

# **5. MERNI MOSTOVI I KOMPENZATORI**

# Uvod

- Većina merenih veličina može se meriti direktno, očitavanjem na odgovarajućem mernom instrumentu.
- Pored toga one se mogu meriti primenom različitih mernih metoda.
- Jedne od najtačnijih mernih metoda su nulte metode.
- Kod takvih metoda vrši se poređenje merene veličine i poznate veličine iste prirode i njihova razlika se registruje na odgovarajućem nul-indikatoru.
- Preciznost nultih metoda posebno je izražena kod primene mernih mostova i kompenzatora.

## 5.1. Merni mostovi

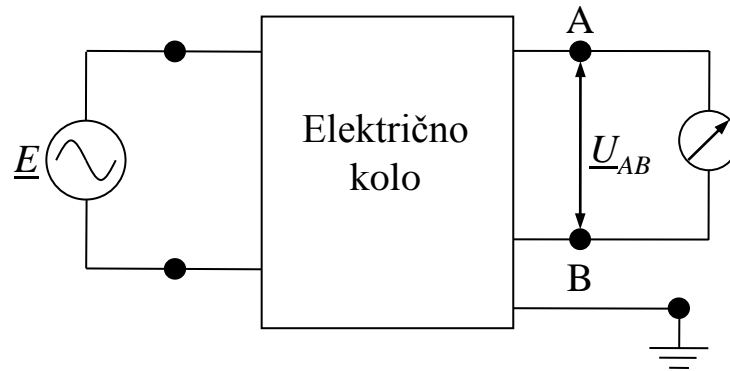
- Merni mostovi su veoma značajne merene metode koje se često koriste i danas iako su nastale još u 19. veku.
- Ove metode su vremenom doživele transformaciju od jednostavnih manuelnih mostova do automatizovanih digitalnih konstrukcija tako da i danas predstavljaju veoma važne metode za merenje električnih veličina.
- U zavisnosti od vrste napajanja merni mostovi se mogu podeliti na mostove za jednosmernu i mostove za naizmeničnu struju.
- Ove dve vrste mostova ne razlikuju se samo po prirodi napajanja već i po konstrukciji, načinu postizanja ravnoteže i mernim mogućnostima.

## 5.1. Merni mostovi

- Merni mostovi za jednosmernu struju uglavnom se koriste za merenje električne otpornosti.
- S druge strane, merni mostovi za naizmeničnu struju služe za merenje sopstvene i međusobne induktivnosti, kapacitivnosti, aktivnog i reaktivnog dela impedanse, faktora dobrote kalema, ugla gubitaka kondenzatora, frekvencije, fazne razlike.
- Pored električnih veličina mernim mostovima mogu se meriti i neelektrične veličine pod uslovom da se može uspostaviti njihova funkcionalna zavisnost od odgovarajućih električnih veličina.

## 5.1.1. Opšta konfiguracija mernog mosta

- Merni most se može prikazati univerzalnom šemom datom na slici.



- Merni most je u suštini jedno električno kolo napajano iz naponskog izvora u kome električni ili elektronski instrument ima ulogu nul-indikatora.
- Indikator je priključen između tačkaka A i B čiji se potencijali  $U_A$  i  $U_B$  u odnosu na referentnu tačku mogu menjati promenom vrednosti elemenata u kolu.

## 5.1.1. Opšta konfiguracija mernog mosta

- U opštem slučaju, razlika potencijala tačaka A i B funkcija je napona napajanja mernog mosta  $\underline{E}$  i vrednosti elemenata mosta  $\underline{Z}_i$ , što se može prikazati izrazom:

$$\underline{U}_{AB} = f(\underline{E}, \underline{Z}_1, \dots, \underline{Z}_i, \dots, \underline{Z}_n)$$

gde je  $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$  i  $\underline{Z}_i = |Z_i|e^{j\phi_i}$

- Pri ravnoteži mosta, u zavisnosti od vrednosti potencijalne razlike  $\underline{U}_{AB}$ , razlikuju se uravnoteženi i neuravnoteženi mostovi.
- Kod uravnoteženih mostova ova potencijalna razlika jednaka je nuli, a kod neuravnoteženih je različita od nule.
- Prema tome, kod uravnoteženih mernih mostova uslov jednakosti potencijala u tačkama A i B može se iskazati izrazom:

$$f(\underline{E}, \underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_n) = 0$$

## 5.1.1. Opšta konfiguracija mernog mosta

- Iz poslednjeg izraza mogu se izvesti funkcionalne zavisnosti vrednosti elemenata, odnosno impedansi koje formiraju most.
- Kod neuravnoteženih mernih mostova vrednosti elemenata mosta su u strogoj funkciji od vrednosti potencijalne razlike tačaka A i B, odnosno:

$$\underline{U}_{AB} - f(\underline{E}, \underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \dots, \underline{Z}_n) = 0$$

- Ukoliko se neka od impedansi mosta  $Z_i$  zameni nepoznatom impedansom  $Z_x$ , primenom nekog od poslednja dva izraza može se vrednost te nepoznate impedanse izraziti preko vrednosti ostalih impedansi koje formiraju most.

## 5.1.1. Opšta konfiguracija mernog mosta

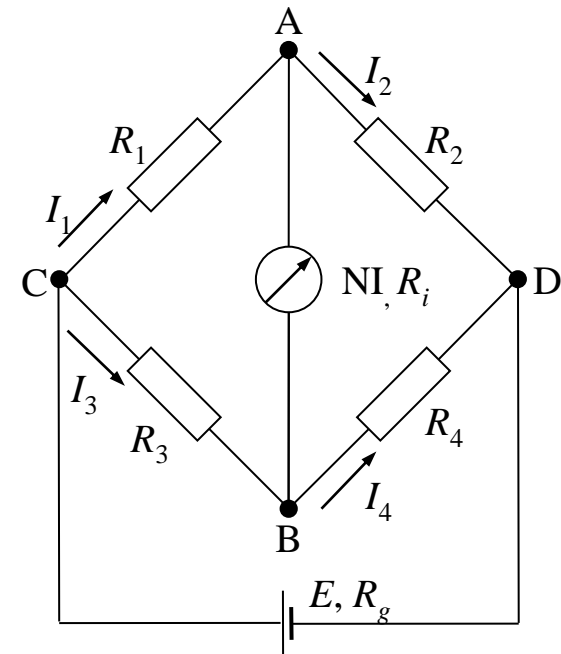
- Osnovna karakteristika mosta je njegova osetljivost.
- Ona se definiše kao odnos promene potencijalne razlike tačaka A i B i relativne promene vrednosti merene veličine (impedanse) u blizini ravnoteže mosta, odnosno:

$$S_m = \frac{\Delta \underline{U}_{AB}}{\Delta \underline{Z}_x / \underline{Z}_x} = \underline{Z}_x \frac{\Delta \underline{U}_{AB}}{\Delta \underline{Z}_x}$$

- Može se reći da osetljivost mernog mosta zavisi od osetljivosti indikatora  $\Delta \underline{U}_{AB}$ , koja je funkcija napona napajanja  $\underline{E}$  i oblika zavisnosti nepoznate impedanse od ostalih impedansi u mernom mostu.

## 5.1.2. Mostovi za jednosmernu struju

- Osnovi koncept mosta za jednosmernu struju postavio je Čarls Vitston (*Charles Wheatstone*) još 1843. godine.
- Po njemu je i osnovi koncept mosta za jednosmernu struju i dobio ime.
- Principijelna šema Vitstonovog mosta prikazana je na slici.
- Vinstonov most je merna metoda koja se najduže koristi za merenje jedne električne veličine, električne otpornosti.
- Iako je njegova konstrukcija jednostavna Vinstonov most može da posluži za veoma precizna merenja.



## 5.1.2. Mostovi za jednosmernu struju

- Vitstonov most se sastoji od dve paralelne grane od kojih svaka ima po dva redno vezana otpornika.
- Izvor jednosmernog napona priključen je na krajeve ove veze.
- Nul-indikator, na primer galvanometar, priključen je između paralelnih grana sa ciljem indikacije ravnotežnog stanja.
- Sa slike se vidi da otpornici  $R_1$ – $R_4$ , redno vezani, čine zatvorenu konturu u obliku kvadrata ili romba.
- U dijagonali AB priključen je indikator, a na krajeve dijagonale CD priključen je izvor napajanja.
- Vrednosti otpora  $R_1$ – $R_4$  mogu biti proizvoljne i u tom slučaju kroz indikator protiče struja.
- Međutim, za određene vrednosti otpora  $R_1$ – $R_4$  struja kroz dijagonalu sa indikatorom jednaka je nuli. Tada je most u ravnoteži i potencijali tačaka A i B su jednaki.

## 5.1.2. Mostovi za jednosmernu struju

- Ako se napišu jednačine pada napona za konture ABC i ABD dobija se:

$$R_1 I_1 = R_3 I_3,$$

$$R_2 I_2 = R_4 I_4.$$

- Pošto je, pri ravnoteži, struja kroz dijagonalu sa indikatorom jednaka nuli važi da je:

$$I_2 = I_1,$$

$$I_4 = I_3.$$

- Kombinovanjem poslednja dva izraza dobija se

$$R_1 I_1 = R_3 I_3,$$

$$R_2 I_1 = R_4 I_3.$$

- Deljenjem prve jednačine drugom dobija se uslov koji moraju zadovoljiti vrednosti otpora  $R_1$ – $R_4$  da bi most bio u ravnoteži:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

## 5.1.2. Mostovi za jednosmernu struju

- Prethodni uslov može se napisati i u drugačijem obliku:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

- Ako je neki od ova četiri otpora nepoznat on se može izračunati preko preostalih otpora.
- Na primer ako je napoznat otpor u grani BD, odnosno  $R_4 = R_x$ , tada je:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

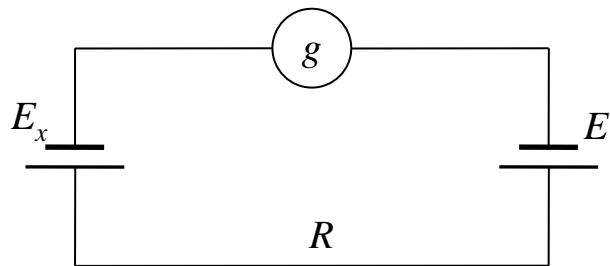
- Na osnovu poslednjeg izraza može se doneti nekoliko zaključaka.
- Za izračunavanje nepoznate otpornosti Vitstonovim mostom potrebno je poznavati otpornost samo jednog od tri preostala otpornika (na primer  $R_3$ ) i odnos otpornosti preostala dva otpora ( $R_2/R_1$ ).

## 5.1.2. Mostovi za jednosmernu struju

- Na rezultat merenja ne utiče vrednost napona napajanja  $E$  ni njegova izlazna otpornost  $R_g$ .
- Takođe na rezultat merenja ne utiče osetljivost indikatora ni njegova ulazna otpornost  $R_i$ .
- Potrebno je reći da se ravnoteža mosta neće promeniti ako izvor i nul–indikator zamene mesta, odnosno ako izvor vežemo između tačaka A i B, a nul–indikator između tačaka C i D.
- Bez obzira što na vrednost nepoznatog otpora ne utiče vrednost napona napajanja ipak on mora biti ograničen maksimalnom dozvoljenom strujom otpornika koji čine most.
- Struja mosta mora biti ograničena na vrednost koja neće dovesti do preteranog zagrevanja otpornika mosta što je posebno važno kod merenja manjih otpornosti.

## 5.2. Kompenzatori

- Kompenzatori su merni instrumenti koji se koriste kod kompenzacionih metoda.
- Kod ovih metoda vrednost merene veličine određuje se tako što se dejstvo merene veličine izjednačava sa dejstvom veličine iste vrste čija je vrednost poznata.
- Ove metode spadaju u najpreciznije nulte metode.
- Najpogodnije veličine za poređenje su napon, odnosno elektromotorna sila.
- Princip kompenzacione metode može se prikazati preko šeme date na slici.



- $E_x$  je nepoznata elektromotorna sila,
- $E$  je poznata elektromotorna sila,
- $R$  je otpor u kolu i  $g$  je galvanometar.

## 5.2. Kompenzatori

- Struja kroz galvanometar je:

$$I_g = \frac{E_x - E}{R}$$

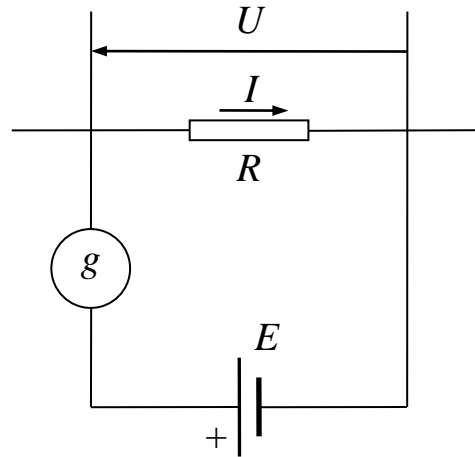
- Ako bi se u kolu podesilo da je  $I_g = 0$ , onda bi nepoznata elektromotorna sila bila jednaka poznatoj elektromotornoj sili, odnosno:

$$E_x = E$$

- Osnove kompenzacionih metoda postavio je Pogendorf još 1841. godine.
- Kasnije su urađena mnogo poboljšanja koja su olakšala rad sa kompenzatorom.
- Kompenzacione metode se i danas koriste u savremenoj mernoj tehnici jer su veoma precizne, a još jedna prednost je što se pri merenju mereni objekat neopterećuje.

## 5.2. Kompenzatori

- Princip rada kompenzatora je jednostavan i prikazan je na šemi sa slike.



- Prema šemi sa slike, pad napona na otporniku je:

$$U = R \cdot I$$

- Ako se u kolu podesi da struja kroz galvanometar bude jednaka nuli ( $I_g = 0$ ) dobija se da je:

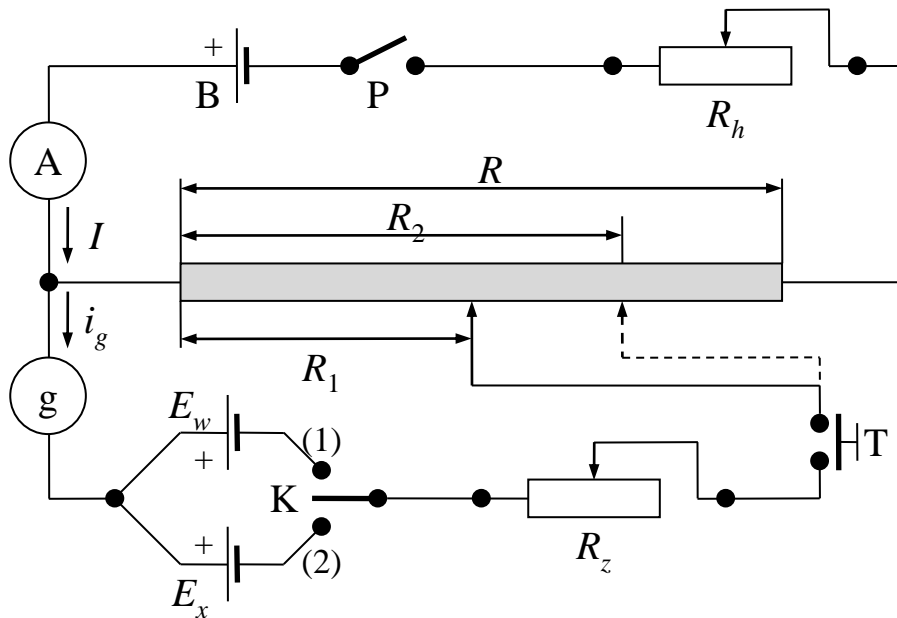
$$E = U = R \cdot I$$

## 5.2. Kompenzatori

- Očigledno je da se sada iz ovog izraza može odrediti jedna veličina ako su druge dve poznate.
- Kod merenja mora se voditi računa da elektromotorna sila i pad napona budu u opoziciji.
- Zbog toga ova metoda spada i u grupu opozicionih metoda.
- Kao što je već rečeno kompenzacione metode su veoma precizne merne metode pa kompenzatori pored merenja električnih veličina mogu da se koriste za overe mernih instrumenata kao što su ampermetri, voltmetri i vatmetri.

## 5.2.1. Pogendorfov kompenzator

- Prvi realizovan kompenzator bio je Pogendorfov kompenzator i njegova šema prikazana je na slici.



$A$  – ampermetar za merenje struje u kolu kompenzatora,

$g$  – galvanometar,

$R$  – otpornik potencijometar,

$K$  – komutator,

$B$  – pomoćni izvor napajanja kompenzatora,

$R_h$  – otpornik za podešavanje struje u kolu kompenzatora,

$R_z$  – zaštitni otpornik u kolu galvanometra,

$T$  – taster za uključivanje potencijometarske grane,

$E_w$  – Westonov element, ili neki drugi etalon elektromotorne sile,

$E_x$  – nepoznata elektromotorna sila.

## 5.2.1. Pogendorfov kompenzator

- Postupak merenja se vrši u nekoliko koraka.
- Komutator K se najpre postavlja u položaj (1) i pomeranjem klizača na potencionetru  $R$  podešava se da struja kroz galvanometar bude jednaka nuli ( $I_g = 0$ ).
- Pošto je tada struja u celoj donjoj konturi sa šeme jednaka nuli dobija se da je:

$$E_w = R_1 \cdot I$$

gde je  $E_w$  elektromotorna sila Westonovog elementa,  $R_1$  vrednost otpora potencionetra za koju je ostvarena ravnoteža, a  $I$  struja kroz kolo kompenzatora (meri se ampermetrom, a podešava otpornikom  $R_h$ ).

## 5.2.1. Pogendorfov kompenzator

- U narednom koraku komutator K se postavlja u položaj (2) i ponovo se pomeranjem klizača na potenciometru  $R$  podešava da struja kroz galvanometar bude jednaka nuli. Tada važi da je:

$$E_x = R_2 \cdot I$$

gde je  $R_2$  otpornost koja odgovara položaju na potenciometru za koju je ostvarena ravnoteža.

- Deljenjem poslednje dve jednačine dobija se:

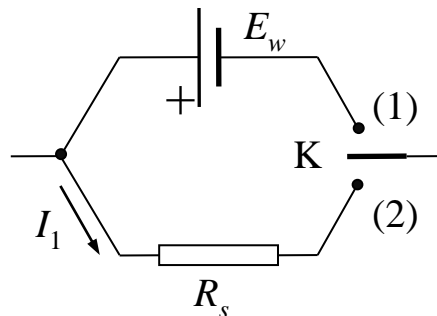
$$\frac{E_x}{E_w} = \frac{R_2 \cdot I}{R_1 \cdot I} = \frac{R_2}{R_1}$$

- Konačno, nepoznata elektromotorna sila može se odrediti preko izraza:

$$E_x = E_w \frac{R_2}{R_1}$$

## 5.2.1. Pogendorfov kompenzator

- Pri merenju moraju biti izpunjena dva uslova: elektromotorna sila pomoćnog izvora napajanja (B) mora biti konstantna i vrednost otpornosti  $R_h$  u toku merenja ne sme se menjati.
- Oba ova uslova se svode na uslov da struja u kolu kompenzatora bude konstantna.
- Umesto nepoznate elektromotorne sile može se meriti i pad napona na nekom otporu.
- Ako je taj otpor poznat (etalon otpornik), tada se može meriti struja.
- Modifikacija šeme za te svrhe data je na slici.



## 5.2.1. Pogendorfov kompenzator

- Kada je komutator K u položaju (1) važi jednačina:

$$E_w = R_1 \cdot I$$

- Kada se komutator K prebaci u položaj (2) tada važi relacija:

$$R_s \cdot I_1 = R_2 \cdot I$$

- Kombinovanjem poslednja dva izraza dobija se vrednost struje koja se meri:

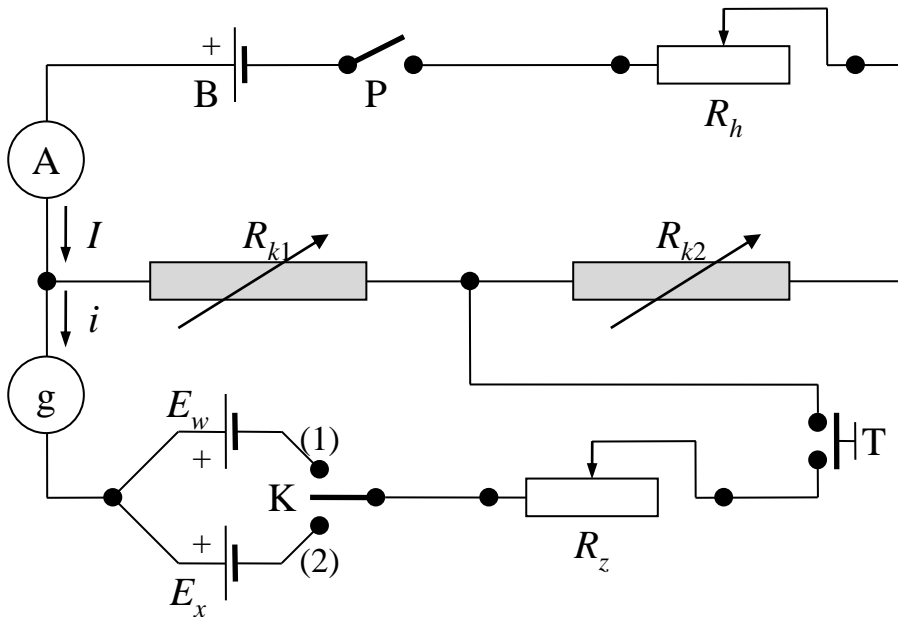
$$R_s \cdot I_1 = R_2 \cdot \frac{E_w}{R_1}$$

odnosno

$$I_1 = \frac{R_2}{R_s} \cdot \frac{E_w}{R_1}$$

## 5.2.2. Butijev kompenzator

- Na slici je dat Butijev kompenzator koji predstavlja poboljšanu verziju u odnosu na Pogendorfov kompenzator.
- Šema za slike namenjena je merenju nepoznate elektromotorne sile.



A – ampermetar za grubo podešavanje struje,  
g – galvanometar,  
 $R_{k1}$ ,  $R_{k2}$  – dekadne kutije otpora,  
K - komutator,  
B – pomoćni izvor napajanja u kolu kompenzatora,  
 $R_h$  – otpornik za podešavanje struje u kolu kompenzatora,  
 $R_z$  – zaštitni otpornik u kolu galvanometra,  
T – taster za uključivanje grane galvanometra,  
 $E_w$  – Westonov element, etalon elektromotorne sile,  
 $E_x$  – nepoznata elektromotorna sila.

## 5.2.2. Butijev kompenzator

- U odnosu na Pogendorfov kompenzator ovde je potenciometar zamenjen sa dve dekadne kutije otpora.
- Pri tome, pri merenju, mora uvek biti ispunjen uslov da je:

$$R_{k1} + R_{k2} = \text{const}$$

da bi struja u kolu kompenzatora bila konstantna.

- Ampermetar je ovde samo pomoćni instrument i ne služi za podešavanje struje. On može i da se izostavi iz šeme.
- Podešavanje struje u kolu kompenzatora vrši se pomoću Westonovog elementa.
- U kolu kompenzatora tipično se podešava da struja bude 1 mA.
- To je okrugla vrednost, zgodna za računanje. Pored toga zbog male struje ne dolazi do grejanja otpornika.

## 5.2.2. Butijev kompenzator

- Na dekadnoj kutiji  $R_{k1}$  postavlja se vrednost otpora od 1019  $\Omega$ .
- Ta vrednost je usaglašena sa etalom elektromotorne sile (Vestonov element) jer važi da je:

$$R_{k1w} = \frac{E_w}{I} = \frac{1.019 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 1019 \Omega$$

- Na dekadi  $R_{k2}$  postavlja se vrednost koja zavisi od vrednosti napona pomoćnog izvora napajanja B. Uslov je da bude:

$$(R_{k1} + R_{k2})I + R_h I \cong E_B$$

- Pošto pri merenju mora da bude ispunjen uslov  $R_{k1} + R_{k2} = \text{const}$ , očigledno je da se podešavanje struje vrši promenom otpora  $R_h$ .
- Na primer, ako je napon pomoćnog izvora B  $U_B \approx 4 \text{ V}$  (uvek je nešto veći od 4 V zbog pada napona) tada, za struju od  $I = 1 \text{ mA}$ , treba da je:

$$R_{k1} + R_{k2} = 4000 \Omega$$

## 5.2.2. Butijev kompenzator

- U tom slučaju vrednost na dekadi  $R_{k2}$  treba da se podesi na:

$$R_{k2w} = 4000 - R_{k1w} = 4000 - 1019 = 2981 \Omega$$

- Kada su ovako podešeni otpori na dekadama, komutator K se uključuje u položaj (1).
- Tada se pomoću otpornika  $R_h$  podešava da galvanometar ne skreće.
- Kada se to podesi, važi da je:

$$R_{k1w} \cdot I = E_w$$

$$1019 \cdot I = 1.019 \rightarrow I = 1 \text{ mA}$$

- Sada se otpornik  $R_h$  više ne sme menjati.
- Prethodnim postupcima kompenzator je podešen za merenje.

## 5.2.2. Butijev kompenzator

- Komutator K se prebacuje u položaj (2) i uključuje se nepoznata elektromotorna sila.
- Sada se menjaju samo otpori  $R_{k1}$  i  $R_{k2}$ , pri čemu mora biti ispunjen uslov:

$$R_{k1} + R_{k2} = 4000 \Omega = \text{const}$$

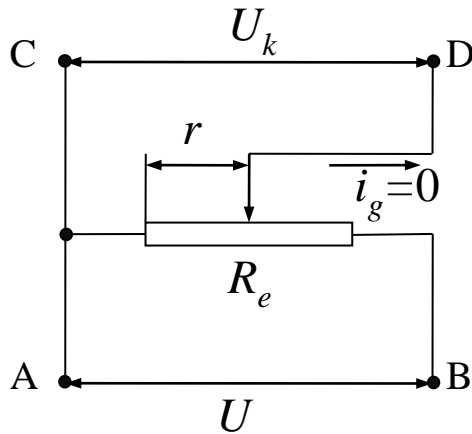
- Promenom vrednosti otpora  $R_{k1}$  i  $R_{k2}$  podešava se da struja kroz galvanometar bude jednaka nuli.
- Ako je to ostvareno pri otporu  $R_{k1x}$ , tada se nepoznata elektromotorna sila može dobiti preko izraza:

$$E_x = R_{k1x} \cdot I$$

- Vrednost struje  $I$  u prethodnom izrazu jednaka je 1 mA jer se situacija u kolu kompenzatora nije promenila.
- Zbir otpora  $R_{k1}$  i  $R_{k2}$  je  $4000 \Omega$ , a vrednost otpora  $R_h$  se nije promenila.

### 5.2.3. Delitelj napona

- Kompenzatori mogu direktno da mere napon maksimalno do nekoliko V.
- Za merenje viših napona koristi se delitelj napona (naponski reduktor) pomoću kojeg se viši naponi svode na nivo pogodan za merenje kompenzatorom.
- Princip rada je prikazan na slici.



$U_k$  – napon koji se dovodi na kompenzator,  
 $U$  – mereni napon,  
 $R_e$  – etalon otpora.

### 5.2.3. Delitelj napona

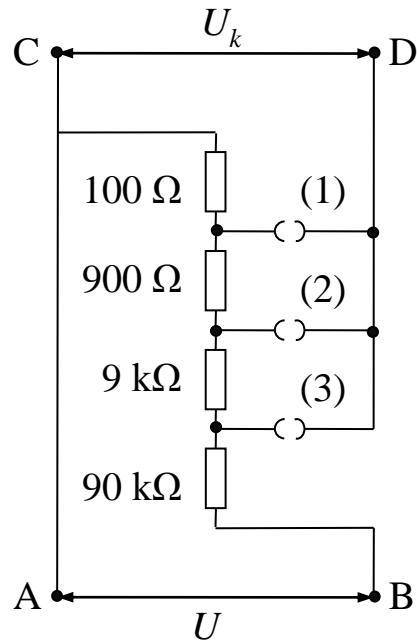
- Sa šeme se vidi da je:

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U_k}{r}, \text{ odnosno } U = \frac{R_e}{r} U_k$$

- Količnik naziva se odnos deljenja delitelja napona.
- U postupku merenja napon  $U_k$  se meri, a napon  $U$  se izračunava preko odnosa deljenja.
- Konstruktivno, delitelj se radi sa više otpornika, sa izvodima i priključcima.

## 5.2.3. Delitelj napona

- Šema je data na slici.



- Uspostavljanjem kontakta (1), (2) ili (3) menja se otpor  $r$ , dok je otpor  $R_e$  stalan i iznosi  $R_e = 100\ \text{k}\Omega$ . Za pojedine pozicije odnos je:

– pozicija (1): 
$$\left(\frac{R_e}{r}\right)_{(1)} = \frac{100\ \text{k}\Omega}{100\ \Omega} = 1000$$

– pozicija (2): 
$$\left(\frac{R_e}{r}\right)_{(2)} = \frac{100\ \text{k}\Omega}{1\ \text{k}\Omega} = 100$$

– pozicija (3): 
$$\left(\frac{R_e}{r}\right)_{(3)} = \frac{100\ \text{k}\Omega}{10\ \text{k}\Omega} = 10$$