U_{A3} = \alpha_{PA} U_{up}(P, 3) \quad (3.144)$$

Koeficijent prelamanja za talas koji po ekvivalentnom vodu dolazi u tačku P i prelama se na vod 2 je:

$$\alpha_{PB} = -\frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_c} \quad (3.145)$$

Napon u čvoru B usled talasa koji po ekvivalentnom vodu dolazi u čvor P i prelama sa na vod 2 je:

$$U_{B3} = \alpha_{PB} U_{up}(P, 3) \quad (3.146)$$

Ukoliko bi posmatrali upadni talas koji nailazi po vodu 2 u čvor B , tada bi se modifikovani koeficijenti odredili identičnim postupkom.

Važno je naglasiti da koeficijent prelamanja iz čvora P ka čvoru A , na koji nailazi inicijalni talas, ima različit znak od koeficijenta prelamanja iz čvora P ka čvoru B .

Ako smatramo da inicijalni talas dolazi po vodu 1, tada se naponi u pojedinim čvorovima mogu sračunavati vodeći računa o simultanom dejstvu upadnog talasa po vodu 1 i talasa koji dolazi po ekvivalentnom vodu u tačku P . Napon u čvoru A je:

$$U_A = U_{A1} + U_{A3} = \alpha_{A1}U_{up}(A, 1) + \alpha_{AP}U_{up}(P, 3) \quad (3.147)$$

Napon u čvoru B je:

$$U_B = U_{B1} + U_{B3} = \alpha_{AB}U_{up}(A, 1) + \alpha_{PB}U_{up}(P, 3) \quad (3.148)$$

Napon u čvoru P na ekvivalentnom vodu usled nailaska prenapona samo povodu 1 u čvor A je:

$$U_P = \alpha_{AP}U_{up}(A, 1) + \alpha_{PP}U_{up}(P, 3) \quad (3.149)$$

Iz čvora P kreće odbijena komponenta napona:

$$U_{odP} = U_P - U_{up}(P, 3) \quad (3.150)$$

Ukoliko bi istovremeno dolazio upadni talas i po vodu 2, tada bi trebalo vršiti proračun napona nezavisno za pojedine upadne naponske talase, a na kraju superponirati napone u čvorovima A i B usled pojedinih upadnih talasa. Pri tome se moraju nezavisno posmatrati naponi na pomoćnom vodu nastali usled dejstva inicijalnog talasa koji dolazi po vodu 1, odnosno po vodu 2.

Redna veza kondenzatora se najčešće koristi kod modelovanja kapacitivnog prenošenja prenapona sa jednog na drugi namotaj transformatora.

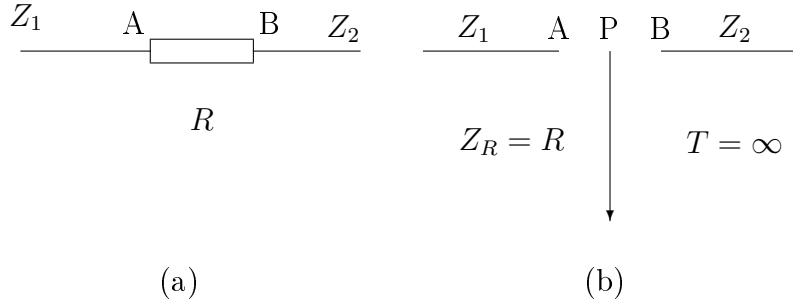
3.4.2 Modelovanje redno vezanog otpornika

U slučaju redno vezanog otpornika se formira slična zamenska šema kao u slučaju redno vezanog kondenzatora. Jedina razlika je u tome što je ekvivalentni vod beskonačne dužine, a njegova karakteristična impedansa $Z_R = R$. Postupak ekvivalentiranja prikazan je na slici 3.21. Proračun napona se vrši na identičan način kao u slučaju rednog kondenzatora, jedino što po ekvivalentnom vodu ne postoji upadni talas u čvor P . Napon u čvoru A usled nailaska upadnog talasa $U_{up}(A, 1)$ u čvor A po vodu 1 je:

$$U_A = \alpha_{A1}U_{up}(A, 1) \quad (3.151)$$

Napon u čvoru B usled nailaska upadnog talasa $U_{up}(A, 1)$ u čvor A po vodu 1 je:

$$U_B = \alpha_{B1}U_{up}(A, 1) \quad (3.152)$$



Slika 3.21: Ekvivalentiranje redno vezanog otpornika vodovima

Modifikovani koeficijenti prelamanja se dobijaju iz sledećih izraza:

$$\alpha_{A1} = \frac{2(R + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + R} \quad (3.153)$$

$$\alpha_{B1} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2 + R} \quad (3.154)$$

Pad napona na otporniku se izračunava kao napon u čvoru P na ekvivalentnom vodu, odnosno:

$$U_P = \alpha_{P1} U_{up}(A, 1) \quad (3.155)$$

gde je:

$$\alpha_{P1} = \frac{2R}{Z_1 + Z_2 + R} \quad (3.156)$$

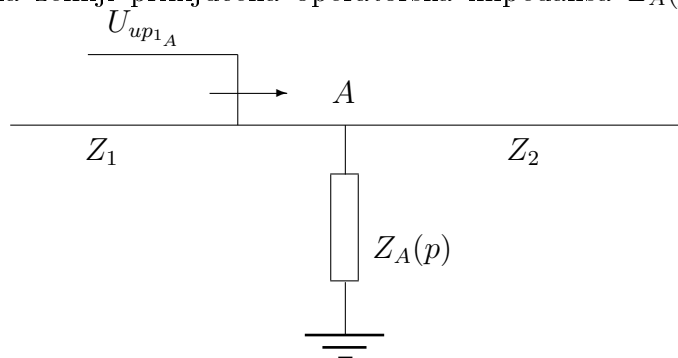
Na ovaj način se mogu jedinstvenim postupkom rešavati prelazni procesi u šemama u kojima se pojavljuju koncentrisane otpornosti, kao naprimer otpornosti uzemljenja elemenata postrojenja ili stubova za nadzemne vodove.

3.5 Petersenovo pravilo

Za rešavanje problema prelamanja talasa u slučaju nailaska talasa na čvorne tačke u kojima se sučeljavaju vodovi i koncentrisani elementi koristi se postupak koji se naziva **Petersenovim pravilom**. Prema ovom postupku se svi vodovi zamenjuju koncentrisanim otpornostima koje su brojno jednake karakterističnim impedansama vodova. Vod po kome nailazi prenaponski talas ili ekvivalentni vod po kome nailazi ekvivalentni talas modeluju se naponskim izvorom čija je elektromotorna sila jednaka dvostrukoj vrednosti upadnog talasa, a unutrašnja otpornost izvora jednaka karakterističnoj impedansi voda po kome se talas prostire. Koncentrisani elementi u posmatranoj čvornoj tački u kojoj se

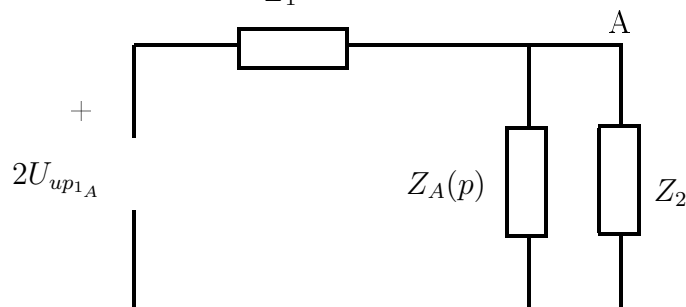
dogadja prelamanje talasa se predstavljaju svojim operatorskim impedansama. Zamenska šema dobijena ovim postupkom naziva se **Petersenovom šemom**.

Na sl. 3.22 prikazan je slučaj nailaska prenaponskog talasa u čvornu tačku A u kojoj je otočno prema zemlji priključena operatorska impedansa $Z_A(p)$. Na slici 3.23



Slika 3.22: Nailazak upadnog prenaponskog talasa u čvornu tačku sa otočno vezanom koncentrisanom impedansom

prikazana je ekvivalentna Petersenova šema za taj slučaj. Vod po kome nailazi upadni talas zamenjen je otpornikom čija je vrednost Z_1 , a upadni talas izvorom elektromotorne sile $E = 2U_{up1A}$. Beskonačno dugačak vod po kome se prelomljeni talas prostire dalje od tačke A zamenjuje se koncentrisanom otpornošću vrednosti Z_2 koja je vezana izmedju čvorne tačke A i zemlje. Ulazna impedansa voda 2 gledana iz tačke A zaista je jednaka karakterističnoj impedansi voda, pa se zato može formirati ovakva ekvivalentna šema. U

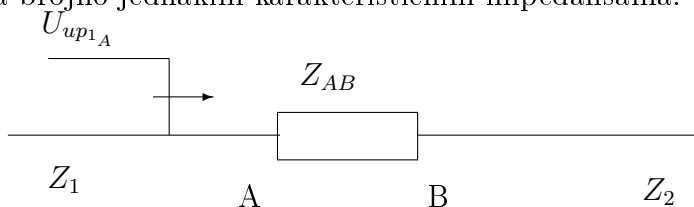


Slika 3.23: Primena Petersenovog pravila na šemu sa koncentrisanom impedansom u čvornoj tački A

slučaju kada se izmedju tačke nehomogenosti A i zemlje nalazi priključen element $Z_A(p)$ predstavljen svojom koncentrisanom operatorskom impedansom, vremenski oblik napona se može jednostavno odrediti formiranjem zamenske šeme sa koncentrisanim elementima po Petersenovom pravilu i odredjivanjem inverzne Laplasove transformacije napona izračunatog u tački A u tako formiranoj šemi.

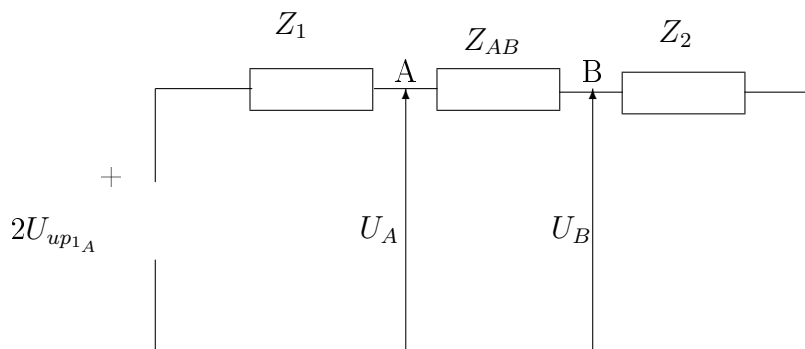
Petersenovo pravilo se može primenjivati i na koncentrisane elemente priključene između dva dovoljno dugačka voda, kao na slici 3.24.

U tom slučaju se primenjuje isto pravilo po kome se vodovi zamenjuju koncentrisanim otpornostima brojno jednakim karakterističnim impedansama. Petersenova šema za



Slika 3.24: Nailazak upadnog talasa na redno vezani koncentrisani element između tačaka A i B u šemi sa rasporedjenim parametrima

ovaj slučaj data je na slici 3.25.



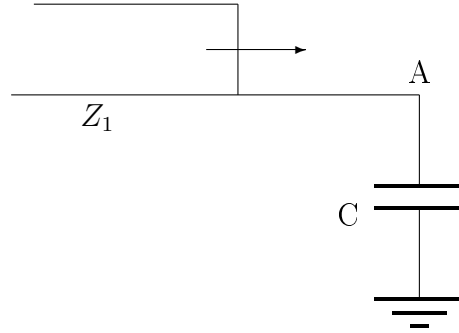
Slika 3.25: Primena Petersenovog pravila na redno vezane koncentrisane elemente

Radi ilustracije će biti prikazana primena Petersenovog pravila na jednostavnim praktičnim primerima.

3.5.1 Kondenzator priključen na kraju voda

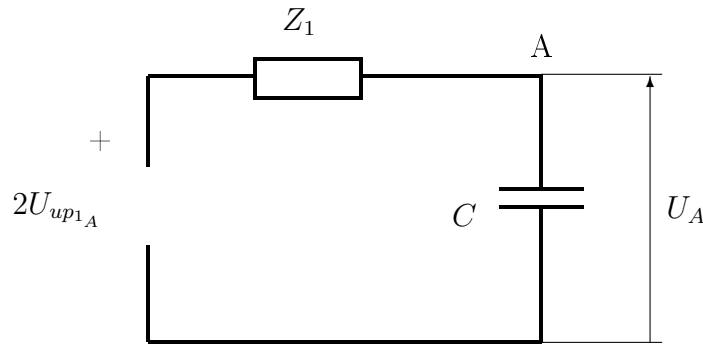
Pri modelovanju brzih elektromagnetskih prelaznih procesa nastalih atmosferskim pražnjenjem u elemente elektroenergetskog sistema energetske i merni transformatori se mogu jednostavno zameniti samo svojim ulaznim kapacitetom namotaja. Tako dobijena zamenska šema je jednostavna, a dovoljno tačna za procene ugroženosti izolacije od atmosferskih prenapona.

Radi ilustracije uticaja ulaznog kapaciteta namotaja transformatora na deformaciju talasa atmosferskog prenapona posmatran je slučaj voda po kome nailazi prenaponski talas pravougaonog čela i beskonačnog trajanja. Na kraju voda je priključen transformator koji se zamenjuje u ekvivalentnoj šemi kondenzatorom prema zemlji, kao na slici 3.26.



Slika 3.26: Nailazak pravougaonog talasa beskonačnog trajanja na kondenzator

Primenom Petersenovog pravila može se formirati zamenska šema sa koncentrisanim parametrima za proračun napona na kondenzatoru kao na slici 3.27.



Slika 3.27: Petersenova šema voda sa kondenzatorom na kraju

Na osnovu šeme sa slike 3.27 može se odrediti napon na kondenzatoru C u zavisnosti od amplitude upadnog prenaponskog talasa. Talasni oblik upadnog napona može se prikazati u vremenskom domenu sledećom funkcijom.

$$u_{up1A}(t) = U_m h(T) \quad (3.157)$$

Laplasova transformacija napona na kondenzatoru ima oblik:

$$U_c(p) = \frac{2U_m}{p(Z_1 C p + 1)} \quad (3.158)$$

gde su:

U_m – amplituda prenaponskog talasa,

Z_1 – karakteristična impedansa voda,

C – ulazna kapacitivnost namotaja transformatora,

p – Laplasov operator,

$h(t)$ – jedinična odskočna funkcija.

Primenom inverzne Laplasove transformacije dobija se vremenska promena napona na kondenzatoru, koja ima sledeći analitički oblik:

$$u_c(t) = 2U_m(1 - e^{-t/T})h(t) \quad (3.159)$$

gde su:

$T = Z_1 C$ – vremenska konstanta kola,

$h(t)$ – jedinična odskočna funkcija koja pokazuje da u bilo kom trenutku $t < 0$ nije bilo napona na kondenzatoru.

Odbijena komponenta napona koja se vraća nazad od tačke A iznosi:

$$u_{od1_A}(t) = u_c(t) - u_{up1_A}(t) \quad (3.160)$$

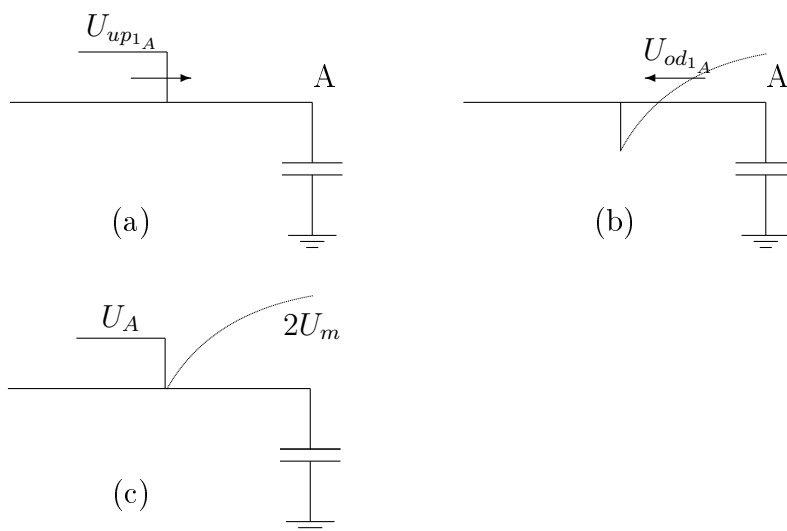
Kada se izračuna odbijena komponenta napona, dobija se:

$$u_{od}(t) = U_m[1 - 2e^{-t/T}]h(t) \quad (3.161)$$

Na slici 3.28 prikazan je vremenski oblik upadnog talasa (a), prostorna raspodela odbijenog talasa (b), kao i prostorna raspodela ukupnog napona (c).

Može se uočiti da kondenzator ima osobinu da smanjuje strminu prenaponskih talasa. U prvom trenutku nakon nailaska čela talasa kondenzator C se ponaša kao mesto kratkog spoja za visokofrekventne harmonike napona na čelu, usled čega je u trenutku nailaska talasa napon na kondenzatoru praktično jednak nuli.

Posle dovoljno dugog vremena prelazni režim na kondenzatoru se završava i talas napona beskonačnog trajanja se ponaša kao izvor jednosmernog napona, za koji kondenzator predstavlja mesto gde je vod otvoren. Zato se posle završetka prelaznog procesa na tom mestu napon udvostručava. Ukoliko bi transformator imao beskonačno veliku ulaznu impedansu ($C \rightarrow 0$), nailazak prenaponskog talasa bi izazvao trenutno udvostručenje napona, što bi bilo znatno opasnije za izolaciju transformatora.

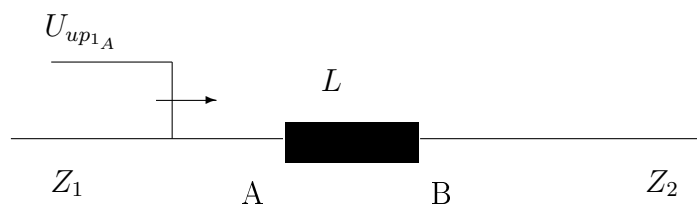


Slika 3.28: (a) Vremenska promena upadnog talasa, (b) Prostorna raspodela odbijenog talasa, (c) Prostorna raspodela ukupnog napona na vodu.

3.5.2 Redna veza induktivnosti

Redna ili otočna induktivnost se vrlo retko koristi u modelovanju mreža pri analizi atmosferskih prenapona. Elementi koji se ponekad zamenjuju rednom induktivnošću su reaktor za ograničenje struje kratkog spoja ili model uzemljivača u udarnom periodu u kome njegova induktivnost ima izuzetno značajnu funkciju.

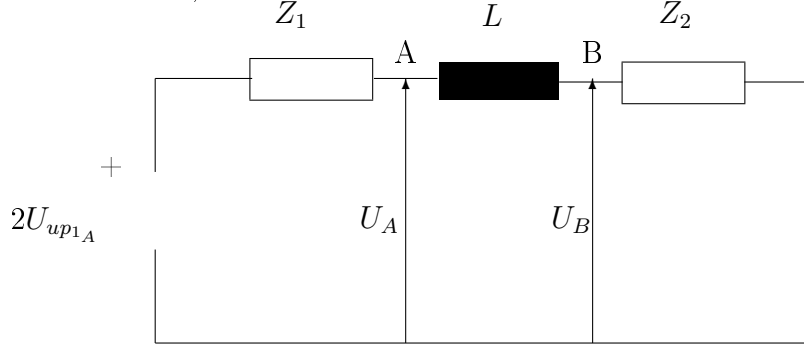
Na slici 3.29 prikazana je redna veza induktivnosti izmedju dva duga voda karakterističnih impedansi Z_1 i Z_2 . Upadni talas se prostire po vodu 1 ka čvoru A.



Slika 3.29: Nailazak prenaponskog talasa na redno vezanu induktivnost

Primenom Petersenovog pravila može se formirati ekvivalentna šema sa koncentrisanim parametrima na osnovu koje se određuje vremenska promena napona ispred i iza

redno vezane induktivnosti, u tačkama A i B .



Slika 3.30: Ekvivalentna Petersenova šema za slučaj redno vezane induktivnosti

Na osnovu zamenske šeme sa slike 3.30 mogu se odrediti Laplasove transformacije napona u tačkama A i B za slučaj talasa pravougaonog čela:

$$U_A(p) = \frac{2U_m}{p} \frac{Lp + Z_2}{Lp + Z_1 + Z_2} \quad (3.162)$$

i

$$U_B(p) = \frac{2U_m}{p} \frac{Z_2}{Lp + Z_1 + Z_2} \quad (3.163)$$

Primenom inverzne Laplasove transformacije dobija se vremenska promena napona u tačkama A i B :

$$u_A(t) = U_m \left[\frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} e^{-t/T} \right] h(t) \quad (3.164)$$

i

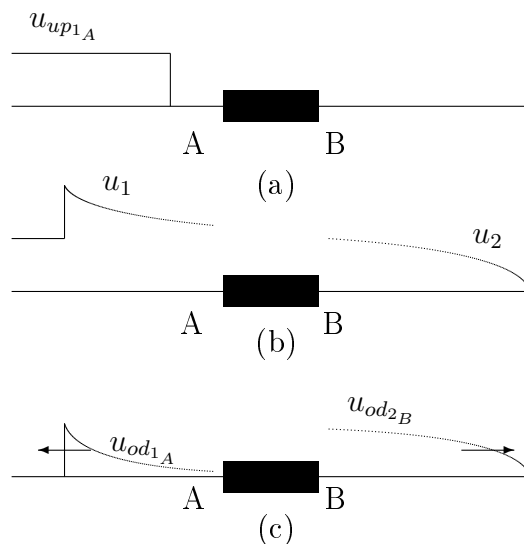
$$u_B(t) = U_m \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} (1 - e^{-t/T}) h(t) \quad (3.165)$$

gde je: $T = L/(Z_1 + Z_2)$ – vremenska konstanta kola. Odbijena komponenta napona od tačke A koja se vraća unazad povodu 1 je:

$$u_{od1_A} = U_m \left[\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} + \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} e^{-t/T} \right] h(t) \quad (3.166)$$

Prelomljeni talas koji se prostire od tačke B povodu 2 jednak je naponu u tački B , jer povodu 2 nema drugih komponenti napona.

Na slici 3.31 (a) prikazan je upadni talas, na slici (b) prostorna raspodela ukupnog napona ispred i iza induktivnosti posle prelamanja i refleksije, a na slici (c) prostorna raspodela odbijenog napona od tačke A i napona nakon prelamanja u tački B .



Slika 3.31: (a) Prostorna raspodela upadnog napona, (b) prostorna raspodela ukupnog napona na vodu 1 i 2, (c) prostorna raspodela odbijenog napona od tačke A i napona nakon prelamanja u tački B.

Može se uočiti da se u trenutku nailaska talasa na induktivnost napon u tački A povećava do dvostruke vrednosti, da bi se zatim postepeno napon smanjivao do vrednosti koja bi odgovarala slučaju prelamanja talasa sa voda karakteristične impedanse Z_1 na vod karakteristične impedanse Z_2 bez prisustva induktivnosti. Zbog toga je neophodno primenjivati mere zaštite od visokih prenaponskih talasa na elementima koji se odlikuju velikom induktivnošću, a imaju zanemarljivu kapacitivnost.

3.6 Metode proračuna talasnih procesa na vodovima

U ovom poglavlju će biti opisane metode koje omogućavaju posmatranje višestrukih refleksija na idealnim vodovima ili vodovima na kojima je ispunjen Hevisajdov uslov. Metode se mogu primenjivati u grafoanalitičkom obliku za rešavanje jednostavnijih slučajeva talasnih procesa ili u numeričkom obliku kod metoda za procenu ugroženosti izolacije od atmosferskih prenapona korišćenjem računara.

3.6.1 Metoda mrežnog dijagrama

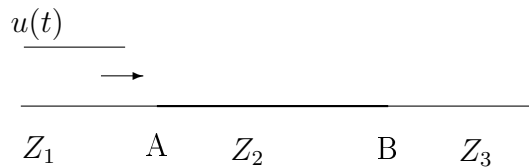
Metodu mrežnog dijagrama razvio je Bewely (Bjuli) [3] pre početka korišćenja računara za proračun talasnih prelaznih režima, omogućivši postupak za jednostavno sistematsko praćenje talasa pri pojavi višestrukih refleksija na vodovima.

Metoda mrežnog dijagrama predstavlja jednostavan analitički postupak za analizu

višestrukih refleksija u linearnim mrežama sastavljenim isključivo od vodova. Metoda će biti objašnjena na nekoliko jednostavnih primera.

Serijska veza tri voda različitih karakterističnih impedansi

Na slici 3.32 prikazana je ekvivalentna šema sistema koji se sastoji iz tri redno vezana voda različitih karakterističnih impedansi. Ovakav slučaj se može sresti u praksi prilikom korišćenja kablovskih vodova za ukrštanje sa određenim preprekama kao što su saobraćajnice ili reke.



Slika 3.32: Redna veza tri voda različitih karakterističnih impedansi

Po prvom vodu nailazi talas koji se može modelovati linearno rastućim čelom i konstantnim začeljem. Ovaj talas izaziva na srednjem vodu višestruke refleksije talasa.

Upadni naponski talas se može modelovati sledećom analitičkom funkcijom:

$$u(t) = a [th(t) - (t - T_c)h(t - T_c)] \quad (3.167)$$

gde su:

a –strmina čela naponskog talasa,

T_c –vreme trajanja čela talasa,

$h(t)$ –jedinična odskočna funkcija.

Koeficijenti prelamanja u tačkama A i B su:

$\alpha_{1A} = \frac{2Z_2}{Z_1+Z_2}$ –koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 1 nailazi u tačku A ,

$\alpha_{2A} = \frac{2Z_1}{Z_1+Z_2}$ –koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 2 nailazi u tačku A ,

$\alpha_{2B} = \frac{2Z_3}{Z_2+Z_3}$ –koeficijent prelamanja za talas koji po vodu 2 nailazi u tačku B .

Koeficijenti odbijanja za tačke A i B imaju sledeći oblik:

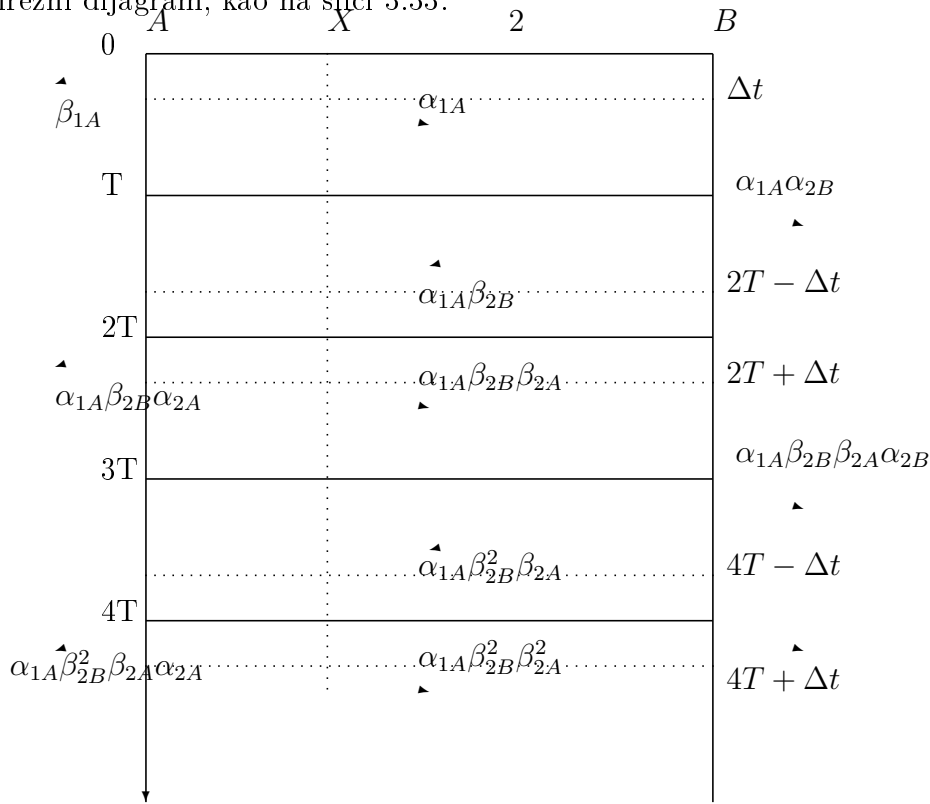
$$\beta_{1A} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \text{--koeficijent odbijanja za talas koji po vodu 1 dolazi u tačku } A,$$

$$\beta_{2A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{--koeficijent odbijanja za talas koji po vodu 2 dolazi u tačku } A,$$

$$\beta_{2B} = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_2 + Z_3} \text{--koeficijent odbijanja za talas koji po vodu 2 dolazi u tačku } B.$$

Vreme prostiranja talasa po vodu 2 je $T = d/v$, gde je d dužina voda u m , a v brzina prostiranja u m/s .

Da bi se napisao analitički izraz za napon u bilo kojoj tački na vodu mora se prethodno nacrtati mrežni dijagram, kao na slici 3.33.



Slika 3.33: Mrežni dijagram za tri redno vezana voda

Na apscisnu osu se nanosi rastojanje, a na ordinatnu osu koja je orijentisana naniže, nanosi se vreme izraženo kao multipl vremena prostiranja talasa.

Prenaponski talas koji nailazi po vodu 1 u tačku A prelama se sa koeficijentom α_{1A} , nastavljajući da putuje po vodu 2. Ovaj talas je krenuo iz tačke A u trenutku $t = 0$ i stiže u tačku B u trenutku $t = T$. Kretanje talasa od tačke A do tačke B označeno je pravom postavljenom pod nagibom koji je obrnuto srazmeran brzini prostiranja.

Njegova amplituda je $u(t)\alpha_{1A}$, jer je talas prelomljen u tački A sa koeficijentom α_{1A} .

Prilikom nailaska upadnog talasa u tačku A dolazi i do njegovog odbijanja nazad po vodu 1 sa koeficijentom odbijanja β_{1A} . Posle nailaska talasa koji putuje po vodu 2 do tačke B dolazi do njegovog odbijanja od tačke B sa koeficijentom β_{2B} . Ovaj talas se vraća nazad prema tački A po vodu 2. U tački B dolazi do prelamanja talasa sa koeficijentom α_{2B} . Prelomljeni talas nastavlja da putuje po trećem vodu.

Talas koji se vratio iz tačke B do tačke A u trenutku $t = 2T$ ponovo se odbija sa koeficijentom β_{2A} i vraća nazad prema tački B . Ujedno dolazi i do prelamanja talasa u tački A sa koeficijentom α_{2A} . Ovaj talas putuje nazad po vodu 1.

Iznad svake prave koja označava kretanje talasa ubeležena je vrednost koeficijenta prelamanja i odbijanja kojima treba množiti odgovarajuću vrednost napona za posmatrani trenutak i položaj upadnog naponskog talasa.

Ukupan napon u proizvoljnoj tački X na vodu 2 u bilo kom trenutku t može se dobiti sumiranjem svih komponentnih talasa koji se pojavljuju na mestu X , a koji su pretrpeli različit broj višestrukih refleksija.

Posle sumiranja svih komponentnih napona, vodeći računa o koeficijentima prelamanja i odbijanja sa mrežnog diagrama, može se napisati sledeći analitički izraz za vremensku promenu napona u tački X :

$$\begin{aligned}
 u_X(t) = & \alpha_{1A}u(t - \Delta t)h(t - \Delta t) + \\
 & + \alpha_{1A}\beta_{2B}u[t - (2T - \Delta t)]h[t - (2T - \Delta t)] + \\
 & + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}u[t - (2T + \Delta t)]h[t - (2T + \Delta t)] + \\
 & + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}u[t - (4T - \Delta t)]h[t - (4T - \Delta t)] + \\
 & + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2u[t - (4T + \Delta t)]h[t - (4T + \Delta t)] + \dots
 \end{aligned}
 \tag{3.168}$$

U gornjem izrazu $u[t - (2nT - \Delta t)]h[t - (2nT - \Delta t)]$ označava da se talas $u(t)$ pojavljuje prvi put u trenutku $t = 2nT - \Delta t$.

Ako se u izraz 3.168 zameni izraz za upadni talas 3.167 dobija se sledeći izraz za vremensku promenu napona u tački X :

$$\begin{aligned}
u_X(t) = & \alpha_{1A}a(t - \Delta t)h(t - \Delta t) - \\
& -\alpha_{1A}a(t - T_c - \Delta t)h(t - T_c - \Delta t) + \\
& +\alpha_{1A}\beta_{2B}a[t - (2T - \Delta t)]h[t - (2T - \Delta t)] - \\
& -\alpha_{1A}\beta_{2B}a[t - T_c - (2T - \Delta t)]h[t - T_c - (2T - \Delta t)] + \\
& +\alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}a[t - (2T + \Delta t)]h[t - (2T + \Delta t)] - \\
& -\alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}a[t - T_c - (2T + \Delta t)]h[t - T_c - (2T + \Delta t)] + \\
& +\alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}a[t - (4T - \Delta t)]h[t - (4T - \Delta t)] - \\
& -\alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}a[t - T_c - (4T - \Delta t)]h[t - T_c - (4T - \Delta t)] + \\
& +\alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}a[t - (4T + \Delta t)]h[t - (4T + \Delta t)] - \\
& -\alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}a[t - T_c - (4T + \Delta t)]h[t - T_c - (4T + \Delta t)] + \dots
\end{aligned} \tag{3.169}$$

Na osnovu analitičkog izraza 3.169 zamenom odgovarajućih brojnih podataka može se nacrtati vremenski dijagram napona u čvoru X . Radi ilustracije će biti usvojeni sledeći brojni podaci:

- –Strmina talasa $a = 1000kV/\mu s$
- –Vreme linearno rastućeg čela talasa $T_c = 1\mu s$
- –Vreme prostiranja talasa po drugomvodu $T = 4\mu s$
- –Vreme prostiranja od tačke A do tačke X u kojoj se posmatra napon $\Delta T = 1\mu s$
- – karakteristične impedanse vodova $Z_1 = Z_3 = 400\Omega$, $Z_2 = 50\Omega$

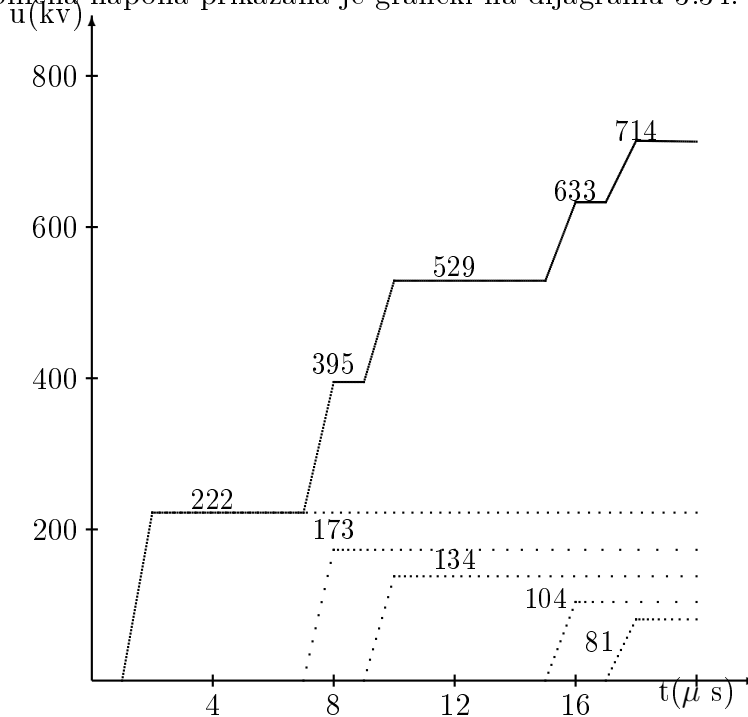
Koeficijenti prelamanja i odbijanja imaju sledeće vrednosti

$$\begin{aligned}
\alpha_{1A} &= 0,2222 \\
\beta_{2B} &= 0,7778 \\
\beta_{2A} &= 0,7778
\end{aligned}$$

Vremenska promena napona dobijena zamenom brojnih vrednosti u izraz 3.169, kada se članovi poredjaju po hronološkom redosledu ima sledeći numerički oblik:

$$\begin{aligned}
u_X(t) = & 222(t-1)h(t-1) - 222(t-2)h(t-2) + \\
& +173(t-7)h(t-7) - 173(t-8)h(t-8) - \\
& +134(t-9)h(t-9) - 134(t-10)h(t-10) + \\
& +104(t-15)h(t-15) - 104(t-16)h(t-16) - \\
& +81(t-17)h(t-17) - 81(t-18)h(t-18) + \dots
\end{aligned}
\tag{3.170}$$

Vremenska promena napona prikazana je grafički na dijagramu 3.34.



Slika 3.34: Vremenska promena napona u čvoru X posle nailaska talasa kosog čela i beskonačnog trajanja na redno vezane vodove

Tačkaste linije na slici 3.34 označavaju pojedine komponente napona, a puna linija predstavlja njihov zbir.

Na identičan način bi se mogla odrediti vremenska promena napona u bilo kojoj tački na vodovima 1, 2 ili 3 usled višestrukih refleksija.

Ako se pretpostavi da talas zadržava konstantnu vrednost na začelju u dužem vremenskom periodu, tada se može proceniti visina napona koja bi nastupila posle velikog broja refleksija. U ovom slučaju se može trajanje čela talasa T_c zanemariti u odnosu na ukupno trajanje talasa, pa se talas može zameniti odskočnom (Hevisajdovom) funkcijom

$u(t) = U_m \cdot h(t)$. U tački X se posle velikog broja refleksija uspostavlja sledeća vrednost napona:

$$U_X = U_m(\alpha_{1A} + \alpha_{1A}\beta_{2B} + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A} + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A} + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2 + \dots + \alpha_{1A}\beta_{2B}^n\beta_{2A}^{n-1} + \alpha_{1A}\beta_{2B}^n\beta_{2A}^n + \dots) \quad (3.171)$$

Posle pregrupisanja članova se dobija:

$$U_X = U_m\alpha_{1A}(1 + \beta_{2B})(1 + \beta_{2B}\beta_{2A} + \beta_{2B}^2\beta_{2A}^2 + \dots + \beta_{2B}^{n-1}\beta_{2A}^{n-1} + \beta_{2B}^n\beta_{2A}^n + \dots) \quad (3.172)$$

Kada se izvrši sumiranje prvih n članova reda, dobija se:

$$U_X(n) = U_m\alpha_{1A}(1 + \beta_{2B})\frac{1 + (\beta_{2A}\beta_{2B})^n}{1 - \beta_{2A}\beta_{2B}} \quad (3.173)$$

Ukoliko broj refleksija $n \rightarrow \infty$ dobija se:

$$U_X(n \rightarrow \infty) = U_m\alpha_{1A}(1 + \beta_{2B})\frac{1}{1 - \beta_{2A}\beta_{2B}} \quad (3.174)$$

Ako se zamene izrazi za koeficijente prelamanja i refleksija u izraz 3.174, dobija se:

$$U_X(n \rightarrow \infty) = \frac{2Z_3}{Z_1 + Z_3}U_m \quad (3.175)$$

Na osnovu gornje analize se može zaključiti da se na srednjem vodu posle velikog broja refleksija uspostavlja napon kao da se talas prelama direktno sa prvog na treći vod, a da srednji vod uopšte ne postoji. Ovo se može objasniti činjenicom da se posle velikog broja refleksija uspostavlja identičan napon duž celog srednjeg voda, tako da njegova dužina više nema nikakvog uticaja na visinu napona, pa se oba njegova kraja ponašaju kao jedna tačka koja je zajednička za oba voda.

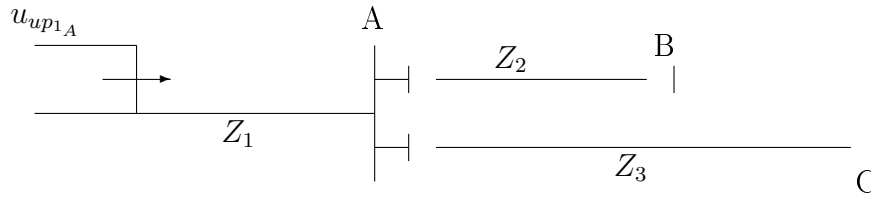
Više vodova sa zajedničkim čvorom

Na slici 3.35 je prikazana ekvivalentna šema sistema koja se sastoji od jednog beskonačno dugog voda karakteristične impedanse Z_1 koji je priključen u tački A za dva kabla različitih dužina d_1 i d_2 koja su na drugim krajevima otvorena.

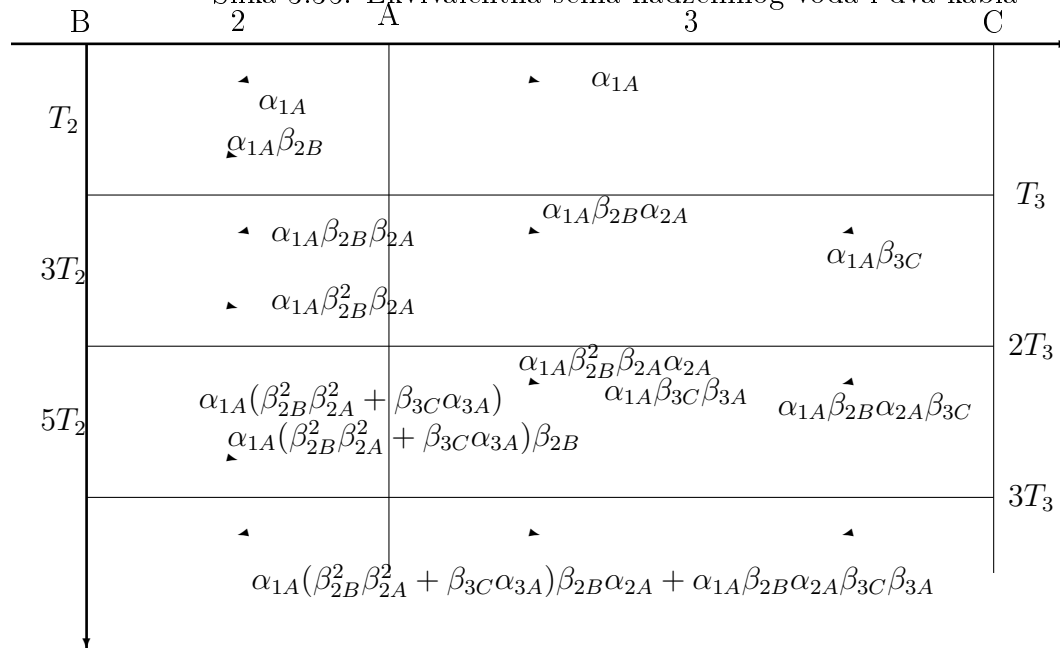
Mrežni dijagram je prikazan na slici 3.36. Radi lakše analize vod 2 nacrtan je levo, a vod 3 desno od zajedničke tačke A .

Napon u bilo kom čvoru se može dobiti sabiranjem svih naponskih talasa u tački u kojoj se određuje napon. Na primer, ako se određuje napon u tački B , tada analitički izraz pomoću koga se napon može izračunati ima oblik dat izrazom 3.176.

Oznake i numeričke vrednosti parametara iz relacije 3.176 imaju sledeće značenje:



Slika 3.35: Ekvivalentna šema nadzemnog voda i dva kabla



Slika 3.36: Mrežni dijagram za slučaj voda i dva kabla

- –Karakteristična impedansa voda 1 je $Z_1 = 390\Omega$,
- –karakteristične impedanse kablova 2 i 3 su $Z_2 = 40\Omega$ i $Z_3 = 40\Omega$,
- –vreme prostiranja duž voda 2 je $T_2 = 2\mu s$,
- –vreme prostiranja duž voda 3 je $T_3 = 4\mu s$,
- –upadni naponski talas koji dolazi po vodu 1 ka čvornoj tački \$A\$ se radi jednostavnosti zamenjuje talasom pravougaonog čela i beskonačnog trajanja, amplitude $U_m = 1000kV$.

$$\begin{aligned}
u_B(t) = & \alpha_{1A}(1 + \beta_{2B})u(t - T_2)h(t - T_2) + \\
& + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}(1 + \beta_{2B})u(t - 3T_2)h(t - 3T_2) + \\
& + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2(1 + \beta_{2B})u(t - 5T_2)h(t - 5T_2) + \\
& + \alpha_{1A}\beta_{3C}\alpha_{3A}(1 + \beta_{2B})u[t - (2T_3 + T_2)]h[t - (2T_3 + T_2)] + \dots
\end{aligned} \tag{3.176}$$

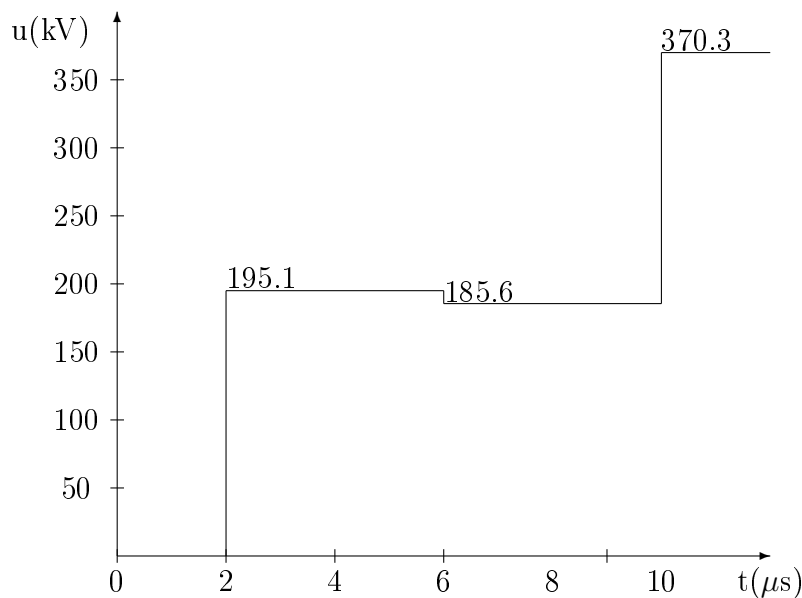
Posle izračunavanja se dobijaju sledeće vrednosti za koeficijente prelamanja i odbijanja:

$$\begin{aligned}
\alpha_{1A} &= 0.0975 \\
\alpha_{2A} &= 0.9512 \\
\alpha_{3A} &= 0.9512 \\
\beta_{2A} &= -0.0487 \\
\beta_{3A} &= -0.0487 \\
\beta_{2B} &= 1 \\
\beta_{3C} &= 1
\end{aligned}$$

Kada se numerički podaci zamene u izraz 3.176, dobija se sledeći brojni izraz:

$$u_B(t) = 195,122h(t - 2) - 9,518h(t - 6) + 184,7h(t - 10) \tag{3.177}$$

Vremenski dijagram kompletnog napona prikazan je na slici 3.37. Višestruke refleksije



Slika 3.37: Vremenski oblik napona u tački B

na kablovima dovode do oscilatornog prelaznog procesa čije su prve oscilacije prikazane

na slici 3.37. U realnom sistemu ne bi bile moguće promene napona koje se odvijaju beskonačnom strminom, već bi se uspostavljao prelazni proces sa konačnim strminama uspostavljanja napona.

3.6.2 Beržeronova grafoanalitička metoda

Beržeronova metoda je našla svoju prvu primenu u rešavanju talasnih procesa u hidraulici, a tek kasnije je počela da se primenjuje u proučavanju talasnih procesa pri brzim elektromagnetskim prelaznim režimima na vodovima. Metoda se može primenjivati u grafičkom i analitičkom obliku. Osnovna prednost Beržeronove grafičke metode u odnosu na sve ostale analitičke i grafoanalitičke metode za rešavanje talasnih procesa je u jednostavnom rešavanju prelaznih procesa u mrežama koje sadrže nelinearne elemente. Ovo je izuzetno važna osobina zbog potrebe rešavanja prelaznih procesa u šemama koje sadrže nelinearne otpornike u odvodnicima prenapona, koji predstavljaju glavno zaštitno sredstvo elemenata visokonaponskih postrojenja od atmosferskih prenapona.

Beržeronova metoda u analitičkom obliku se primenjuje uglavnom u numeričkim programima za proračun prelaznih režima, kao što je poznati program **EMTP**, koji je skraćenica od engleskog naziva **E**lectro**M**agnetic **T**ransient **P**rogram koji je opisan u [24] i [25].

Ukupan napon u bilo kojoj tački voda se može prikazati kao zbir direktnog i inverznog naponskog talasa:

$$u = U_d + U_i \quad (3.178)$$

Ukupna struja sa orijentacijom od početka ka kraju voda može se na isti način opisati pomoću zbira direktnog i inverznog strujnog talasa, koji se mogu izraziti preko naponskih talasa:

$$i = \frac{U_d}{Z_1} - \frac{U_i}{Z_1} \quad (3.179)$$

gde je Z_1 karakteristična impedansa posmatranog voda. Ako se relacija 3.179 pomnoži sa Z_1 i sabere sa relacijom 3.178, dobija se:

$$u + Z_1 i = 2U_d \quad (3.180)$$

Kada se relacija 3.179 pomnoži sa Z_1 i oduzme od relacije 3.178, dobija se:

$$u - Z_1 i = 2U_i \quad (3.181)$$

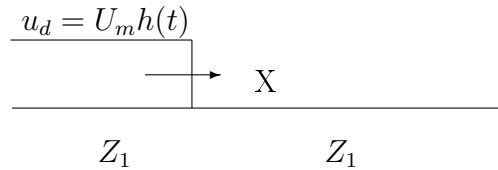
Relacije 3.180 i 3.181 predstavljaju prave linije u koordinatnom sistemu u kome apscisna osa odgovara struji, a ordinatna osa naponu. Relacija 3.180 se naziva **direktnom karakteristikom**, koja predstavlja prostiranje talasa u direktnom smeru (od početka ka kraju voda), a relacija 3.181 se naziva **inverznom karakteristikom** i predstavlja prostiranje talasa u obrnutom smeru.

Direktni i inverzni talasi mogu da imaju različite talasne oblike, ali se najčešće koristi talas pravougaonog čela i konstantnog začelja ili talas linearno rastućeg čela i konstantnog začelja.

Beržeronova metoda će biti objašnjena korak po korak na više jednostavnih primera.

Prostiranje pravougaonog talasa duž idealnog voda

Prostiranje talasa pravougaonog čela i beskonačnog trajanja duž voda karakteristične imedanse Z_1 će biti objašnjeno pomoću Beržeronove metode na primeru. Ekvivalentna šema prikazana je na slici 3.38, gde $h(t)$ predstavlja jediničnu odskočnu funkciju.

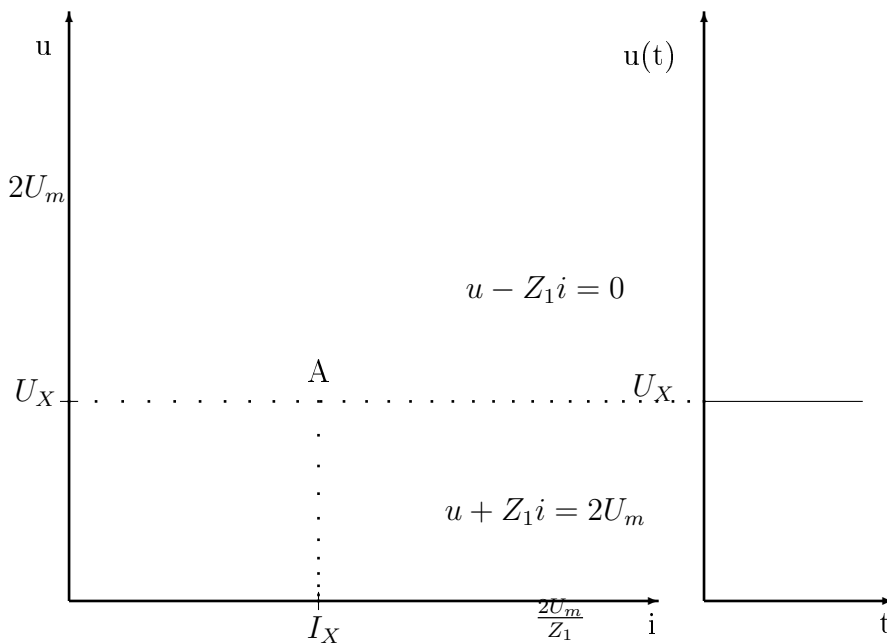


Slika 3.38: Ekvivalentna šema za objašnjenje procesa prostiranja talasa duž idealnog voda

Na slici 3.39 prikazan je Beržeronov dijagram za direktni talas pravougaonog čela čija je amplituda U_m . Pretpostavljeno je da inverznog talasa uopšte nema. Prave linije koje odgovaraju izrazima 3.180 i 3.181 su nacrtane na dijagramu. Amplituda napona U_X i struje I_X u čvoru X mogu se odrediti u preseku pravih definisanih direktnom i inverznom karakteristikom. Vremenski dijagram napona je nacrtan na desnoj strani dijagrama u istoj razmeri kao i Beržeronov dijagram.

Amplituda napona u čvoru X jednaka je amplitudi direktne komponente napona $U_1 = U_m$, a amplituda struje na vodu 1 jednaka je direktnoj komponenti struje $I_1 = \frac{U_m}{Z_1}$ jer su direktna i inverzna karakteristika određene pravama pod uglovima α , odnosno $180^\circ - \alpha$ prema horizontali, koji zavise samo od karakteristične imedanse Z_1 , pa daju upravo gornje parametre režima.

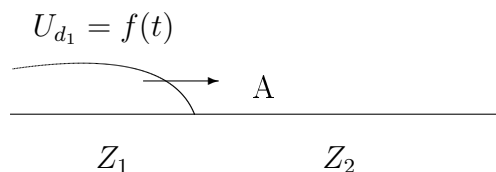
Beržeronov dijagram na slici 3.39 opisuje proces u čvoru X u trenutku nailaska direktnog talasa u čvor X . Usvajamo upravo taj trenutak za referentno vreme $t = 0$. Za bilo koji vremenski trenutak $t > 0$ Beržeronov dijagram ostaje nepromenljiv, samo se sa porastom vremenske koordinate t i tačka posmatranja pojave X pomera brzinom prostiranja talasa v u pravcu od početka ka kraju voda.



Slika 3.39: Beržeronov dijagram za jedan vod

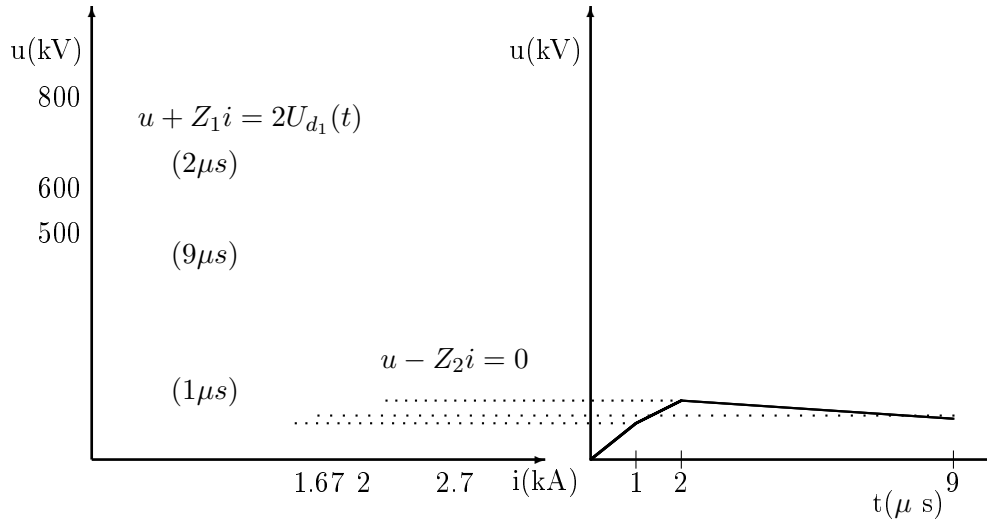
Modelovanje prelamanja talasa u tački nehomogenosti na vodu

Na slici 3.40 je prikazan sistem koji se sastoji od dva beskonačno duga voda karakterističnih impedansi Z_1 i Z_2 koji se sučeljavaju u zajedničkoj tački A . Direktan talas koji nailazi po vodu 1 se modeluje sa više diskretnih tačaka u cilju objašnjenja metode u naj-generalnijem obliku. Po vodu 2 uopšte ne postoji inverzni naponski talas koji bi se kretao ka tački A . Numerički podaci o parametrima sistema su:



Slika 3.40: Ekvivalentna šema za posmatranje prelamanja talasa složenog oblika u tački nehomogenosti

- karakteristična impedansa prvog voda $Z_1 = 300\Omega$,
- karakteristična impedansa drugog voda $Z_2 = 50\Omega$,
- vremenska zavisnost direktnog naponskog talasa koji se prostire po prvom vodu data je u tablici:



Slika 3.41: Beržeronov dijagram za napon u zajedničkoj čvornoj tački pri nailasku direktnog talasa složenog vremenskog oblika

$t_i (\mu s)$	1	2	9
$U_{d1}(t_i) (kV)$	250	400	300

U svakom vremenskom trenutku t_i u Beržeronovom dijagramu se konstruiše nova direktna karakteristika prema izrazu 3.180 koja se dobija zamenom numeričke vrednosti karakteristične impedanse prvog voda, odnosno:

$$u + 300i = 2U_{d1}(t_i) \quad (3.182)$$

gde je t_i posmatrani vremenski momenat.

Režim u zajedničkom čvoru A oba voda se dobija u preseku direktne karakteristike prvog voda date relacijom 3.182 i inverzne karakteristike drugog voda koja se dobija zamenom brojne vrednosti karakteristične impedanse drugog voda u izraz 3.181:

$$u - 50i = 0 \quad (3.183)$$

Inverzni talas povodu 2 je nula, pa je zamenjena ova vrednost u izraz 3.183.

Beržeronov dijagram za posmatrane vremenske trenutke $t_i(\mu s) = 1, 2, 9$ dat je na slici 3.41. Pored svake direktne karakteristike obeležen je i trenutak pojave napona u tački A. Za svaku presečnu tačku direktne karakteristike voda 1 i inverzne karakteristike voda 2, vrednost napona je prenesena tačkastim linijama na vremenski dijagram sa desne strane slike. Na ovaj način se direktno dobija vremenska promena napona iz Beržeronovog dijagrama.

Vremenska promena struje može se dobiti na sličan način prenoseći vrednost struje koja odgovara svakoj tački preseka karakteristika na poseban dijagram za struje. Vremenska promena struje obično nije od velikog interesa za rešavanje praktičnih problema

koordinacije izolacije, osim pri analizi energetskog naprezanja nelinearnih otpornika odvodnika prenapona.

Ukoliko bi u tački A vod 1 bio otvoren, tada bi se smatralo da je karakteristična impedansa drugog voda beskonačno velika, pa bi inverzna karakteristika drugog voda bila data relacijom:

$$i = 0 \quad (3.184)$$

Režimska tačka bi se u tom slučaju dobijala u preseku direktne karakteristike prvog voda i ordinatne ose koja predstavlja inverznu karakteristiku drugog voda. Napon u presečnoj tački bi bio jednak dvostrukoj vrednosti upadnog talasa, a struja je jednaka nuli.

Na sličan način, ako bi prvi vod bio spojen sa zemljom u tački A , inverzna karakteristika drugog voda bi bila data relacijom:

$$u = 0 \quad (3.185)$$

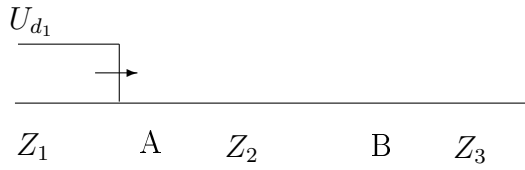
Režim bi se u ovom slučaju dobio u preseku direktne karakteristike prvog voda i apscisne ose. Napon u toj tački je nula, a struja:

$$i = \frac{2U_{d1}(t)}{Z_1} \quad (3.186)$$

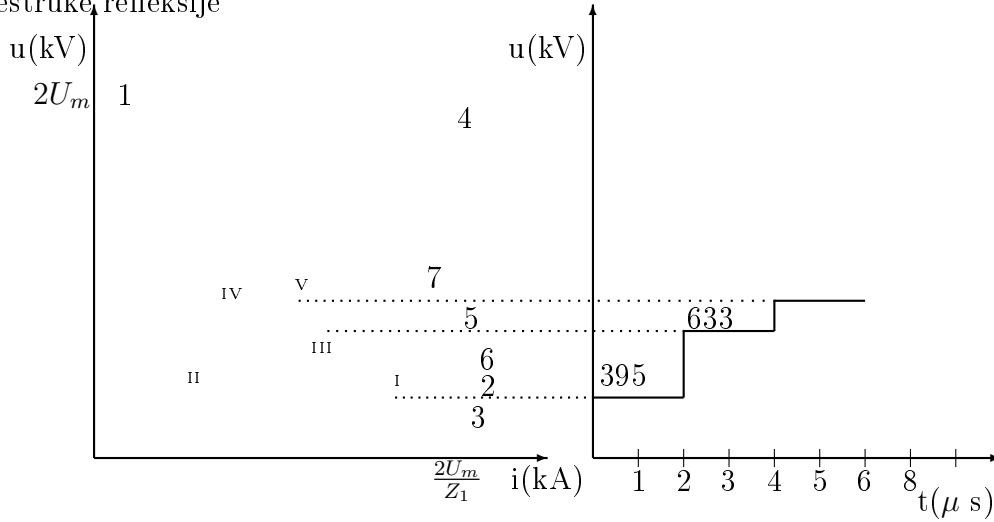
Modelovanje višestrukih refleksija

Najznačajnija primena Beržeronove grafičke metode je pri rešavanju talasnih procesa u složenim mrežama u kojima se događaju višestruke refleksije talasa. Na slici 3.42 prikazana su dva beskonačno duga voda između kojih se nalazi kratak vod različite karakteristične impedanse na kome se događaju višestruke refleksije talasa. Po vodu 1 se prostire direktni talas pravougaoanog čela i konstantnog začelja, amplitude U_m , dok na drugim vodovima nema nikakvih naponskih talasa. Postupak će biti objašnjen na primeru, sa sledećim brojnim podacima:

- karakteristična impedansa prvog voda $Z_1 = 300\Omega$,
- karakteristična impedansa drugog voda $Z_2 = 50\Omega$,
- karakteristična impedansa trećeg voda $Z_3 = 300\Omega$,
- vreme prostiranja po drugom vodu $T = 1\mu s$,
- amplituda direktnog talasa po prvom vodu $U_m = 1000kV$.



Slika 3.42: Sistem koji se sastoji od tri voda, sa srednjim vodom na kome se događaju višestruke refleksije



Slika 3.43: Beržeronov dijagram za slučaj višestrukih refleksija

Pretpostavljeno je da u trenutku $t = 0$ direktni talas stiže u čvornu tačku A na početku voda 2. Direktna karakteristika prvog voda u tom trenutku ima oblik:

$$u + Z_1 i = 2U_m \quad (3.187)$$

Izraz 3.187 se može primeniti za bilo koju tačku na vodu 1, uključujući i tačku A , jer je $U_{d1} = U_m h(t)$.

Inverzna karakteristika drugog voda u trenutku nailaska direktnog talasa po vodu 1 u tačku A ima sledeći oblik:

$$u - Z_2 i = 0 \quad (3.188)$$

Po drugom vodu ne postoji inverzni talas napona, pa je član na desnoj strani izraza 3.188 jednak nuli. Izraz 3.188 se može primeniti za bilo koju tačku na vodu 2, pa i za tačku A koja je zajednička tačka za oba voda. Režim u tački A se može odrediti u preseku direktne karakteristike prvog voda i inverzne karakteristike drugog voda u trenutku $t = 0$, koje su date relacijama 3.187 (prava 1) i 3.188 (prava 2) na slici 3.43. Presek direktne karakteristike prvog voda i inverzne karakteristike drugog voda u trenutku $t = 0$ obeležen je rimskim brojem I . Odgovarajuća vrednost napona se prenosi na vremenski dijagram na desnoj strani crteža.

Posle prelamanja u čvoru A prostire se direktni talas po drugom vodu ka tački B . Direktna karakteristika koja opisuje ovo prostiranje data je relacijom:

$$u + Z_2 i = 2U_{d_2}(t_1) \quad (3.189)$$

$U_{d_2}(t_1)$ je direktan talas koji se prostire posle prelamanja u tački A po drugom vodu. Prava 3 data izrazom 3.189 mora prolaziti kroz presečnu tačku I pošto karakteristika 3.189 važi za sve tačke voda 2, pa i za tačku A . Nepoznata vrednost amplitude direktnog talasa $U_{d_2}(t_1)$ koji se prostire po vodu 2 određuje se postavljanjem prave 3.189 kroz presečnu tačku I . Nagib prave 3.189 određen je karakterističnom impedansom Z_2 drugog voda.

Režim u čvoru B u trenutku $t = T$ nailaska direktnog talasa na kraj voda 2 određuje se u preseku karakteristike 3.189 i inverzne karakteristike trećeg voda date karakteristikom:

$$u - Z_3 i = 0 \quad (3.190)$$

Po trećem vodu ne postoji inverzni naponski talas, pa je član na desnoj strani izraza 3.190 uvek jednak nuli. Režim u čvoru B u trenutku $t = T$ se određuje u preseku karakteristike 3.189 (prava 3) i karakteristike 3.190 (prava 4). Ova režimska tačka obeležena je rimskim brojem II .

Sada se pojavljuje reflektovani talas od tačke B , koji se kao inverzni talas $U_{i_2}(t_2)$ vraća po drugom vodu ka tački A , u koju stiže posle vremena $t = 2T$. Ovaj talas je dat relacijom za inverznu karakteristiku:

$$u - Z_2 i = 2U_{i_2}(t_2) \quad (3.191)$$

Ova prava obeležena brojem 5 je paralelna pravoj 2 koja je data relacijom 3.189, a njen položaj je određen tako da prolazi kroz presečnu tačku II koja definiše režim u čvoru B . Amplituda inverznog talasa $U_{i_2}(t_2)$ nastalog posle refleksije talasa u tački B u trenutku $t_2 = T$ se određuje tako da bude zadovoljen uslov da prava 5 prolazi kroz radnu tačku II , paralelno sa pravom 2.

Režim u čvoru A , koji je zajednički za vodove 1 i 2, određuje se u presečnoj tački III direktne karakteristike prvog voda date relacijom 3.187 (prava 1) koja se ne menja u toku vremena zbog konstantne vrednosti napona i inverzne karakteristike drugog voda 3.191 (prava 5) u trenutku nailaska inverznog napona u tačku A u trenutku $t = 2T$.

U daljoj proceduri se razmatra direktna karakteristika voda 2, koja se postavlja kroz radnu tačku III paralelno pravoj 3 na Beržeronovom dijagramu. Ova karakteristika data je izrazom:

$$u + Z_2 i = 2U_{d_2}(t_3) \quad (3.192)$$

$U_{d_2}(t_3)$ je direktan talas koji nastaje u trenutku $t_3 = 2T$ kada nastupa refleksija od tačke A na početku drugog voda.

Režim u čvoru B može se odrediti u trenutku nailaska direktnog talasa na kraj voda $t = 3T$ u preseku IV direktne karakteristike voda 2 date izrazom 3.192 (prava 6) i inverzne karakteristike 3.190 voda 3, koja je nepromenljiva (prava 4).

Inverzna karakteristika voda 2 koja odgovara odbijenom talasu od čvora B po vodu 2 u trenutku $t_4 = 3T$ postavlja se kroz režimsku tačku IV sa nagibom identičnim kao kod prave 5. Ova karakteristika na dijagramu je obeležena pravom 7, a data je izrazom:

$$u - Z_2 i = 2U_{i_2}(t_4) \quad (3.193)$$

Amplituda inverznog talasa $U_{i_2}(t_3)$ određena je uslovom da ova prava prolazi kroz presečnu tačku IV .

Posle velikog broja višestrukih refleksija, u slučaju konstantnog začelja talasa, režim bi se mogao odrediti u preseku direktne karakteristike prvog voda date relacijom 3.187 (prava 1 na slici 3.43) i inverzne karakteristike voda 3 date izrazom 3.190 (prava 4) na slici 3.43. Kompletna vremenska promena napona u čvoru A prikazana je na vremenskom dijagramu napona na desnoj strani slike uzimajući vrednosti napona iz režimskih tačaka I , III i V . Na potpuno isti način bi se mogla odrediti vremenska promena napona u čvoru B na osnovu režimskih tačaka II i IV , prenoseći vrednost napona na desnu stranu dijagrama. Vremenska promena napona u čvoru B nije prikazana samo zbog preglednosti slike.

Više vodova sa zajedničkim čvorom

U složenim mrežama se ponekad pojavljuje potreba za rešavanjem talasnih procesa u zamenskim šemama u kojima se pojavljuje više vodova koji se susreću u jedan čvor. Pored toga, pojavljuje se potreba i za rešavanjem problema u kojima su elementi otočno vezani prema zemlji u čvornoj tački (odvodnik prenapona postavljen prema zemlji iza koga se nastavlja vod). Na slici 3.44 prikazana je zamenska šema sistema koja se sastoji od tri beskonačno duga voda i jednog voda konačne dužine na kome se događaju višestruke refleksije talasa.

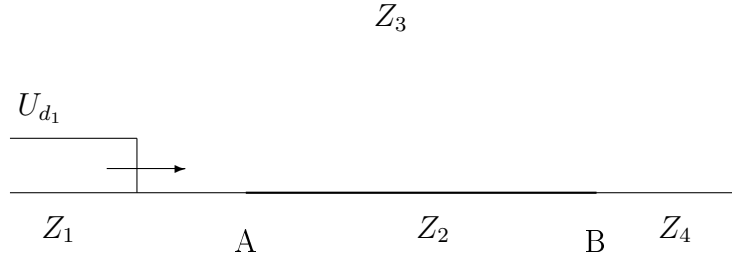
U primeru će biti razmatran talas U_{d_1} pravougaonog čela i konstantnog začelja, koji se prostire po prvom vodu.

Beskonačno dugački vodovi 1 po kome se prostire prenaponski talas i 3 na koji nailazi prenaponski talas se mogu zameniti ekvivalentnim vodom po kome se prostire ekvivalentni talas čija je amplituda:

$$U_{d_{1ekv}} = Z_{ekv} \frac{U_{d_1}}{Z_1} \quad (3.194)$$

Ako se usvoji da su $Z_1 = Z_3$, tada je:

$$U_{d_{1ekv}} = \frac{U_{d_1}}{2} \quad (3.195)$$



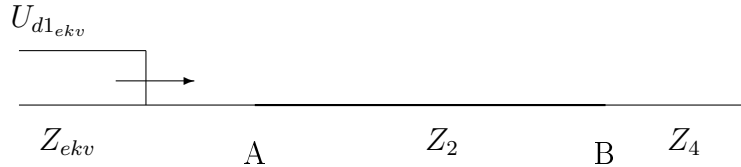
Slika 3.44: Zamenska šema sistema u kome postoji spoj više vodova u jednom čvoru

jer je $Z_{ekv} = Z_1/2$.

Analiza prelaznog režima bi se nastavila postupkom za rešavanje redno vezanih vodova, ali se koristi nova ekvivalentna šema prikazana na slici 3.45. Nova ekvivalentna direktna karakteristika za vod 1 je:

$$u + Z_{ekv}i = 2U_{d_{1ekv}} \quad (3.196)$$

Direktna karakteristika ekvivalentnog voda se može odrediti računskim putem, proraču-



Slika 3.45: Zamenska šema sa ekvivalentnim vodom

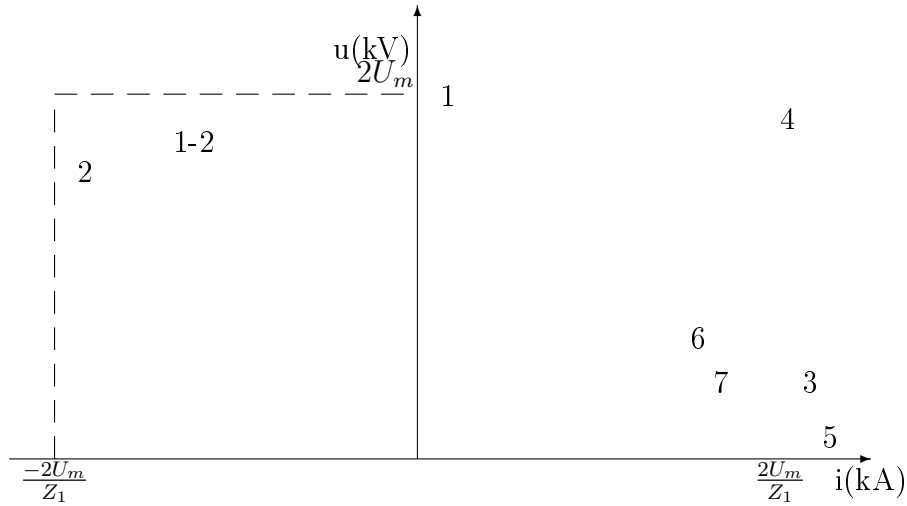
nom ekvivalentne karakteristične impedanse i vrednosti napona ekvivalentnog talasa. Ista karakteristika se može dobiti i grafičkim putem sa Beržeronovog dijagrama. Na slici 3.46 prikazan je Beržeronov dijagram na kome prava 1 predstavlja direktnu karakteristiku prvog voda po kome se prostire talas amplitude U_m . Ova karakteristika data je izrazom:

$$u + Z_1i = 2U_m \quad (3.197)$$

Prava 2 označava direktnu karakteristiku trećeg voda po kome nema talasa koji putuje ka tački A . Ova karakteristika data je izrazom:

$$u + Z_3i = 0 \quad (3.198)$$

Ekvivalentna karakteristika za oba voda označena pravom 1 – 2 dobija se sabiranjem struja za iste vrednosti napona koje odgovaraju karakteristikama 1 i 2. Za dobijanje karakteristike 1 – 2 ekvivalentnog voda dovoljno je odrediti koordinate samo dve tačke sabiranjem struja za odgovarajuće vrednosti napona (na primer sabiranjem struja za napone 0 i $2U_m$).



Slika 3.46: Grafičko određivanje ekvivalentnog talasa

Dalji postupak analize višestrukih refleksija je identičan kao u prethodnom primeru, samo se umesto direktne karakteristike 1 koristi karakteristika ekvivalentnog voda 1 – 2, po kome nailazi ekvivalentni talas.

Nailazak prenaponskog talasa na nelinearni otpornik

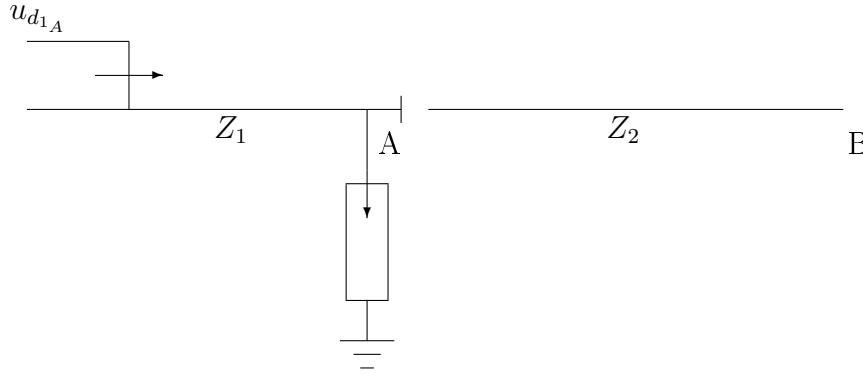
Najvažnija prednost primene Beržeronove grafoanalitičke metode je kod analize procesa u mrežama koje sadrže nelinearne otpornike koji se koriste kod odvodnika prenapona. Kasnije će biti date osnovne karakteristike i način delovanja odvodnika prenapona, dok će na ovom mestu biti objašnjena primena Beržeronove metode u slučaju prisustva nelinearnog otpornika odvodnika prenapona.

Proces će biti ilustrovan na primeru veze dugačkog vazdušnog voda i kratkog kablovskog voda koji se štiti odvodnikom prenapona. Šema veza data je na slici 3.47

Odvodnik prenapona se predstavlja nelinearnom karakteristikom čija je volt–amperska karakteristiika data na slici 3.48. Radi jednostavnijeg modelovanja često se kriva zavisnosti napona u funkciji struje kroz odvodnik aproksimira linearnim segmentima, kao na slici. Funkcija na slici 3.48 može se u analitičkom obliku izraziti u istom obliku kao inverzna karakteristika voda bez talasa koji se po njemu prostire, odnosno:

$$u - R(i)i = 0 \quad (3.199)$$

gde je $R(i)i = u(i)$ volt-amperska karakteristika odvodnika izražena kao pad napona na nelinearnom otporniku.



Slika 3.47: Zamenska šema sistema sa odvodnikom prenapona

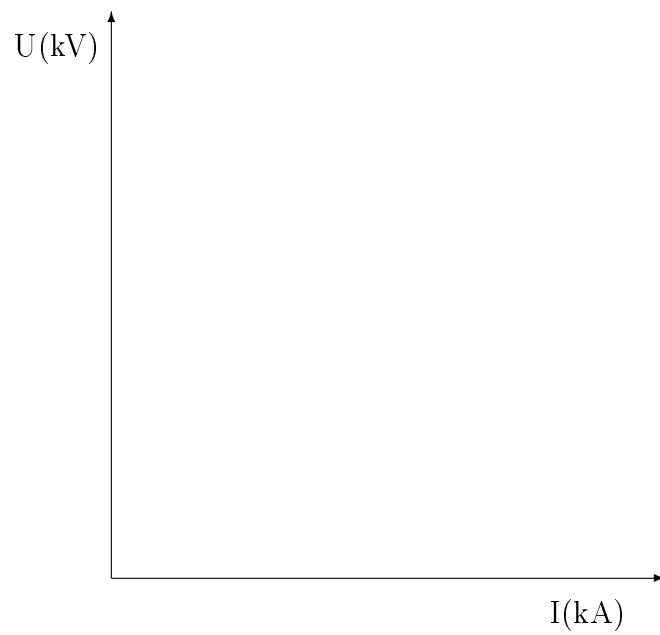
Direktna karakteristika odvodnika prenapona se može na sličan način definisati kao direktna karakteristika voda čija karakteristična impedansa zavisi od struje, a po kome nema talasa koji se prostire:

$$u + R(i)i = 0 \quad (3.200)$$

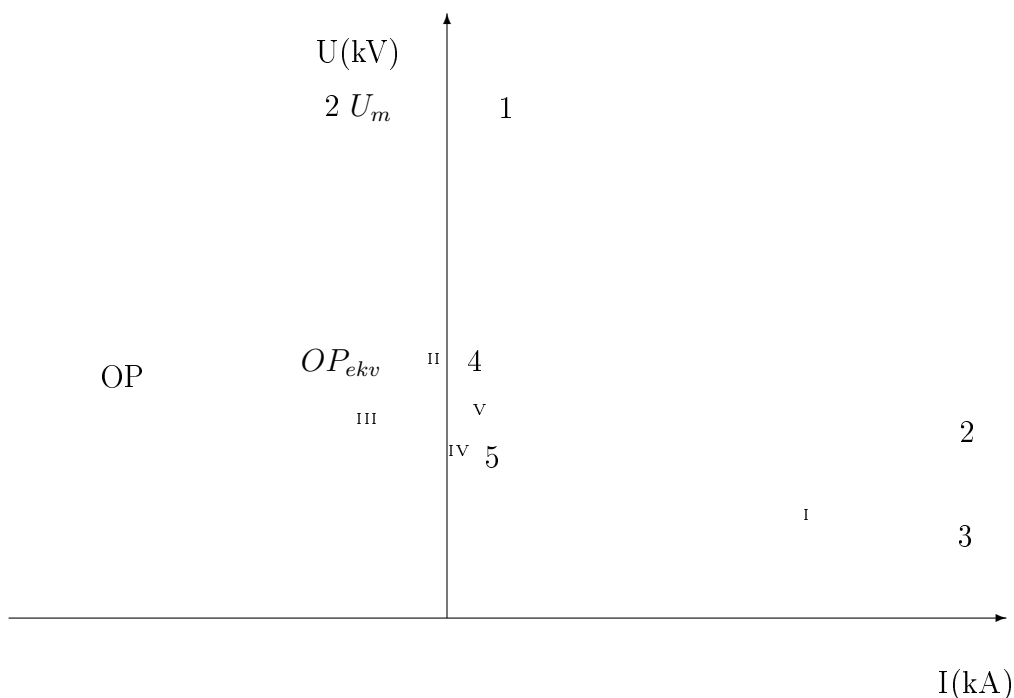
Ova karakteristika se može dobiti simetričnim preslikavanjem karakteristike na slici 3.48 u odnosu na ordinatnu osu kao osu preslikavanja.

Sada se odvodnik prenapona može tretirati kao bilo koji drugi vod koji se opisuje svojom direktnom i inverznom karakteristikom, jedina je razlika što karakteristika odvodnika prenapona za razliku od voda nije prava linija.

Na slici 3.49 prikazan je Beržeronov dijagram za mrežu koja sadrži odvodnik prenapona. U ovom slučaju je direktna karakteristika odvodnika obeležena sa OP i tretira se kao direktna karakteristika bilo kog voda. Odvodnik prenapona se može smatrati da je paralelno vezan vodu 1 po kome nailazi napon, pa se ova dva elementa mogu zameniti ekvivalentnom karakteristikom dobijenom sabiranjem struja za iste vrednosti napona za direktnu karakteristiku voda 1 datu pravom 1 i direktnu karakteristiku odvodnika OP . Na ovaj način je formirana ekvivalentna karakteristika OP_{ekv} . Analiza višestrukih refleksija se vrši na potpuno identičan način kao i u prethodnim primerima, jedino što ulogu karakteristike 1 sada preuzima karakteristika OP_{ekv} . Režim u tački A na mestu priključenja odvodnika u trenutku $t = 0$ nailaska talasa se dobija u preseku direktne ekvivalentne karakteristike OP_{ekv} i inverzne karakteristike drugog voda date pravom 2, u tački I . Kroz radnu tačku I se postavlja direktna karakteristika voda 2 data pravom 3. Režim na otvorenom kraju voda u trenutku $t = T$ se dobija u preseku prave 3 sa ordinatnom osom (radna tačka II). Zatim se kroz tu tačku postavlja prava 4 koja predstavlja inverznu karakteristiku voda 2 posle pojave reflektovanog talasa. U preseku prave 4 sa ekvivalentnom karakteristikom se dobija režim u tački A u trenutku $t = 2T$ (radna tačka III). Praćenje višestrukih refleksija se može na isti način nastaviti dalje. Posle velikog broja refleksija se režim ustaljuje u preseku ekvivalentne karakteristike OP_{ekv} i ordinatne ose. Kada ne bi bilo odvodnika, režim bi se ustalio posle većeg broja refleksija u preseku direktne karakteristike prvog voda date pravom 1 i ordinatne ose, što bi izazvalo znatno više prenapone



Slika 3.48: Volt-amperska karakteristika nelinearnog otpornika odvodnika prenapona na kraju voda.



Slika 3.49: Beržeronov dijagram za mrežu koja sadrži odvodnik prenapona

3.7 Numeričke metode

Numerički proračun prelaznih procesa korišćenjem digitalnih računara je nastao u sedmoj dekadi prošlog veka, sa početkom šire primene kompjutera za rešavanje različitih tehničkih problema. Zbog skromnih resursa tadašnjih računarskih sistema, moralo se voditi računa o računarskom vremenu i memorijskom kapacitetu, što je danas daleko manji problem. Pre toga su korišćeni fizički modeli (mikro-mreže) koji su sastojali od sprege kalemova i kondenzatora za modelovanje vodova, malih transformatora koji su modelovali stvarne transformatore, kao i generatora koji su mogli da budu skalirani modeli realnih generatora. Ponekad su se neke komponente zamenjivali elektronskim kolima, što se nazivalo analognim računarima. Znatno pre toga, razvijane su metode analitičkog rešavanja diferencijalnih jednačina koje opisuju prelazne pojave i njihovog ručnog izračunavanja.

Od početka upotrebe računara za simulacije prelaznih procesa u elektroenergetskim sistemim, razvijeno je više numeričkih metoda za proračun prelaznih procesa na vodovima, koje se svode na vrlo slične principe. Na ovom mestu je opisana jedna od metoda koja se veoma često primenjuje.

3.7.1 Diskretna metoda

Diskretna metoda bazirana na metodi putujućih talasa predstavlja efikasan način obavljanja numeričkog proračuna prelaznih procesa u mrežama sa raspodeljenim parametrima. Ukoliko se radi o idealnim vodovima po kojima se prostiranje talasa vrši bez prigušenja i izobličenja, tada se ceo proračun svodi na tri operacije definisane odgovarajućim relacijama.

Prva operacija opisuje prostiranje talasa, što je prikazano na slici 3.50.



Slika 3.50: Prostiranje talasa po vodu

Prostiranje talasa po idealnom vodu može se predstaviti sledećim relacijama za vremenski trenutak t :

$$\begin{aligned} U_{up}(Y, j) &= U_{od}(X, j, t - \Delta t_j) & \text{za } t > \Delta t_j \\ U_{up}(Y, j) &= 0 & \text{za } t \leq \Delta t_j \end{aligned} \quad (3.201)$$

$$Y = A, B, \dots, Z$$

$$X = A, B, \dots, Z$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$X \neq Y$$

gde su:

X i Y čvorovi na krajevima grane j po kojoj se prostire talas, relacija važi za sve čvorove koji su spojeni granama,

j grane mreže, zajednička za čvorove X i Y ,

$U_{up}(Y, j)$ - upadni naponski talas koji se prostire po vodu j ka tački Y u tekućem vremenskom trenutku t ,

$U_{od}(X, j, t - \Delta t_j)$ - odbijeni naponski talas koji je krenuo iz tačke X po vodu j u trenutku $t - \Delta t_j$,

Δt_j -vreme prostiranja između tačaka X i Y po vodu j .

Mora se naglasiti da je upadna komponenta napona definisana vodom po kome se prostire i čvorom ka kome se prostire talas, a vremenski trenutak se podrazumeva. Za razliku od upadne komponente napona, odbijena komponenta napona mora da budu memorisana u posmatranom vremenskom trenutku, da bi mogle da se iskoriste u narednim koracima nakon isteka vremena Δt_j .

$$\Delta t_j = \frac{d_j}{v} \quad (3.202)$$

d_j –rastojanje između tačaka X i Y ,

v –brzina prostiranja koja je za vazdušne vodove bliska brzini svetlosti, a za kablovske vodove ima manju vrednost,

Z –ukupan broj čvorova u mreži,

n –ukupan broj grana u mreži.

Izraz 3.201 naziva se **relacijom prostiranja talasa**. Pretpostavlja se da poremećaj nastaje posle trenutka $t = 0$, a da su pre toga svi naponi u sistemu bili jednaki nuli. Praktično se ovakav prilaz može koristiti kod analize atmosferskih prenapona u niskonaponskim i srednjenaponskim mrežama u kojima radni napon u trenutku pražnjenja nema bitnu ulogu.

Ukoliko se uvažava trenutna vrednost radnog napona koja postoji na provodnicima voda nezavisno od atmosferskog pražnjenja, tada se izraz 3.201 može modifikovati na sledeći način:

$$\begin{aligned} U_{up}(Y, j) &= U_{od}(X, j, t - \Delta t_j) & \text{za } t \geq \Delta t_j \\ U_{up}(Y, j) &= U_{rad} & \text{za } t < \Delta t_j \end{aligned} \quad (3.203)$$

$$Y = A, B, \dots, Z$$

$$X = A, B, \dots, Z$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$X \neq Y$$

gde je U_{rad} trenutna vrednost faznog radnog napona u trenutku posmatranja pojave.

Na osnovu izraza 3.201 ili 3.203 izračunavaju se upadne komponente napona po svim vodovima osim po kanalu groma, na kome se upadna komponenta zadaje nezavisno:

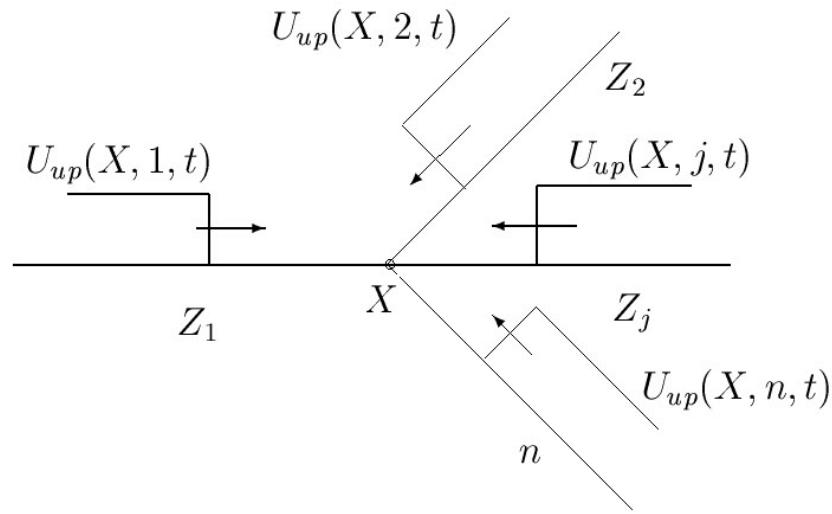
$$U_{up}(X, g) = F(t) \quad (3.204)$$

gde su:

g – grana koja odgovara kanalu groma,

$F(t)$ – vremenska promena upadne komponente napona po kanalu groma.

Na slici 3.51 prikazana je čvorna tačka u kojoj se susstiće više vodova. Na slici 3.51 je pretpostavljen najopštiji slučaj kada po svim vodovima koji su priključeni u čvornu tačku nailaze upadne komponente talasa.



Slika 3.51: Prelamanje talasa u čvornoj tački X

Ukoliko bi samo po vodu j dolazila upadna komponenta napona, tada bi napon u čvornoj tački X bio:

$$U(X, t) = \alpha(X, j)U_{up}(X, j) \quad (3.205)$$

$$X = A, B, \dots, Z$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

gde je $\alpha(X, j)$ koeficijent prelamanja za talas koji po vodu j dolazi u tačku X . Koeficijent prelamanja se izračunava na sledeći način:

$$\alpha(X, j) = \frac{2Z_{eqj}}{Z_{eqj} + Z_j} \quad (3.206)$$

gde su:

$$Z_{eqj} = \frac{1}{\sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{1}{Z_i}} \quad (3.207)$$

Z_j –karakteristična impedansa voda $j = 1, 2, \dots, n$ po kome nailazi talas u čvornu tačku $X = A, B, \dots, Z$

Z_{eq_j} –ekvivalentna karakteristična impedansa svih vodova koji se susište u čvornoj tački X osim voda j po kome posmatramo nailazak talasa.

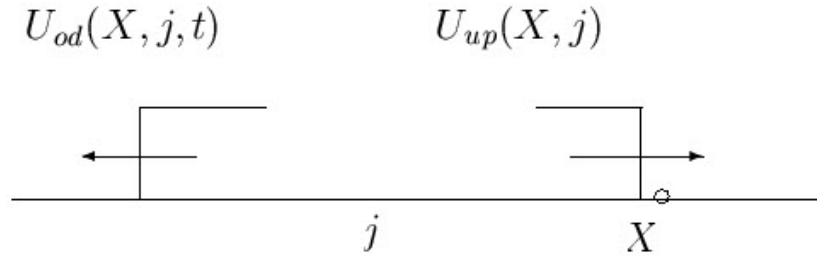
Ako po svim vodovima postoje upadne komponente napona, tada se ukupan napon u čvornoj tački X može dobiti superpozicijom pojedinih upadnih talasa:

$$U(X, t) = \sum_{j=1}^n \alpha(X, j) U_{up}(X, j) \quad (3.208)$$

$$\begin{aligned} X &= A, B, \dots, Z \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Izraz 3.208 naziva se **relacijom prelamanja talasa**.

U čvornoj tački X događa se i odbijanja talasa, kao na slici 3.51.



Slika 3.52: Odbijanje talasa

Odbijeni talas iz čvorne tačke X može se izračunati iz sledeće relacije za j -tu granu:

$$U_{od}(X, j, t) = U(X, t) - U_{up}(X, j) \quad (3.209)$$

$$\begin{aligned} X &= A, B, \dots, Z \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Gornja relacija se naziva **relacijom odbijanja talasa**.

3.7.2 Optimizacija diskretne metode

Prilikom pisanja relacija prostiranja, prelamanja i odbijanja datih izrazima 3.201 , 3.208 i 3.209, nije vođeno računa o tome da nisu svi vodovi i čvorovi međusobno spojeni. Da bi se pri proračunu uzela u obzir složena konfiguracija, uvodi se pojam matrice incidencija za vodove.

Matrica incidencije za vodove se definiše na isti način kao matrica incidencije nezavisnih čvorova kod mreža sa koncentrisanim parametrima. Jedina razlika je u tome što kod matrice incidencije vodova orijentacija grana nije bitna.

Kolone matrice incidencije vodova odgovaraju pojedinim granama, a vrste čvorovima. Element matrice incidencije ima vrednost 1 ako je vod koji odgovara posmatranoj koloni spojen sa čvorom koji odgovara posmatranoj vrsti, inače je nula, odnosno:

$$a(X, j) = \begin{cases} 1 & \text{za čvor } X \text{ spojen sa vodom } j \\ 0 & \text{ako čvor } X \text{ nije spojen sa vodom } j \end{cases} \quad (3.210)$$

$$\begin{aligned} X &= A, B, \dots, Z \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.211)$$

Kada se vrši numerički proračun prelaznog procesa diskretnom metodom, potrebno je prilagoditi tri osnovne relacije koje se koriste u proračunu tako da se optimizuje korišćenje memorije i smanjuje broj operacija.

Proračun se vrši u diskretnim vremenskim trenutcima. Umesto da se napon daje u funkciji vremena, daje se kao funkcija celobrojne promenljive koja predstavlja redni broj koraka, koji je obeležen sa:

$$n_t = \frac{t_n}{h} \quad (3.212)$$

gde su:

t_n –posmatrani n -ti korak proračuna izražen u sekundama,

h – elementarni korak proračuna izražen u sekundama.

Elementarni korak treba tako izabrati da vreme prostiranja po vodovima može da se izrazi kao celi broj elementarnih koraka proračuna, a ako to nije moguće, tada treba

voditi računa da greška pri zaokruživanju vremena prostiranja po pojedinim vodovima ne bude suviše velika.

Vreme prostiranja duž i -tog voda dužine d_i izraženo u broju elementarnih koraka je:

$$\Delta n_i = CINT\left[\frac{d_i}{vh}\right] \quad (3.213)$$

gde su:

$CINT(x)$ – funkcija koja zaokružuje neki broj x na najbliži ceo broj,

v – brzina prostiranja talasa izražena u m/s,

d_i – dužina i -tog voda u m.

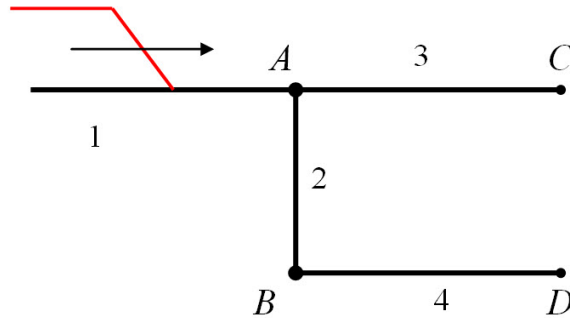
Izborom manjeg koraka proračuna smanjuje se greška u zaokruživanju vremena prostiranja po pojedinim vodovima. Izborom suviše kratkog elementarnog koraka se povećava ukupan broj koraka za posmatrani vremenski interval prelaznog procesa od interesa, što može nepotrebno da produži trajanje ukupnog proračuna, kao i da izazove pojavu numeričke greške usled velikog broja aritmetičkih operacija.

Ako se posmatraju osnovne relacije diskretne metode, može se uočiti da su pojedine veličine indeksirane po rednom broju čvora, po rednom broju voda, kao i u zavisnosti od vremena. Da bi se izvršila praktična realizacija programa za proračun prelaznog procesa, mora se izvršiti optimizacija postupka indeksiranja promenljivih.

U električnoj mreži nisu svi čvorovi spojeni sa svim vodovima. Stoga je pogodno eliminisati sve one elemente koji realno ne postoje, a koji se pojavljuju u izrazima za proračun prelaznog režima. Na taj način se može znatno smanjiti broj promenljivih, što dovodi do smanjenja zauzeća memorije i ubrzanja proračuna. Za optimizaciju korišćenja memorije i eliminaciju elemenata matrica koji realno ne postoje, koristi se tehnika slabo popunjenih matrica. Umesto matrica se koriste jednodimenzionalni vektori čiji su elementi nenulti elementi matrica, kao i pomoćni vektori za definisanje adresa tih elemenata. U našem slučaju adrese su kolone koje odgovaraju čvorovima mreže i vrste koje odgovaraju granama mreže.

Jedan od načina formiranja komprimovane matrice elemenata prikazan je u daljem tekstu. U tu svrhu se formira matrica incidencije sa prebrojanim elementima, koja se dobija iz matrice incidencije vodova na taj način što se svakom nenultom elementu matrice incidencije daje vrednost koja je jednaka rednom broju posmatranog nenultog elementa, s tim što se brojanje vrši po vrstama sa leva na desno.

Na primer, za jednostavnu mrežu sa slike 3.53, matrica incidencije za vodove imala bi sledeći oblik:



Slika 3.53: Primer jednostavne mreže

$$[A_i] = \begin{array}{c} X/j \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dobijena matrica će biti obeležena sa $[A_i]$. X označava čvorove, a j grane. Grane se daju po kolonama, a čvorovi po vrstama.

Prebrojana matrica incidencije dobija se brojanjem nenulatih elemenata matrice incidencija sa leva na desno po vrstama i ima sledeći oblik:

$$[A_p] = \begin{array}{c} X/j \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Ova matrica će biti obeležena sa $[A_p]$. Nenulti elementi matrice $[A_p]$ nazivaju se indeksi prebrojavanja. Svaki element matrice $[A_p]$ nosi informaciju o grani, odnosno čvoru koji reprezentuje. Na primer indeks 4 reprezentuje granu 2, odnosno čvor B , jer se upravo u preseku kolone definisane granom 2 i vrste definisane čvorom B ovaj elemenat nalazi. Indeksi prebrajanja se obeležavaju kao i_p .

Na osnovu matrice incidencije sa prebrojanim elementima može se formirati vektor čvorova. Elementi ovoga vektora su redni brojevi čvorova, a indeksirani su po indeksima prebrojavanja. Za gornju mrežu vektor čvorova ima sledeći oblik:

$$[N_c] = \begin{matrix} & i_p & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{bmatrix} A & A & A & B & B & C & D \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Na sličan način se može formirati vektor grana indeksiran po prebrojanim indeksima:

$$[N_g] = \begin{matrix} & i_p & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Broj prebrojanih indeksa N_{pr} označava ukupan broj čvorova i vodova koji su incidentni. Svaka grana je incidentna sa 2 čvora osim posebnog slučaja kada je u pitanju model beskonačno dugačkog voda, koji je incidentan sa jednim čvorom.

Sada se vektori upadnih komponenti napona i koeficijenata prelamanja mogu memorisati po prebrojanom indeksu. Na primer umesto elementa $\alpha(B, 2)$ dovoljno je napisati $\alpha(4)$ po indeksu prebrojavanja. Na sličan način element matrice upadnih napona $U_{up}(B, 2)$ postaje elemenat vektora upadnih napona $U_{up}(4)$, što zajedno sa vektorima $[N_c]$ i $[N_g]$ daje punu informaciju o elementu vektora U_{up} .

Umesto korišćenja matrica sa elementima $\alpha(X, j)$ i $U_{up}(X, j)$ koriste vektori sa prebrojanim elementima $\alpha(i_p)$ i $U_{up}(i_p)$, uz pomoć elemenata vektora čvorova sa prebrojanim elementima $X = N_c(i_p)$ i elemenata vektora grana sa prebrojanim elementima $j = N_g(i_p)$.

Po diskretnoj metodi se koriste 3 vektora napona:

- Trenutna vrednost napona u čvorovima mreže data je vektorom $[U(X)]$, koja se u svakom koraku izračunava iz izraza 3.208. Naponi koji su od interesa se zapisuju u fajl sa izlaznim rezultatima.
- Upadne komponente napona $U_{up}(X, j)$ koje su definisane sa dva indeksa se pretvaraju u upadne komponente po prebrojanim indeksima $U_{up}(i_p)$, čime se eliminišu elementi matrice $U_{up}(X, j)$ za čvorove X koji nisu incidentni sa granama j . Na taj način se značajno umanjuje broj upadnih komponenti napona.
- Odbijene komponente napona $U_{od}(X, j, t)$ koje su definisane sa tri indeksa pretvaraju se u matricu indeksiranu sa dva indeksa, prebrojani indeks incidencija čvorova i vodova i_p i indeks rednog broja koraka n_t , odnosno $U_{od}(i_p, n_t)$

Odbijene komponente napona se moraju pamtiti u onoliko koraka, koliko je vreme prostiranja izraženo u elementarnim koracima proračuna po posmatranom vodu. Po izrazu 3.201 upadna komponenta napona se izračunava na osnovu odbijene komponente napona koja je krenula iz susednog čvora po istom vodu, ali u koraku koji je Δn_j koraka pre tekućeg koraka n_t , gde je Δn_j broj koraka prostiranja po vodu j .

Uvode se prebrojani indeksi koji odgovaraju različitim čvorovima koji pripadaju istom vodu. Obeležimo tako uvedene prebrojane indekse i_p i i_q . Sada se može napisati ponovo relacije prostiranja, preko prebrojanih indeksa u skraćenoj formi, prema 3.203.

$$\begin{aligned} U_{up}(i_p) &= U_{od}(i_q, n_t - \Delta n_t) \text{ za } n_t - \Delta n_t > 0 \\ U_{up}(i_p) &= U_{rad} \text{ za } n_t - \Delta n_t \leq 0 \\ i_p &= 1, 2, \dots, N_{pr} \end{aligned} \quad (3.214)$$

gde je:

U_{rad} -trenutna vrednost radnog napona u trenutku udara groma kod proračuna atmosferskih prenapona. Za nazivne napone sistema ispod 400 kV radni napon se zanemaruje. U slučaju sklopnih prenapona primenjuje se poseban postupak određivanja početnih uslova.

Δn_j - celobrojna promenljiva koja označava broj koraka potrebnih da talas pređe dužinu d_j voda j .

n_t - redni broj vremenskog koraka proračuna za određeni vod j koji je celobrojna promenljiva. Ova veličina se od inicijalne vrednosti $n_t = 1$ povećava za 1 u svakom koraku dok ne dostigne vrednost $n_t = \Delta n_j + 1$ za vod j , a zatim se izvršava operacija dodeljivanja početne vrednosti, odnosno $n_j = 1$. To znači da se brojanje koraka proračuna vrši posebno za svaki vod.

Vrednosti indeksa prebrajanja i_p i i_q određuju se za vod j tako da odgovaraju indeksima prebrajanja za čvorove X i Y prema izrazu 3.203.

Jednačina prelamanja koja je bila data izrazom 3.208 ima sledeći oblik pri primeni prebrojanih indeksa:

$$U(X) = \sum_{i_p=1}^{N_{pr}} \alpha(i_p) \cdot U_{up}(i_p) \text{ za } X = A, B, \dots, N_c \quad (3.215)$$

U izrazu 3.215 oznaka N_{pr} označava ukupan broj prebrojanih indeksa u mreži.

Jednačina odbijanja koja je bila data izrazom 3.209 ima sledeći oblik pri primeni prebrojanih indeksa:

$$U_{od}(i_p, n_t) = U(X) - U_{up}(i_p) \quad (3.216)$$

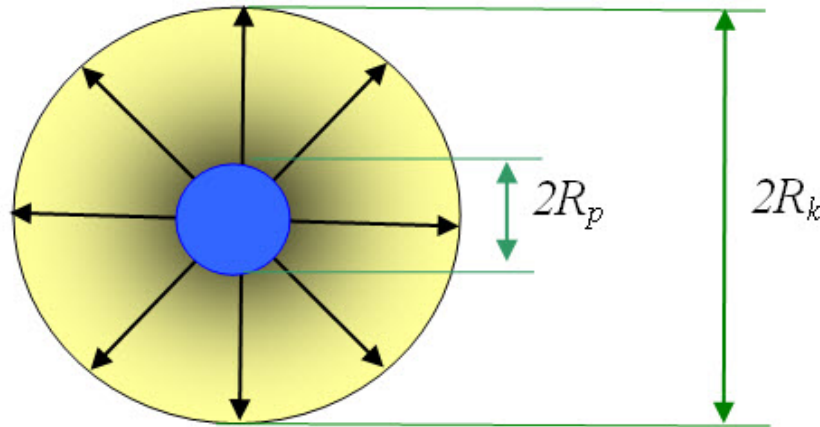
U slučaju ako je $n_t - \Delta n_j = \Delta n_j + 1$, tada se izvršava operacija dodeljivanja nove vrednosti rednom broju koraka n_t :

$$n_t - \Delta n_j \Rightarrow n_t = 1 \quad (3.217)$$

To znači da je $1 \leq n_t \leq \Delta n_j$. U jednačini prostiranja 3.214 se preuzima vrednost $U_{od}(i_p, n_t - \Delta n_j)$ iz koraka $n_t - \Delta n_j$, da bi se u istom koraku n_t u izrazu 3.216, dodelila nova vrednost promenljivoj $U_{od}(i_p, n_t)$. Posle svakih Δn_j koraka vremenski indeks n_t dobija istu vrednost, ali se vrednost promenljive $U_{od}(i_p, n_t)$ menja.

3.7.3 Obuhvatanje korone

Visokonaponski putujući talasi po nadzemnim vodovima izazivaju efekat lokalne jonizacije vazduha uz površinu provodnika, koja se manifestuje kao promena efektivne podužne kapacitivnosti provodnika na tom mestu zbog prividnog povećanja prečnika provodnika, kao na slici 3.54. Oblast jonizovanog vazduha prostire se zajedno sa talasom.



Slika 3.54: Prividno povećanje provodnika usled impulsne korone

Oznake na slici 3.54 imaju sledeće značenje:

$2R_p$ – stvarni prečnik provodnika,

$2R_k$ – prečnik omotača od jonizovanog vazduha.

Pri naponima na vodu koji su niži od kritičnog napona za nastanak korone, podužna količina elektriciteta srazmerna je naponu, prema izrazu:

$$q = C_o \cdot u(x, t) \quad (3.218)$$

gde je:

C_o – podužna kapacitivnost voda pre nastanka korone,

$u(x, t)$ – trenutna vrednost napona na vodu na mstu x na kome posmatramo talas, u trenutku t .

Kada na vodu postoji korona, podužna količina elektriciteta može se približno izračunati korišćenjem empirijskog izraza:

$$q = \begin{cases} C_o[1 + B \cdot u(x, t)]u(x, t) & \text{za } u(x, t) > U_{kr} \\ C_o \cdot u(x, t) & \text{za } u(x, t) \leq U_{kr} \end{cases} \quad (3.219)$$

gde su:

B – empirijski koeficijent koji zavisi od prečnika provodnika,

$u(x, t)$ – trenutna vrednost napona na posmatranom mestu,

U_{kr} – kritični napon iznad koga nastaje korona.

Veličina:

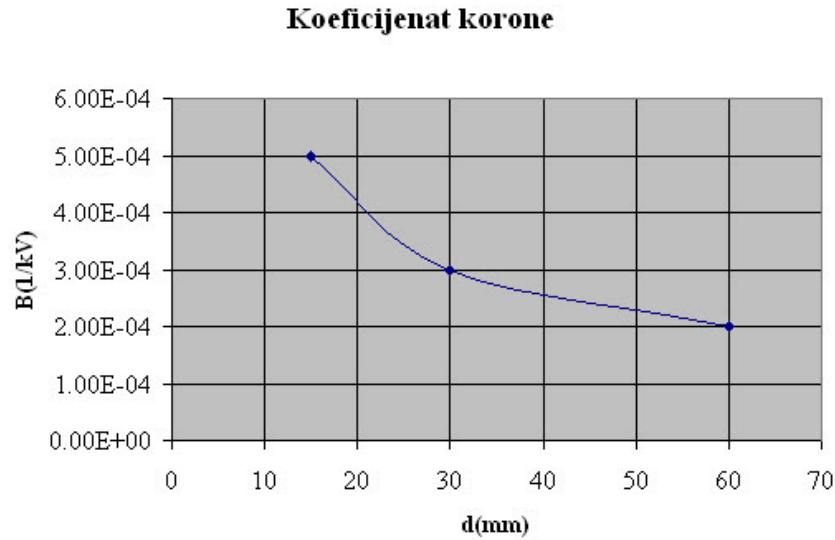
$$C_k = \frac{\partial q}{\partial u(x, t)} = C_o[1 + 2B \cdot u(x, t)] \quad (3.220)$$

naziva se dinamičkom kapacitivnošću voda, koja je veća od podužne kapacitivnosti voda pre nastanka korone.

Talasi negativnog polariteta se znatno češće pojavljuju, a osim toga, korona usled pozitivnih talasa je intenzivnija i izaziva veće izobličenje talasa. Zbog toga će biti razmatrana samo korona usled negativnih talasa.

Na slici 3.55 data je zavisnost koeficijenta B u funkciji prečnika provodnika pri negativnim naponskim talasima.

Induktivnost voda se ne menja usled dejstva korone, tako da je brzina prostiranja talasa na vodu sa koronom data izrazom:



Slika 3.55: Koeficijent korone u funkciji prečnika provodnika

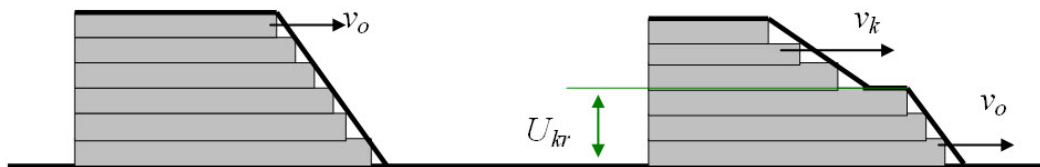
$$v_k = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_k}} = \frac{v_o}{\sqrt{1 + 2B \cdot u(x, t)}} \quad (3.221)$$

gde su:

$v_o = 1/\sqrt{L_1 C_o}$ – brzina prostiranja talasa na vodu bez korone,

L_1 – podužna induktivnost voda.

Može se uočiti da se pojedini delovi talasa čija je trenutna vrednost napona različita prostiru različitim brzinama. Na slici 3.56 skicirano je kašnjenje talasa linearno rastućeg čela usled dejstva korone na vodu dužine d .



Slika 3.56: Skica principa izobličenja talasa pri prostiranju usled promene brzine

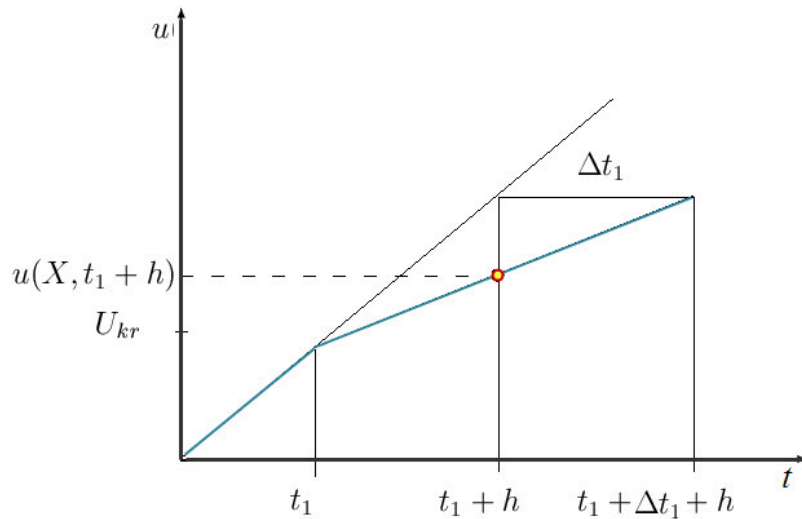
Vreme kašnjenja talasa pri naponu $u(x, t)$ posle prostiranja duž deonice voda dužine d , nakon izračunavanja brzine prostiranja iz izraza 3.221 iznosi:

$$\Delta t = \frac{d}{v_k} - \frac{d}{v_o} \quad (3.222)$$

odnosno:

$$\Delta t = \frac{d}{v_o} (\sqrt{1 + 2Bu(x, t)} - 1) \quad (3.223)$$

Na slici 3.57 prikazan je numerički postupak izračunavanja napona na vodu pri postojanju korone, ako je dopunsko kašnjenje talasa usled korone Δt .



Slika 3.57: Numerički postupak obuhvatanja korone pri prostiranju talasa po vodu

Na slici 3.57 oznaka h predstavlja elementarni vremenski korak sa kojim se proračun vrši.

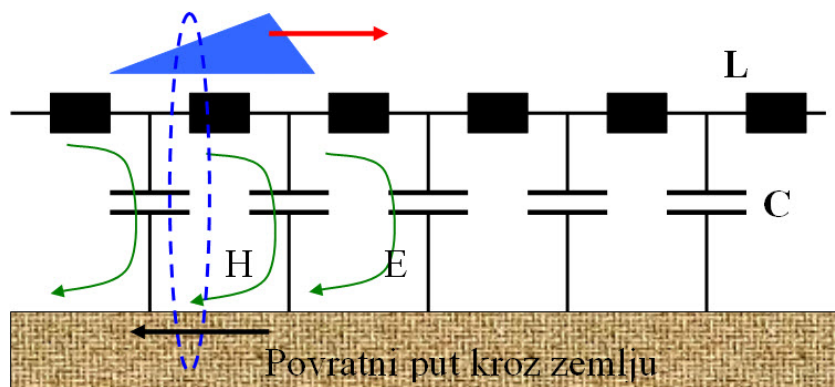
U trenutku t_1 vlada napon $u(x, t_1)$ niži od napona nastajanja korone, a u trenutku $t_1 + h$ vlada napon viši od napona nastajanja korone, usled čega dolazi do vremenskog kašnjenja talasa za interval Δt_1 . U trenutku $t_1 + h$ se dobija napon uz uvažavanje korone linearnom interpolacijom napona iz prethodnog koraka t_1 i napona u trenutku $t_1 + \Delta t_1 + h$ posle dodatnog vremenskog zakašnjenja.

3.8 Frekvencijski zavistan povratni put kroz zemlju

3.8.1 Jedinični odziv

Prilikom prostiranja talasa po nadzemnom vodu iznad ravne homogene zemlje konačne provodnosti ρ dolazi do pojave proticanja struje kroz zemlju kao povratni put, sa uticajem na prigušenje i izobličenje talasa koje zavisi od frekvencije procesa. Kod trofaznih vodova u prostiranju talasa po povratnom putu kroz zemlju učestvuje dominantno nulta komponenta struje, dok je skin efekat na fazama znatno slabije izražen. Ove pojave su od značaja kod proračuna prenapona po dugačkim vodovima, što ima veći značaj kod proračuna sklopnih prenapona, dok je za proračun atmosferskih prenapona od malog značaja jer samo udari na malom rastojanju od postrojenja koje analiziramo mogu da ugroze izolaciju.

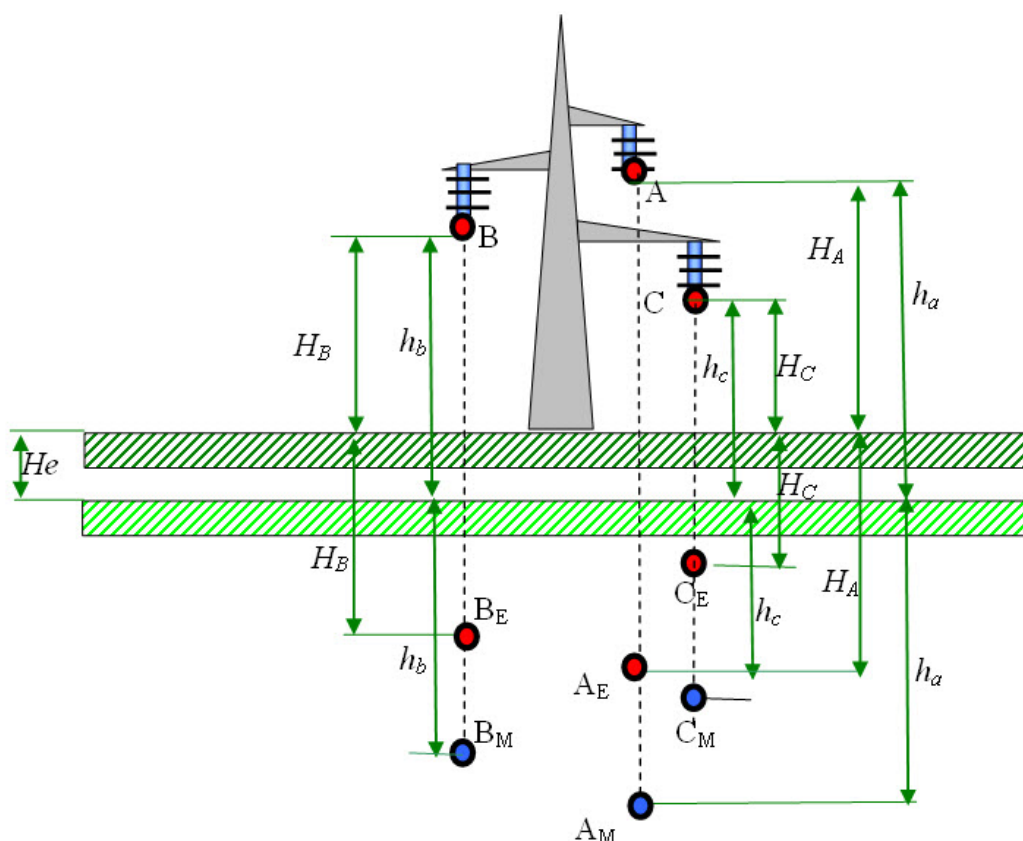
Na slici 3.58 prikazan je monofazni vod preko elementarnih L - C deonica iznad ravne homogene zemlje konačne specifične otpornosti ρ . Po vodu se prostire atmosferski udarni talas i pri prostiranju puni elementarne kapacitete prema zemlji. Povratni put za kapacitivnu struju je kroz zemlju. Električno polje koje izaziva proticanje kapacitivne struje prema zemlji je E , a magnetno polje usled proticanja struje kroz vod, koje se zatvara kroz zemlju izazivajući proticanje indukovane struje suprotnog smera je H .



Slika 3.58: Zamenska šema monofaznog voda sa povratnim putem kroz zemlju

Radi objašnjenja uticaja frekvencije na parametre voda, na slici 3.59 je prikazan trofazni vod sa geometrijom faznih provodnika koja odgovara stubu tipa "jela". Kapacitivnosti prema zemlji (sopstvene kapacitivnosti faznih provodnika), određuju se metodom ogledanja u odnosu na stvarnu površinu zemlje, koja je na nultom potencijalu i može se zameniti savršeno provodnom pločom. Po metodi ogledanja, savršeno provodna ploča se zamenjuje likovima u ogledalu provodnika suprotnog polariteta. Naprotiv, induktiviteti se određuju u odnosu na povratni put kroz zemlju na dubini koja zavisi od frekvencije pojava. Pri jednosmernoj struji se ona ravnomerno raspoređuje po poprečnom preseku

zemlje i može se zameniti ekvivalentnim provodnikom na veoma velikoj dubini. Što je frekvencija struje veća, po principu površinskog efekta, struja na povratnom putu se sabija sve više uz površinu zemlje. Pri beskonačno velikoj frekvenciji i specifičnoj otpornosti tla koja bi bila nula, sva struja bi bila sabijena uz samu površinu zemlje i u tom slučaju bi se mogla koristiti površina zemlje po metodi ogledanja za određivanje ekvivalentnih likova provodnika u zemlji, sa suprotnim smerovima struja u odnosu na stvarne fazne provodnike. Fizičko tumačenje frekvencijski zavisnih induktiviteta se može objasniti preko fiktivne površinu zemlje koja je na dubini H_{ekv} u odnosu na stvarnu površinu zemlje, gde dubina H_{ekv} zavisi od frekvencije i specifičnog otpora tla .



Slika 3.59: Primena principa ogledanja za određivanje kapacitivnosti i induktivnosti faznih provodnika sa povratnim putem kroz zemlju

Na slici 3.59 oznake imaju sledeće značenje:

A, B, C - fazni provodnici nadzemnog voda,

A_E, B_E, C_E - likovi faznih provodnika u odnosu na stvarnu površinu zemlje kao ravan ogledanja, što služi za proračun faznih kapacitivnosti vodova,

A_M, B_M, C_M -likovi faznih provodnika u odnosu na fiktivnu površinu ogledanja, što služi za proračun faznih induktiviteta vodova,

h_a, h_b, h_c - visine faznih provodnika u odnosu na fiktivnu površinu zemlje,

H_a, H_b, H_c - visine faznih provodnika u odnosu na stvarnu površinu zemlje,

Prema Karsonovom obrascu ekvivalentna dubina povratnog puta kroz zemlju ima sledeći oblik za pogonsku učestanost:

$$D_e = 660 \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (3.224)$$

gde je:

D_e -ekvivalentna dubina lika faznog provodnika u odnosu na površinu zemlje

f - učestanost

ρ - specifična otpornost zemlje.

U [59], dato je kompletno izvođenje koeficijenta prostiranja i karakteristične imedanse za vod iznad homogene ravne zemlje u frekvencijskom domenu. Izraz nije pogodan za praktičnu primenu zbog izuzetno složene analitičke forme. U radu [60] i [64] predloženo je jednostavno rešenje za koeficijent prostiranja u obliku:

$$\Upsilon(p) = \frac{p}{v} + p \cdot T_m + \beta \sqrt{p} + \alpha \quad (3.225)$$

gde su:

p - operator Laplasove operacije,

v - brzina prostiranja, $v = 3 \times 10^8$ m/s,

T_m - dopunsko kašnjenje u prostiranju nulte komponente talasa napona,

β - koeficijent koji obuhvata uticaj izobličenja talasa usled frekvencijski zavisnih parametara povratnog puta kroz zemlju,

α - koeficijent prigušenja napona koji utiče samo na promenu amplitude, ali ne i oblika napona.

U slučaju delovanja odskočne funkcije napona amplitude U_1 na početku voda, na rastojanju d od početka voda, napon ima sledeći oblik:

$$u_2(p) = \frac{U_1}{p} \cdot [e^{-p \cdot (\frac{d}{v} + T_m)} \cdot e^{-\beta \sqrt{p} \cdot \frac{d}{v}} \cdot e^{-\alpha \frac{d}{v}}] \quad (3.226)$$

Prema [60] funkcija 3.226 se može transformisati u vremensku funkciju sledećeg oblika:

$$u_2(t) = U_1 \cdot e^{-\alpha \cdot (d/v)} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\beta(d/v)}{2 \cdot \sqrt{t - T_m(d/v)}}\right) \quad (3.227)$$

Funkcija $\operatorname{erf}(x)$ naziva se funkcijom greške (koristi se naziv Gausova funkcija greške) i predstavlja jednu od neelementarnih funkcija koja se javlja u verovatnoći, statistici, i parcijalnim diferencijalnim jednačinama. Raspoloživa je kao aplikativna funkcija u većini programskih jezika, a definisana je izrazom:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (3.228)$$

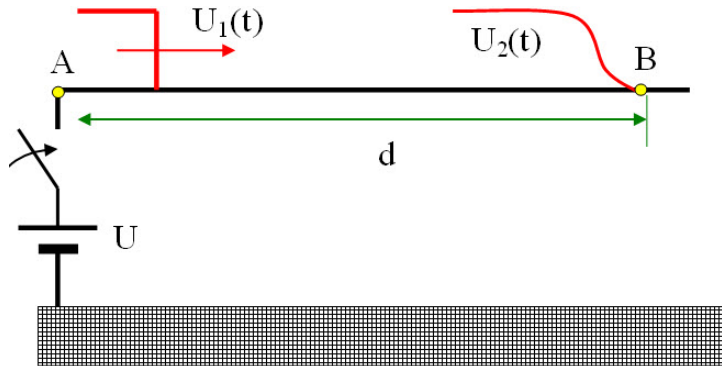
Komplementarna funkcija greške $\operatorname{erfc}(x)$ dobija se iz izraza:

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$

odnosno:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (3.229)$$

Da bi se modelovalo izobličenje talasa usled prostiranja, može se posmatrati beskonačno dugačak vod koji polazi od tačke **A** u kojoj se uključuje izvor pravougaonog napona, kao na slici 3.60. Talas posmatramo posle prostiranja u tački **B** na udaljenosti d od tačke **A**.



Slika 3.60: Odziv voda na odskočnu funkciju napona

Ukoliko je talas U_1 jedinične amplitude, tada je napon U_2 odziv voda na jediničnu odskočnu funkciju.

Ako se odredi vremenska funkcija odziva U_2 , tada se može izvršiti aproksimacije te funkcije sa zbirom eksponencijalnih funkcija.

$$F(t) = \sum_{i=1}^k e^{-\alpha_i t} A_i (1 - e^{-a_i t}) \quad (3.230)$$

gde su:

A_i -amplitude pojedinih komponenti eksponencijalnih funkcija,

$T_i = 1/a_i$ -Vremenske konstante pojedinih eksponencijalnih funkcija,

α_i - koeficijenti prigušenja pojedinih eksponencijalnih funkcija.

Uslov koje treba gornja funkcija da ispunjava je da za $t \rightarrow \infty$:

$$\sum_{i=1}^k A_i = 1 \quad (3.231)$$

Za praktičnu primenu je dovoljno koristiti samo jednu ili dve eksponencijalne funkcije, odnosno $k = 1$ ili $k = 2$.

U slučaju kada se primenjuje samo jedna eksponencijalna funkcija, tada ta funkcija ima sledeći oblik:

$$F(t) = e^{-\alpha \cdot t} \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot t}) \quad (3.232)$$

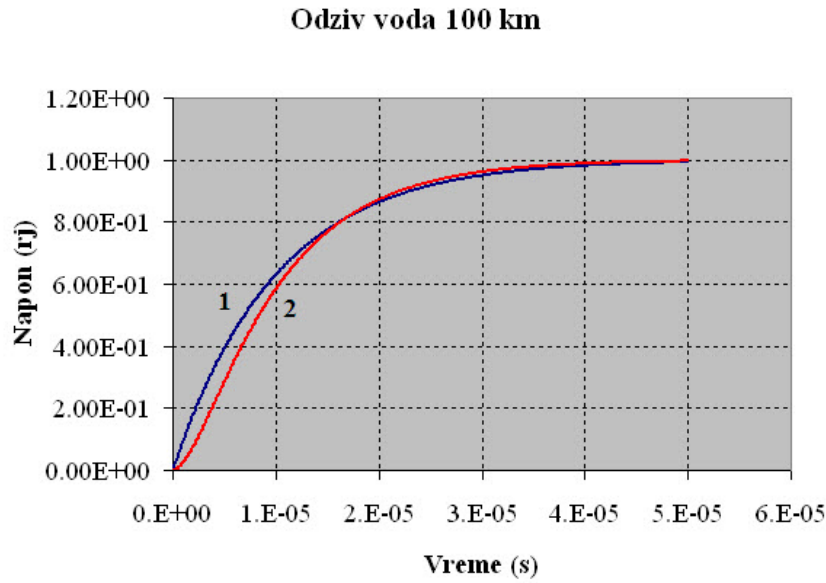
Za slučaj voda dugačkog 100 km i specifičnog otpora ravne homogene zemlje $\rho = 300 \Omega\text{m}$ prikazan je jedinični odziv na slici 3.61. Da bi se sprečile refleksije talasa od kraja voda, na kraj voda priključen otpornik koji ima vrednost otpora identičnu karakterističnoj impedansi voda (otpornik za prilagođavanje). Nacrtan je odziv voda aproksimiran sa jednom eksponencijalnom funkcijom i realan odziv voda određen tačnim postupkom na slici 3.61.

Za inženjerske proračune dovoljno je koristiti jednu eksponencijalnu funkciju.

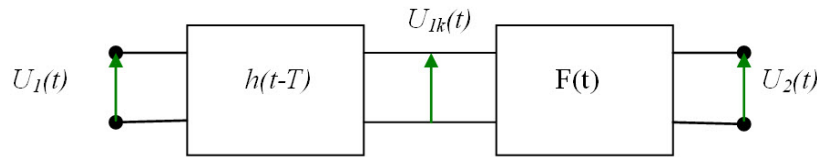
3.8.2 Numeričko modelovanje izobličenja pri prostiranju

Numerički proračun napona pri prostiranju duž voda se može objasniti na blok šemi na slici 3.62.

Oznake na slici imaju sledeće značenje:



Slika 3.61: Odziv voda aproksimiran jednom eksponencijalnom funkcijom (1) i originalni odziv određen tačnim postupkom (2)



Slika 3.62: Blok šema proračuna odziva voda preko funkcije prenosa ili transfer funkcije

U_1 - upadni talas na početku voda dobijen proračunom prelaznog procesa,

U_{1k} - talas posle prostiranja kroz vod, neizobličen, samo vremenski pomeren za vreme prostiranja $T = \frac{d}{v}$, gde je d dužina voda, a v - brzina prostiranja bliska brzini svetlosti,

U_2 - izobličen talas koji stiže na kraj voda kao upadni talas,

$h(t - T)$ - Blok koji reprezentuje Hevisajdova odskočna funkcija koja predstavlja funkciju kašnjenja talasa $U_{1k}(t) = U_1(t - T)h((t - T))$.

$F(t)$ - funkcija odziva voda na jediničnu odskočnu funkciju.

Proračunom odziva voda na ulazni napon $U_1(p)$ u domenu Laplasove transformacije dobija se u sledeći izraz:

$$U_2(p) = U_1(p) \cdot e^{-\frac{p}{v} \cdot d} \star F(p) \quad (3.233)$$

Transformacija u vremenski domen vrši se primenom konvolucionog integrala:

$$u_2(t) = u_1(t)F(0) + \int_0^t u_1(z)F'(t-z) \cdot dz \quad (3.234)$$

gde je:

$$u_{1k}(t) = u_1(t-T) \cdot h(t-T) \quad (3.235)$$

Prilikom numeričkog proračuna se u svakom koraku proračuna mora vršiti izračunavanje integrala 3.234 množeći podintegralnu funkciju $u_1(z)$ za svako z sa funkcijom $F'(t-z)$. Pri tome u svakom koraku se argumenti z i $(t-z)$ razlikuju. Zbog toga je direktno integraljenje veoma dugotrajan proces.

Uvođenjem aproksimacije funkcije odziva eksponencijalnim funkcijama sa k članova, funkcija $F'(t)$ na osnovu 3.230 postaje:

$$F'(t) = \sum_{i=1}^k e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i t} \quad (3.236)$$

Znajući da funkcija odziva za $t = 0$ ima vrednost 0, konvolucionni integral 3.234 sada dobija oblik:

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(z) \cdot \sum_{i=1}^k e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-z)} dz \quad (3.237)$$

Konvolucionni integral se može podeliti na dva člana, jedan koji važi od trenutka $t = 0$ do trenutka $t - \Delta t$ i drugi od trenutka $t - \Delta t$ do trenutka t , gde je Δt elementarni vremenski korak proračuna.

$$\begin{aligned} u_2(t) = & \int_0^{t-\Delta t} u_1(z) \cdot \sum_{i=1}^k e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-\Delta t-z)} dz \\ & + \int_{t-\Delta t}^t u_1(z) \cdot \sum_{i=1}^k e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-z)} dz \end{aligned} \quad (3.238)$$

Ukoliko postoji k eksponencijalnih funkcija odziva, gde je $k = 1$ ili 2 , član koji odgovara komponenti i izračunatog odziva ima oblik:

$$\begin{aligned} u_{2i}(t) = & \int_0^{t-\Delta t} u_1(z) \cdot e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-\Delta t-z)} dz \\ & + \int_{t-\Delta t}^t u_1(z) \cdot e^{-\alpha_i d} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-z)} dz \end{aligned} \quad (3.239)$$

Prvi član izraza 3.239 može se napisati u obliku:

$$u_{2i}(t - \Delta t) = \int_0^{t-\Delta t} u_1(z) e^{-\alpha_i z} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-\Delta t-z)} dz \quad (3.240)$$

Na osnovu 3.240 se izraz 3.239 može napisati u obliku:

$$u_{2i}(t) = u_{2i}(t - \Delta t) + \int_{t-\Delta t}^t u_1(z) \cdot e^{-\alpha_i z} A_i \cdot a_i \cdot e^{-a_i(t-z)} dz \quad (3.241)$$

To znači da se komponenta i upadnog naponskog talasa $u_{2i}(t)$ može izračunati na osnovu iste komponente napona iz predhodnog koraka uz integraljenje funkcije u poslednjem koraku.

Ako se izvrši linearna interpolacija napona na intervalu $[t - h, h]$, može se analitički rešiti drugi interval u izrazu 3.241. Nakon izračunavanja se dobija:

$$u_{2i}(t) = R_{1i} \cdot U_1(t) + R_{2i} \cdot U_1(t - \Delta t) + R_{3i} \cdot U_{2i}(t - \Delta t) \quad (3.242)$$

gde su:

$$R_{1i} = \left[1 - \frac{1}{a_i \cdot \Delta t} (1 - e^{-a_i \cdot \Delta t})\right] \cdot A_1 \quad (3.243)$$

$$R_{2i} = -\left[e^{-a_i \cdot \Delta t} - \frac{1}{a_i \cdot \Delta t} \cdot (1 - e^{-a_i \cdot \Delta t})\right] \cdot A_1 \quad (3.244)$$

$$R_{3i} = e^{-a_i \cdot \Delta t} \cdot A_1 \quad (3.245)$$

Ukupan napon se dobija sabiranjem komponenti usled dejstva pojedinih eksponencijalnih članova.

$$u_2(t) = \sum_{i=1}^k u_{2i}(t) \quad (3.246)$$

Ovim postupkom proračuna uvodi se pojam izobličene komponente napona usled dejstva samo jednog eksponencijalnog člana. Komponente napona izračunatog izobličene napona se zadržavaju u memoriji samo do narednog koraka, isto kao i neizobličene komponente napona, jer se ove dve komponente pozivaju pri izračunavanju izobličene komponente napona u narednom koraku. Ovakvim postupkom se vrši značajno ubrzavanje procesa proračuna konvolucionog integrala i vrši se ušteda u korišćenoj memoriji jer se memorišu upadne komponente samo tekućeg i predhodnog koraka.