

## **2. GREŠKE MERNIH SREDSTAVA**

# Uvod

- Svako merno sredstvo greši.
- Greška mernog sredstva je njegova najvažnija metrološka karakteristika.
- Jasno je da merno sredstvo sa malom greškom mora imati i vrlo visok kvalitet drugih metroloških karakteristika.
- Treba razlikovati pojmove:
  - greška mernog sredstva,
  - greška merenja (merne metode)
- Greška mernog sredstva odnosi se samo na to merno sredstvo, nezavisno od merne metode.
- Greška merenja odnosi se na ceo merni postupak i ona je funkcija grešaka svih mernih sredstava koja su uključena u merni proces, kao i greške samog mernog procesa.

# Uvod

- Definišu se sledeće greške mernih sredstava:
  - greška pokazivanja,
  - apsolutna greška mernog sredstva,
  - relativna greška mernog sredstva,
  - svedena greška mernog sredstva,
  - najveća dopuštena greška mernog sredstva.

## 2.1. Greška pokazivanja

- To je osnovna kvalitativna greška mernog sredstva (nije kvantitativna).
- Definiše se kao razlika između pokazivanja mernog sredstva i prave (tačne) vrednosti merene veličine. Za merni pribor prava vrednost je nazivna vrednost deklarirana na njemu.
- Ona je kvalitativna jer se prava (tačna) vrednost nikad ne zna, tako da se ne može dati bročano (kvanitativno).
- To je opšte definisana greška i u njen sastav ulaze različite komponente koje se grubo mogu klasifikovati kao:
  - grube greške,
  - sistematske greške,
  - slučajne greške.
- Grube greške su najčešće posledica ljudskog faktora (pogrešna konstanta instrumenta, loše čitanje, jaki strani uticaji, greške u povezivanju).

## 2.1. Greška pokazivanja

- Sistematske greške su greške koje imaju karakter iste veličine i znaka u datim uslovima korišćenja. Tipične su:
  - Unutrašnja greška mernog sredstva (loše projektovanje i izrada, loše graduisana skala, nejednakost ravnotežnih grana kod mostova, loše podešena nula, loša kalibracija instrumenta. Ove greške se lako otkrivaju kvalitetnom kalibracijom.
  - Greške zbog uticaja sredine (nastaju kao posledica promene uslova sredine npr. temperature, elektromagnetnog polja, napona, itd.)
  - Greške opterećenja (nastaju kao posledica načina uključanja mernog sredstva u merno kolo, npr. priključenje voltmetra sa malom unutrašnjom impedansom, otpornika koji ima izraženu induktivnost, itd...)
- Slučajne greške imaju slučajni karakter promene bez mogućnosti procene vrednosti i znaka.
- Za njih je karakterističan efekat međusobne kompenzacije.
- One se otkrivaju ponavljanjem merenja. Pri ponavljanju merenja za isti ulaz dobija se rasipanje mernih rezultata.

## 2.1. Greška pokazivanja

- Grafički prikaz podele grešaka merenja dat je na slici:



## 2.2. Apsolutna greška mernog sredstva

- Apsolutna greška mernog sredstva definisana je izrazom:

$$G_a = X' - X$$

gde je:

- za merne instrumente

$X'$  – merena vrednost (pokazivanje instrumenta)

$X$  – tačna vrednost

- za merni прибор

$X'$  – stvarna vrednost

$X$  – nazivna vrednost naznačena na priboru

- Važno je naglasiti da apsolutna greška ima dimenziju merene veličine, ima vrednost i znak.

## 2.3. Relativna greška mernog sredstva

- Relativna greška mernog sredstva definisana je izrazima:

$$G_r = \frac{X' - X}{X} \quad \text{ili} \quad G_{r\%} = \frac{X' - X}{X} \cdot 100$$

$$G_r = \frac{G_a}{X} \quad \text{ili} \quad G_{r\%} = \frac{G_a}{X} \cdot 100$$

- Značenja veličina  $X'$  i  $X$  su ista kao kod apsolutne greške.
- Računa se i za merne instrumente i za merni pribor.
- Važno je naglasiti da je relativna greška neimenovan broj ali da ima znak.

## 2.4. Svedena greška mernog instrumenta

- Definiše se samo za merne instrumente (ne i za pribor).
- Po definiciji ona je odnos apsolutne greške mernog instrumenta i neke unapred određene vrednosti merene veličine  $X_o$ :

$$G_s = \frac{G_a}{X_o} \cdot 100 = \frac{X' - X}{X_o} \cdot 100 [\%]$$

- Svedena greška praktično predstavlja apsolutnu grešku izraženu u odnosu na neku unapred dogovorenu vrednost merene veličine  $X_o$ .
- U praksi, ova dogovorena vrednost je najčešće gornja granica mernog opsega  $X_{max}$ . Tada je:

$$G_s = \frac{G_a}{X_{max}} \cdot 100 = \frac{X' - X}{X_{max}} \cdot 100 [\%]$$

- Svedena greška je neimenovani broj ali ima znak.

## 2.5. Najveća dopuštena greška mernog sredstva

- To je najveća greška mernog sredstva koja se dozvoljava tehničkom dokumentacijom samog sredstva, metrološkim propisima ili drugom regulativom.
- Vrednost ove greške uvek daje proizvođač u tehničkoj specifikaciji mernog sredstva, u uputstvu za rad, a često je označena na samom mernom sredstvu.
- Propisi regulišu način i periodičnost provere ovih karakteristika.
- Ova greška se može dati na više načina.

## 2.6. Klasa tačnosti mernog sredstva

- Klasa tačnosti je klasa mernog sredstva koje zadovoljava određene metrološke zahteve potrebne za održavanje grešaka u određenim granicama.
- Klasa tačnosti se definiše kao apsolutna vrednost odnosa najveće dopuštene apsolutne greške i punog mernog opsega izražena u procentima:

$$K = \left| \frac{G_{a \max doz}}{X_{\max}} \right| \cdot 100 [\%]$$

- Ova karakteristika se koristi kao maksimalno dozvoljena greška kod svih električnih mernih instrumenata. Za digitalne instrumente se koriste ostale vrste grešaka.
- Sama brojčana vrednost  $K$  naziva se indeks klase tačnosti.

## 2.6. Klasa tačnosti mernog sredstva

- Očigledno je da vrednost indeksa  $K$  određuje maksimalno dozvoljenu vrednost apsolutne greške svedene na merni opseg, izražene po apsolutnoj vrednosti.
- Da bi instrument zadovoljio uslove klase tačnosti, u svakoj tački mernog opsega mora biti zadovoljen uslov da je:

$$|G_a| \leq |G_{a \max doz}| = \frac{K \cdot X_{\max}}{100}$$

gde je  $|G_a|$  moduo stvarne apsolutne greške.

- To znači da je tačna vrednost u intervalu:

$$(X' - G_{a \max doz}) \leq X \leq (X' + G_{a \max doz})$$

gde je  $X'$  merena vrednost.

## 2.6. Klasa tačnosti mernog sredstva

- Za električne pokazne merne instrumente standardima SRPS EN 60051-2:1989 i SRPS EN 60051-8:1989 su definisane klase tačnosti date u tabeli:

Indeks klase <i>k</i>	0.05	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	2.0	2.5	3.0	5.0
Granica greške (%)	0.05	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	2.0	2.5	3.0	5.0

- Istim propisima definisane su i klase tačnosti za odgovarajući merni pribor, kao što je dato u tabeli:

Indeks klase <i>k</i>	0.02	0.05	0.1	0.3	0.5	1.0	2.0*	5.0*	10.0*
Granica greške (%)	0.02	0.05	0.1	0.3	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0

- Vrednosti u tabeli označene sa \* koriste se samo tamo gde postoje visokonaponski predotpornici ili impedanse.

## 2.6. Klasa tačnosti mernog sredstva

- Tačnost digitalnih instrumenata najčešće se daje u procentima od pročitane vrednosti i na to se obično dodaje n vrednosti najmanjeg digita (%PV ± n).  
Na primer:

$$\pm 0.03\% \pm 1 \text{ digit}$$

znači da je tačna vrednost u opsegu:

$$X' - 0.03\% X' - 1 \text{ digit} \leq X \leq X' + 0.03\% X' + 1 \text{ digit}$$

- Tipično za digitalne instrumente tačnost za ampermetre i voltmetre je 0.02%, a za vatmetre 0.1%.

## 2.7. Overa mernih instrumenata

- To je postupak kalibracije (overe) mernih instrumenata.
- Overa instrumenata vrši se periodično u za to ovlašćenim laboratorijama, u cilju određivanja njihove tačnosti.
- Metode za overe dele se na dve grupe:
  - Direktne metode,
  - Nulte metode.
- Direktne metode su one metode kod kojih se vrši poređenje vrednosti merene veličine dobijene na instrumentu koji se overava sa vrednošću dobijenom na tačnom instrumentu (etalonu). Etalon instrument treba da je tačniji od overavanog bar 2-3 puta.
- Nulte metode su u principu opozicione metode. Najčešće se svode na primenu vrlo preciznih kompenzatora i kalibrisanih izvora (etalona).

## 2.7.1. Postupak overe

- Overa instrumenata vrši se za svaki merni opseg posebno.
- Merena veličina se menja od donje granice mernog opsega do gornje granice, ponekad i nazad.
- U propisanom broju tačaka tj. vrednosti merene veličine (što više to bolje, najčešće 10 i više), vrši se očitavanje:
  - $X'$  – merena vrednost na overavanom instrumentu
  - $X$  – tačna vrednost (etalon instrument ili kompenzator)
- Za svaku tačku se računa:
  - Apsolutna greška  $G_a = X' - X$
  - Relativna greška  $G_{r\%} = \frac{X' - X}{X} \cdot (100 \%)$
  - Svedena greška  $G_s = \frac{X' - X}{X_o} \cdot 100 [\%]$

## 2.7.1. Postupak overe

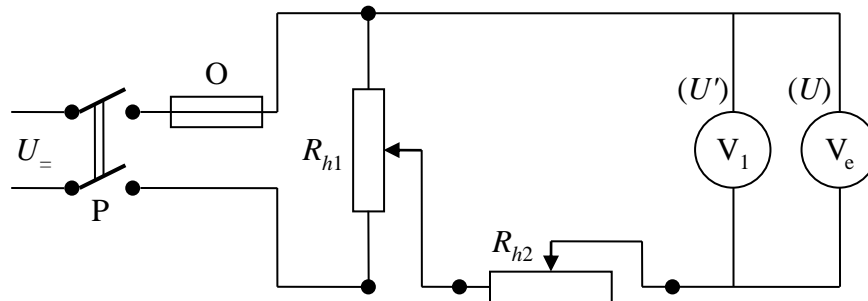
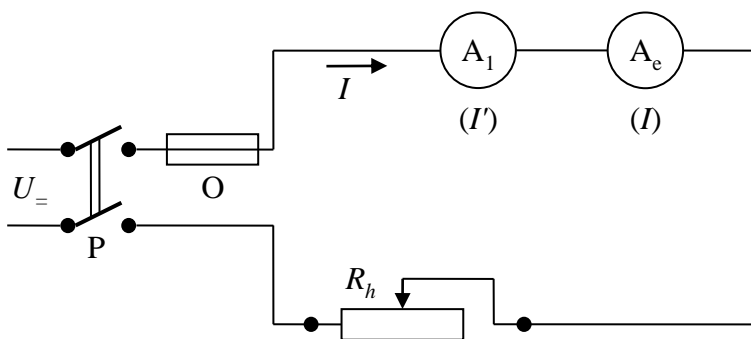
- Na osnovu izračunatih vrednosti određuje se maksimalna vrednost apsolutne greške  $G_{amax}$  po modulu  $|G_{amax}|$  i svedene greške po modulu  $|G_{smax}|$ .
- Određuje se indeks klase tačnosti  $K$ :

$$K \geq \left| \frac{G_{amax}}{X_{max}} \right| \cdot 100 (\%) = |G_{smax}|$$

- Za vrednost  $K$  uzima se prva veća standardna vrednost iz ranije date tabele.

## 2.7.2. Overa ampermetra i voltmetra poređenjem

- Šeme veza instrumenata za postupak overe date su na slikama.



Za obe šeme je:

$O$  – osigurač;

$P$  – prekidač;

$R_h, R_{h1}, R_{h2}$  – regulacioni otpornici;

$A_1, V_1$  – instrumenti koji se overavaju;

$A_e, V_e$  – tačni instrumenti (etaloni).

## 2.7.2. Overa ampermetra i voltmetra poređenjem

- Overa se vrši za više vrednosti struje i napona. Za svaku vrednost je:

- Apsolutna greška

$$G_a = I' - I$$

$$G_a = U' - U$$

- Relativna greška

$$G_r = \frac{I' - I}{I} \cdot 100 (\%)$$

$$G_r = \frac{U' - U}{U} \cdot 100 (\%)$$

- Svedena greška

$$G_s = \frac{I' - I}{I_o} \cdot 100 (\%)$$

$$G_s = \frac{U' - U}{U_o} \cdot 100 (\%)$$

- Indeks klase (klasa)

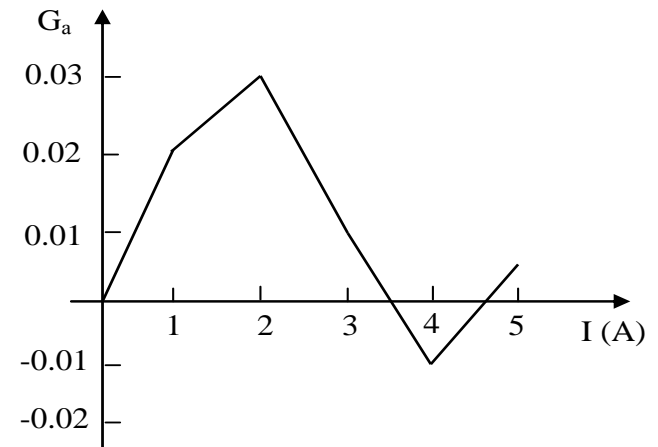
$$K \geq \left| \frac{G_{a \max}}{I_o} \right| \cdot 100 (\%) = |G_{s \max}| \quad K \geq \left| \frac{G_{a \max}}{U_o} \right| \cdot 100 (\%) = |G_{s \max}|$$

- Instrument spada u onu klasu tačnosti čiji je indeks klase tačnosti prva veća vrednost iz tabele koju daju propisi. Sve greške se prikazuju i grafički i uvek se crtaju izlomljenim linijama.

## 2.7.2.1. Primer overe ampermetra

- Overava se ampermetar mernog opsega  $I_o=5$  A. Izmerene vrednosti struja  $I'$  i  $I$  i izračunate greške date su u tabeli. Na slici je dat dijagram za apsolutnu grešku.

$I'$ (A)	1	2	3	4	5
$I$ (A)	0.98	1.97	2.99	4.02	4.995
$G_a =  I' - I $ (A)	0.02	<b>0.03</b>	0.01	-0.02	0.005
$G_{\%} = \frac{G_a}{I} \cdot 100$ (%)	2	1.50	0.33	-0.50	0.10
$G_s = \frac{G_a}{I_o} \cdot 100$ (%)	0.4	<b>0.60</b>	0.20	-0.04	0.10



- Indeks klase je:

$$K \geq \frac{|G_{a \max doz}|}{I_o} \cdot 100 = \frac{0.03}{5} \cdot 100 = 0.6$$

- Pošto u tabeli sa propisanim vrednostima ova vrednost ne postoji, usvaja se prva sledeća, tako da je  $K=1$ . To znači da instrument pripada klasi 1.

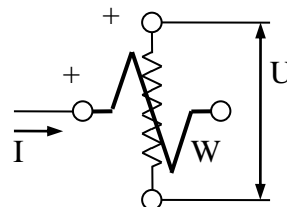
### 2.7.3. Overa vatmetra poređenjem

- Vatmetar je instrument koji služi za direktno merenje snage.
- U kolima jednosmerne struje meri se snaga  $P=U \cdot I$ .
- U kolima naizmjenične struje vatmetar direktno meri aktivnu snagu:

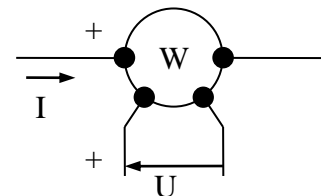
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

gde je  $\varphi$  fazni pomeraj.

- Da bi merio snagu, na vatmetar se mora dovesti signal napona  $u(t)$  i signal struje  $i(t)$ .
- Zbog toga vatmetar u sebi sadrži dva merna kola (namotaja):
  - Strujno kolo (vezuje se na red sa potrošačem) kroz koje protiče struja potrošača.
  - Naponsko kolo (vezuje se otopno potrošaču) na koje se dovodi napon potrošača.
- Simbol u šemama je:



ili



## 2.7.3. Overa vatmetra poređenjem

- Konstruktivne karakteristike vatmetra su:
  - Strujni opseg  $I_n$  – maksimalna struja kojom se trajno sme opteretiti strujno kolo,
  - Naponski opseg  $U_n$  – maksimalni napon kojim se trajno sme opteretiti naponsko kolo,
  - Maksimalno pokazivanje (skretanje)  $\alpha_{max}$ ,
  - Naznačena vrednost faktora snage  $\cos\varphi_n$
  - Konstanta vatmetra  $K_W$  [W/pod ili W/dig] pomoću koje se određuje merena snaga, na osnovu pokazivanja samog instrumenta.
- Radne veličine na mestu merenja:
  - Stvarna vrednost struje  $I_s$
  - Stvarna vrednost napona  $U_s$
  - Stvarna vrednost faktora snage  $\cos\varphi$

### 2.7.3. Overa vatmetra poređenjem

- Kriterijum izbora mernih opsega je:

$$I_s \leq I_n$$

$$U_s \leq U_n$$

- Pokazivanje vatmetra proporcionalno je:

$$\alpha_W \sim U \cdot I \cdot \cos \varphi = P$$

- Merena snaga dobija se kao:

$$P = K_W \cdot \alpha_W$$

- Konstanta vatmetra  $K_W$  zavisi od konstruktivnih parametara vatmetra. Ona nije uvek označena na instrumentu.
- Izborom odgovarajućih mernih opsega ( $I_n$  i  $U_n$ ) određena je maksimalna snaga koju može izmeriti vatmetar:

$$P_{\max} = U_n I_n \cos \varphi_n \rightarrow \alpha_{\max}$$

### 2.7.3. Overa vatmetra poređenjem

- Konstanta vatmetra određena je maksimalnom snagom i skretanjem:

$$K_W = \frac{P_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{U_n I_n \cos \varphi_n}{\alpha_{\max}}$$

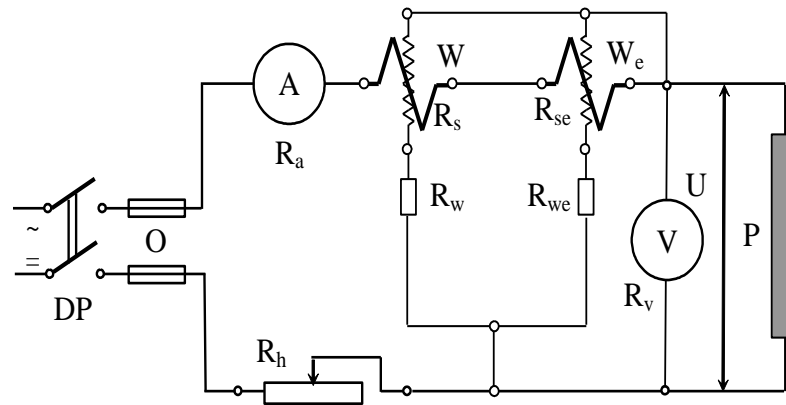
- U praksi obično za instrument nije data vrednost  $\cos \varphi_n$ . U tom slučaju se podrazumeva da je  $\cos \varphi_n = 1$ , pa je:

$$K_W = \frac{U_n I_n}{\alpha_{\max}}$$

- Vatmetri sa  $\cos \varphi_n < 1$  (tipično 0.1 ili 0.2) su posebne konstrukcije i služe za merenja u kolima u kojima je mala aktivna snaga (mali  $\cos \varphi$ ). Njihova osobina je da u i takvim kolima daju dovoljno velika pokazivanja.
- Za overu vatmetra generalno se mogu koristiti dve metode:
  - Metoda pune snage – direktno poređenje pokazivanja dva vatmetra,
  - Metoda fiktivne snage – poređenje pokazivanja vatmetra sa pokazivanjem voltmetra i ampermetra, odnosno kompenzatora.

## 2.7.3.1. Metoda pune snage

- Šema veze data je na slici:



- Strujna kola vatmetara su vezana na red. Naponska kola vatmetara su vezana paralelno. Oba vatmetra mere istu snagu.
- Ampermetar i voltmetar u šemi su samo kontrolni instrumenti i služe samo za podešavanje napona i struje.

### 2.7.3.1. Metoda pune snage

- Napon se podešava na naznačenu vrednost  $U_n$ , a struja se menja od 0 do naznačene vrednosti  $I_n$ .
- Overavani vatmetar  $W$  daje merenu vrednost  $P'$ , vatmetar etalon  $W_e$  daje tačnu vrednost aktivne snage  $P$ .
- Za svaku izmerenu vrednost računa se:
  - Apsolutna greška  $G_a = P' - P [W]$
  - Relativna greška  $G_{r\%} = \frac{P' - P}{P} \cdot 100 [\%]$
  - Svedena greška  $G_s = \frac{P' - P}{P_o} \cdot 100 [\%]$

gde je  $P_o$  maksimalna snaga za te opsege:

$$P_o = U_n I_n \cos \varphi_n$$

### 2.7.3.1. Metoda pune snage

- Za vatmetre se računa i faktor popravke definisam izrazom:

$$C = \frac{P}{P'}$$

- On se računa za svaku tačku. Za standardne vatmetre njegova vrednost je mala.
- Nakon prethodno izračunatih vrednosti određuje se indeks klase tačnosti:

$$K \geq \left| \frac{G_{a\max}}{P_o} \right| \cdot 100 [\%]$$

- Za sve greške i za faktor popravke daje se grafički prikaz (crtaju se izlomljene krive)

### 5.7.3.1. Metoda pune snage

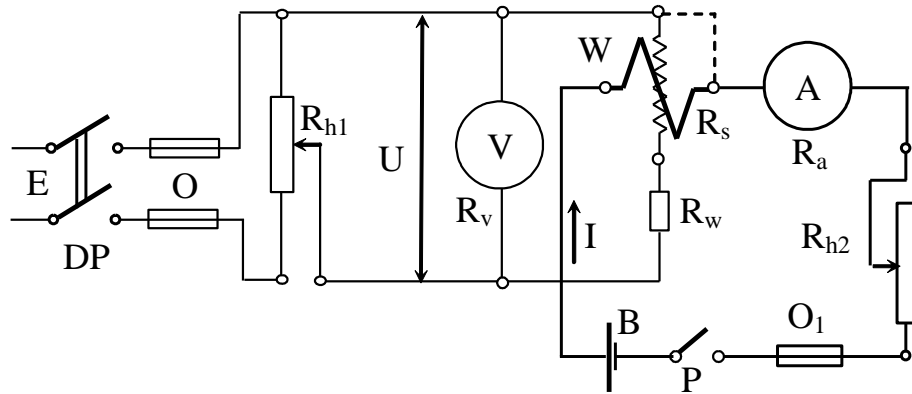
- Nedostatak ove metode je veliki utrošak energije.
- Snaga u kolu za slučaj kada je potrošač čisto aktivan je:

$$P_U = U \cdot I + \frac{U^2}{R_n} + R_s \cdot I^2$$

- Ovde je:
  - Snaga potrošača  $U \cdot I$
  - Potrošnja u naponskim kolima  $\frac{U^2}{R_n}$
  - Potrošnja u strujnim kolima  $R_s \cdot I^2$
- Dominantna je snaga potrošača. Na primer za  $U_n=400$  V i  $I_n=10$  A dobija se da je  $P_{max}=4$  kW.

## 2.7.3.2. Metoda fiktivne snage

- Šema veze data je na slici:



- Kod ove šeme napajanje strujnog i naponskog kola vrši se iz dva nezavisna jednosmerna izvora.
- Izvor E napaja naponsko kolo, a izvor B strujno kolo.
- Postupak je sličan. Napon se održava konstantnim  $U=U_n$ . Struja se menja od  $I=0$  do  $I=I_n$ .

## 2.7.3.2. Metoda fiktivne snage

- Merena snaga očitava se na vatmetru:

$$P' = K_W \cdot \alpha_W$$

- Tačna vrednost dobija se kao proizvod napona i struje:

$$P = U \cdot I$$

- Dalji postupak proračuna grešaka je isti kao kod direktne metode.
- Prednost metode je manji utrošak energije. Gubici snage u šemi su:

$$P_U = \frac{U^2}{R_e} + (R_s + R_a + R_{h2}) \cdot I^2$$

gde je:

$$R_e = \frac{R_W \cdot R_V}{R_W + R_V}$$

- Suština je da se potrošnja svodi samo na gubitke u naponskim i strujnim kolima. Zbog toga se ova metoda češće koristi.

### 2.7.3.3. Primer overe vatmetra metodom fiktivne snage

- Za overu se koriste sledeći instrumenti:
  - Ampermetar mernog opsega 5 A, sa skalom od 125 podeljaka
  - Voltmetar mernog opsega 300 V, sa skalom od 150 podeljaka
  - Vatmetar strujnog opsega 5 A, naponskog opsega 300 V, sa skalom od 150 podeljaka.

- Konstante instrumenata su:

$$k_A = \frac{I_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{5}{125} = 0.04 \frac{\text{A}}{\text{pod}}$$

$$k_V = \frac{U_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{300}{150} = 2 \frac{\text{V}}{\text{pod}}$$

$$k_W = \frac{U_{\max} \cdot I_{\max}}{\alpha_{\max}} = \frac{300 \cdot 5}{150} = 10 \frac{\text{W}}{\text{pod}}$$

- Izmerene vrednosti pojedinih veličina su:

$$I = k_A \alpha_A \quad U = k_V \alpha_V \quad P = k_W \alpha_W$$

### 2.7.3.3. Primer overe vatmetra metodom fiktivne snage

- Izmerene i izračunate vrednosti date su u tabeli:

$\alpha_V$ (pod)	150	150	150	150
$U$ (V)	300	300	300	300
$\alpha_A$ (pod)	20	60	100	125
$I$ (A)	0.8	2.4	4	5
$\alpha_W$ (pod)	23.6	72.2	120.2	149.7
$P' = k_W \alpha_W$ (W)	236	722	1202	1497
$P = UI$ (W)	240	720	1200	1500
$\Delta P = P' - P$ (W)	<u>-4</u>	2	2	-3
$(\Delta P/P) \cdot 100$ (%)	-1.66	0.277	0.166	-0.2
$(\Delta P/P_0) \cdot 100$ (%)	<u>-0.266</u>	0.133	0.133	-0.2

- Indeks klase je:

$$K \geq \frac{|\Delta P_{a\max}|}{P_0} \cdot 100 = \frac{4}{300 \cdot 5} \cdot 100 = \frac{4}{1500} \cdot 100 = 0.266$$

- Usvaja se prva veća vrednost iz tabele  $K=0.3$ . Instrument pripada klasi 0.3.