Анализа електроенергетских система -Прорачун кратких спојева-

Кратак спој представља поремећено стање мреже, односно поремећено стање система. За време трајања кратког споја напони и струје се мењају са временом, има се прелазно стање, то је динамички феномен.
Кварови могу бити:

- Редни
 (прекиди проводника)

- Оточни
 (спој проводника са земљом или међусобни спој фаза (са и без прелазне импедансе-лука))

- До кратког споја у генератору долази или због пробоја изолације између навојака или због контакта намотаја и металних делова генератора који су на потенцијалу земље. Кратки спојеви се код трансформатора јављају или зато што је изолација остарила или зато што је ослабљена због деловања пренапона. Код надземних водова до кратких спојева долази због разних узрока као што су деловање грома, ветра, пад грана (дрво) на проводнике, због птица, авиона, кранова, итд.

Класични прорачун кратких спојева се реализује као прорачун квазистационарних стања. За добијање комплетне квазистационарне представе потребно је из стварне слике напона и струја за време трајања кратког споја издвојити неколико стационарних стања, а даље се слагањем тих стања једног до другог може да реконструише комплетна слика.

- Субтранзијентна струја

(за израчунавање електродинамичких напрезања)

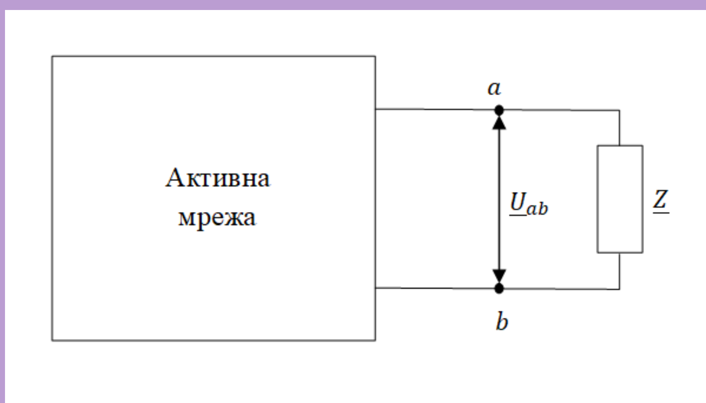
- Транзијентна струја

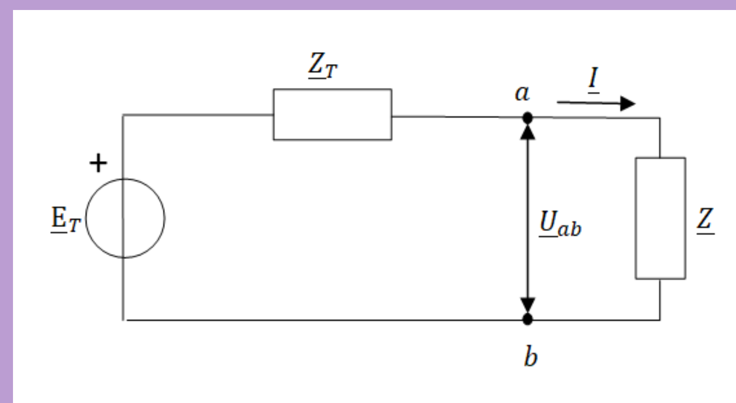
(за прорачун термичких напрезања)

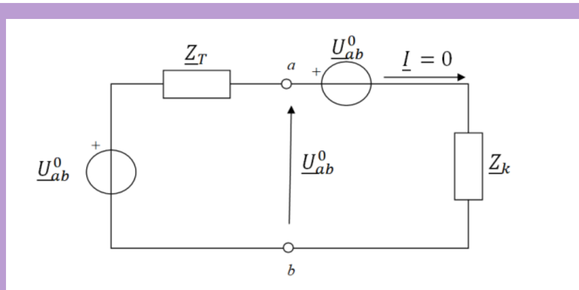
- Устаљена струја квара

(за однос струја трофазног кратког споја и једнофазног кратког споја и пројектовање уземљивача)

Једносмерна компонента струје квара зависи од тренутка настанка квара.
Кварови могу да буду симетрични и несиметрични. Несиметрија захтева другачији приказ елемената у односу на оне који се имају у прорачунима токова снага.
Fortescue-ова трансформација, оригинално дефинисана за полифазне системе, распреже несиметрични полифазни систем на n симетричних система (n, број разматраних фаза).
Тевененова теорема: Свака активна мрежа посматрана из два чвора може се заменити фиктивном мрежом представљеном редном импедансом, $\underline{Z}_T$,и идеалном извором електромоторне силе $\underline{E}_T$.





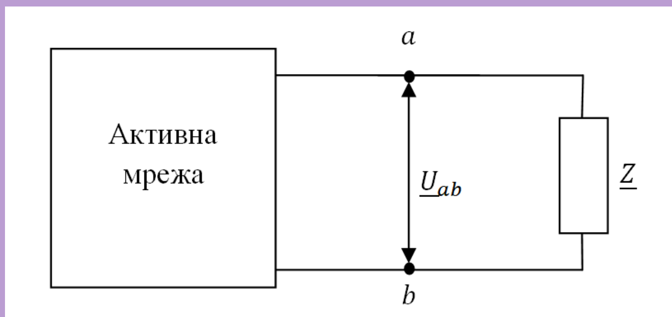


$$\underline{E}_T = \underline{U}^0_{ab}$$

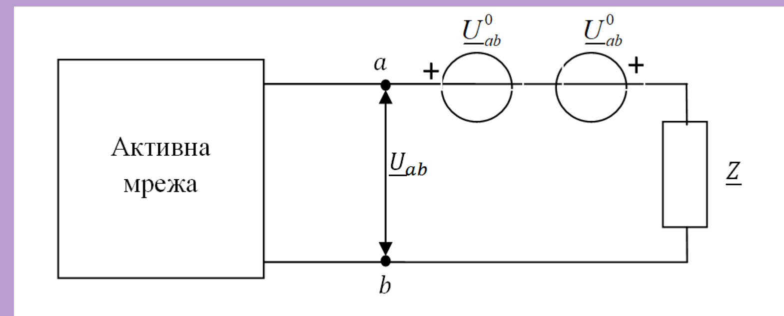
$$\underline{Z}_T = \underline{Z}^{ks}_{ab}$$

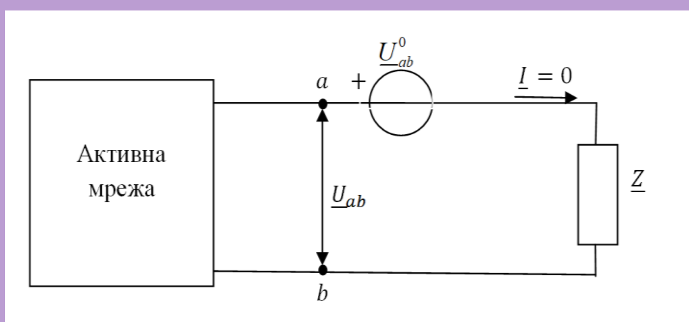
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}^0_{ab}}{\underline{Z}^{ks}_{ab} + \underline{Z}}$$

Теорема суперпозиције: У било каквој линеарној мрежи која има више извора, укупна струја одзива састоји се од алгебарског збира струја одзива произведених сваким независним извором појединачно.

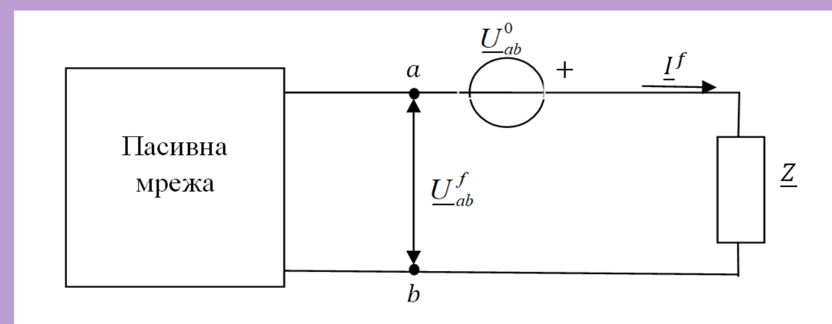


⇔





+



Коло пре квара

Фиктивно коло (Δ коло) - активно само у месту квара

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{ab}^{0} + \underline{U}_{ab}^{f}$$

$$\underline{I} = \underline{I}^{0} + \underline{I}^{f} = \underline{I}^{f}$$

Основне релације симетричних компоненти

Fortescue-ова трансформација $\underline{a} = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix} \qquad F^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

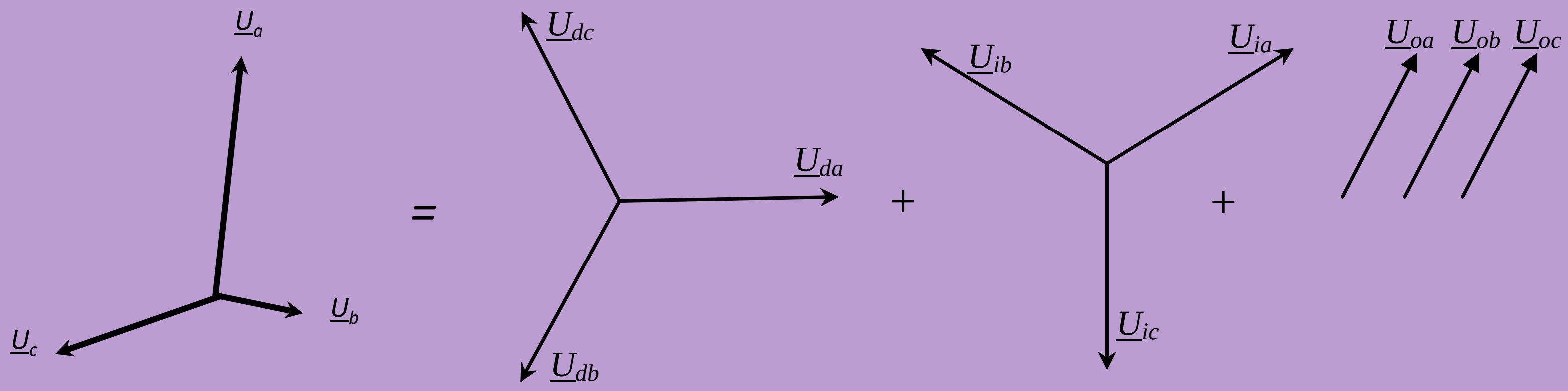
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_o \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_o \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix}$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0 \qquad \underline{a}^2 = \underline{a}^* \qquad \underline{a}^3 = 1 \qquad \underline{a}^* = e^{-j2/3}$$

У симетричном систему:

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U} \\ \underline{U}_b &= \underline{a}^2\underline{U} \\ \underline{U}_c &= \underline{a}\underline{U} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \underline{U_d} &= \underline{U} \\ \underline{U_i} &= \underline{U_0} = 0 \end{aligned}$$

У несиметричном систему:

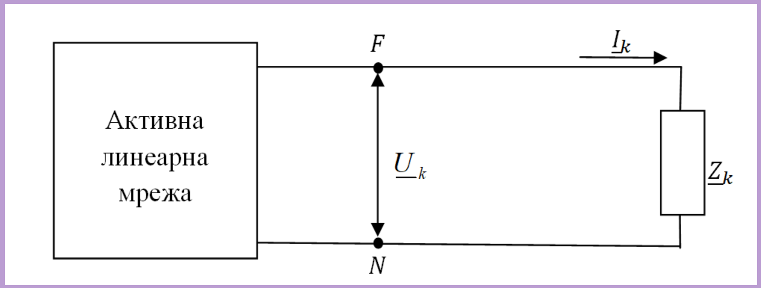


$$\underline{U}_{db} = \underline{a}^2 \underline{U}_{da} \qquad \underline{U}_{ib} = \underline{a}\underline{U}_{ia}$$

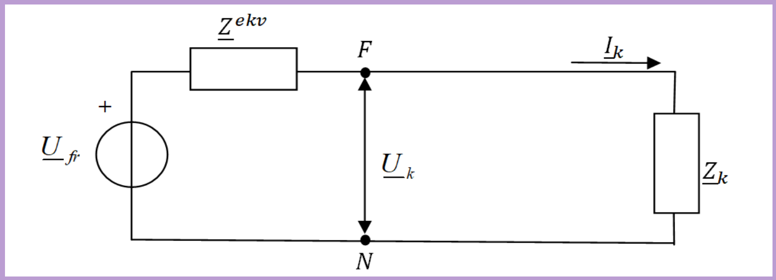
$$\underline{U}_{dc} = \underline{a}\underline{U}_{da} \qquad \underline{U}_{ic} = \underline{a}^2 \underline{U}_{ia}$$

$$\underline{U}_{oa} = \underline{U}_{ob} = \underline{U}_{oc}$$

Прорачуни струје квара (на месту квара)

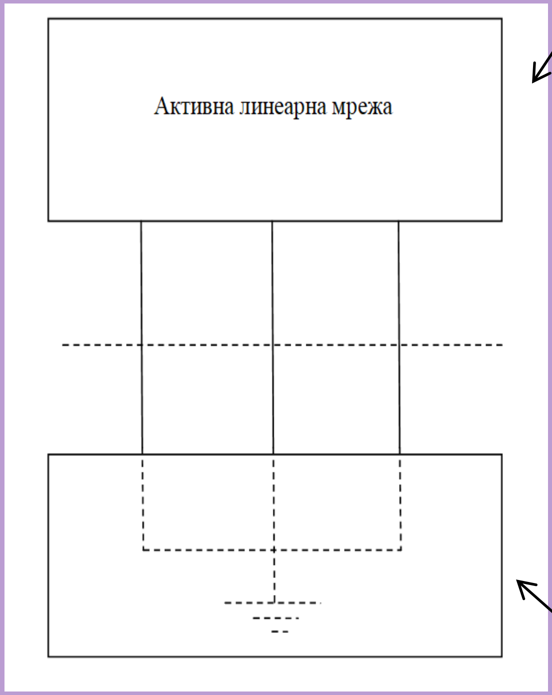


$\Rightarrow$



Раздвајање електроенергетске мреже са кратким спојем на несиметричну зону квара и симетрични остатак:

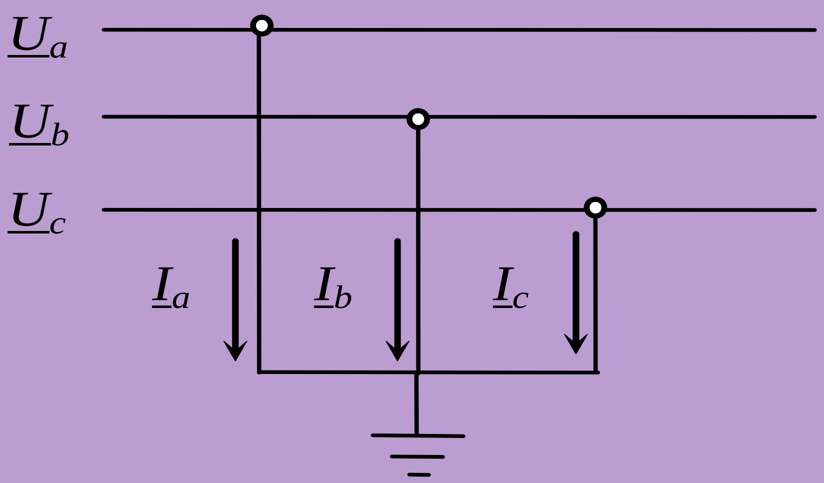
Симетрична зона



Врста квара	k3	k1Z	k2	k2Z
Зона несиметрије	$\underline{U}_a=\underline{U}_b=\underline{U}_c=0$	$\underline{U}_a=0$ $\underline{I}_b=\underline{I}_c=0$	$\underline{I}_a=0$ $\underline{U}_b=\underline{U}_c$ $\underline{I}_b+\underline{I}_c=0$	$\underline{I}_a=0$ $\underline{U}_b=\underline{U}_c=0$

Несиметрична зона квара

Трофазни кратак спој, k3



$$\underline{U}_a = \underline{U}_b = \underline{U}_c = 0$$

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i = \underline{U}_o = 0$$

$$\underline{I}_i = \underline{I}_o = 0$$

Задржава се симетрија.

$$\underline{I}_d = \underline{I}_k = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv}}$$, за $\underline{Z}_k = 0$

За симетричну зону важи следеће за струје и напоне:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ a^2\underline{U}_a \\ a\underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix} \Rightarrow U_{abc} = Z_{abc} I_{abc}$$

$$U_{di0} = F^{-1} U_{abc} = F^{-1} Z_{abc} I_{abc} = F^{-1} Z_{abc} F I_{di0} = Z_{di0} I_{di0}$$

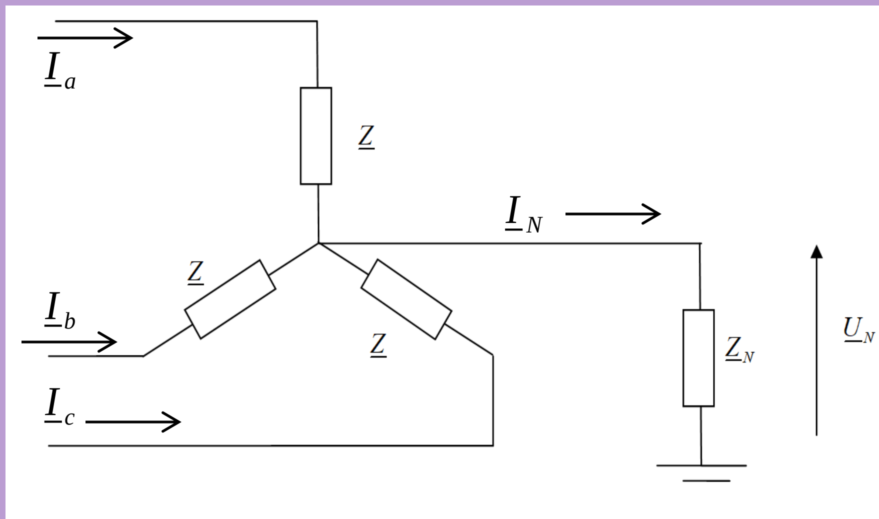
$$Z_{di0} = F^{-1} Z_{abc} F$$

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \Rightarrow Z_{di0} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} Z_a + Z_b + Z_c & Z_a + a^2 Z_b + aZ_c & Z_a + aZ_b + a^2 Z_c \\ Z_a + aZ_b + a^2 Z_c & Z_a + Z_b + Z_c & Z_a + a^2 Z_b + aZ_c \\ Z_a + a^2 Z_b + aZ_c & Z_a + aZ_b + a^2 Z_c & Z_a + Z_b + Z_c \end{bmatrix}$$

за $\quad Z = Z_a = Z_b = Z_a \Rightarrow Z_{di0} = \begin{bmatrix} Z & 0 & 0 \\ 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & Z \end{bmatrix}$

за $\quad Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \Rightarrow Z_{di0} = \begin{bmatrix} Z_s - Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s + 2Z_m \end{bmatrix}$

Случај звезде са узмељеном неутралном тачком:



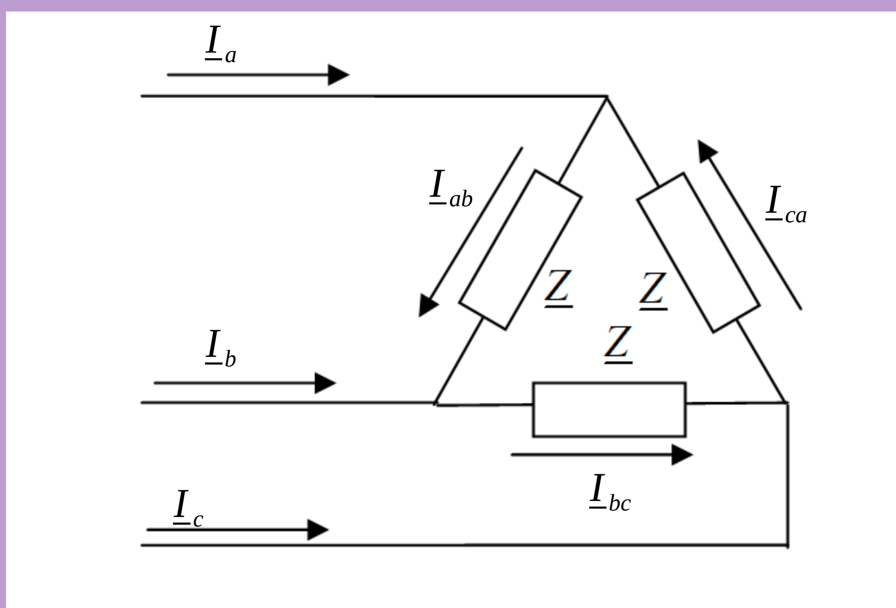
$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$$

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} + \underline{Z}_N \underline{I}_N$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}+\underline{Z}_N & \underline{Z}_N & \underline{Z}_N \\ \underline{Z}_N & \underline{Z}+\underline{Z}_N & \underline{Z}_N \\ \underline{Z}_N & \underline{Z}_N & \underline{Z}+\underline{Z}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\underline{Z}_{di0} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}+3\underline{Z}_N \end{bmatrix}$$

Случај троугла :



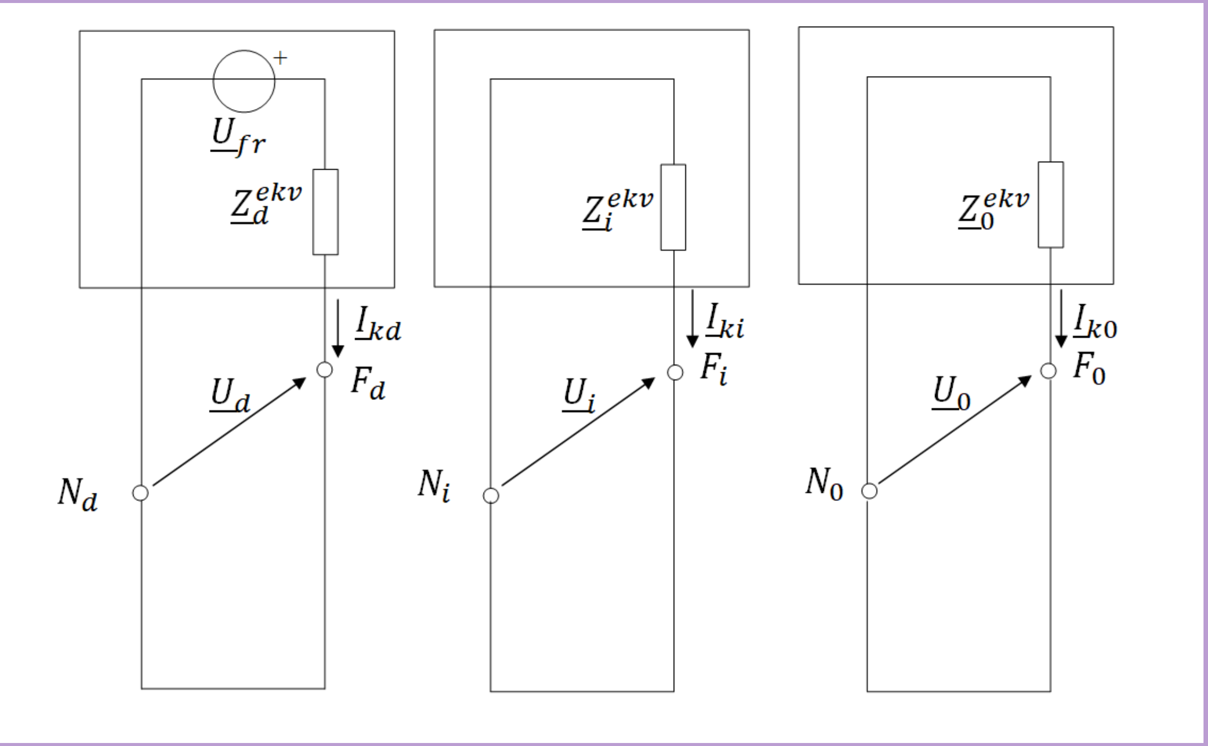
$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0 \Rightarrow \underline{I}_0 = 0$$

Враћамо се на прорачун струја квара: код трофазног кратког споја, на месту квара постоји само директни компонетни систем

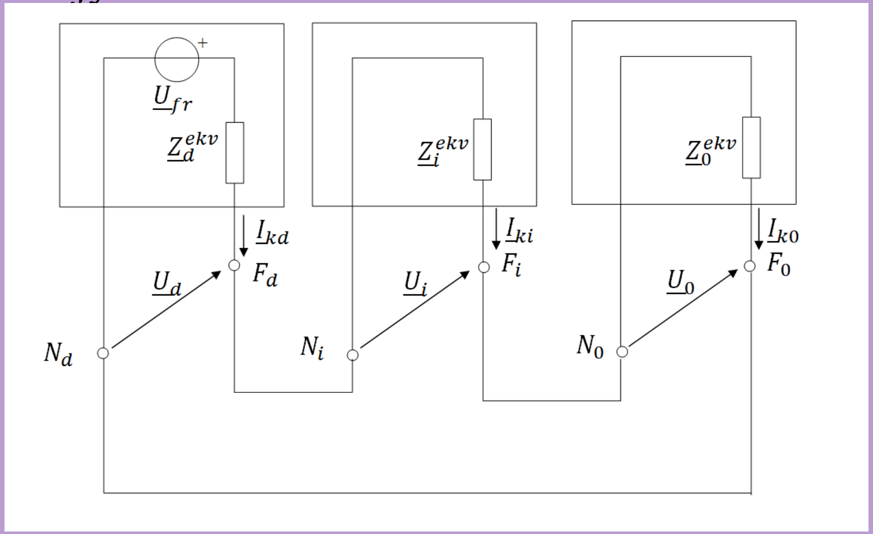


К3:

$$\underline{I}_{kd} = \underline{I}_k = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv}}$$

Једнофазни кратак спој са земљом, k1z

По конвенцији се при једнофазном кратком споју са земљом претпоставља да је фаза а погођена кваром, тако да се једначина физичке очигледности за ту фазу своди на то да је њен напон на месту квара једнак нули. Здраве фазе су фазе b и c, тако да су за њих једначине физичке очигледности на месту квара последица чињенице да струје кроз њихове оточне изводе износе нула, пошто ове фазе немају контакт са земљом.



$$\underline{U}_a = 0$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_c = 0$$

$$\underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_0 = 0$$

$$a^2\underline{I}_d + a\underline{I}_i + \underline{I}_0 = a\underline{I}_d + a^2\underline{I}_i + \underline{I}_0 = 0$$

$$(a^2 - a)\underline{I}_d = (a^2 - a)\underline{I}_i$$

$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0$$

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{U}_d &= \underline{U}_{fr} - \underline{Z}_d^{ekv}\underline{I}_d \\ \underline{U}_i &= -\underline{Z}_i^{ekv}\underline{I}_i \\ \underline{U}_0 &= -\underline{Z}_0^{ekv}\underline{I}_0 \end{aligned}}$$

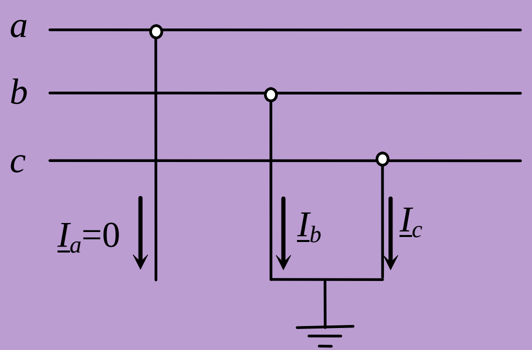
$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \underline{Z}_i^{ekv} + \underline{Z}_0^{ekv}}$$

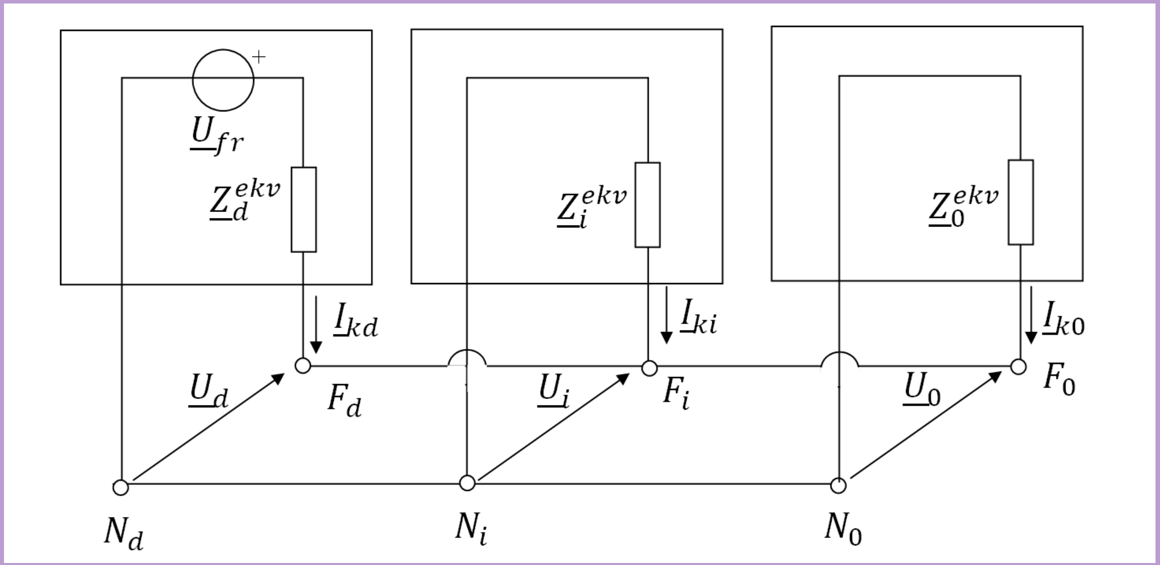
$$\underline{I}_a = 3\underline{I}_d$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_c = 0$$

Двофазни кратак спој са земљом, k2z

Оваква врста оточног квара је несиметрична. Инверзни и нулти систем се генеришу на месту несиметрије. Једначине физичке очигледности на месту квара своде се на једнакости напона фаза B и C (фаза погођених кваром) са нулом и на једнакост струје здраве фазе (фазе А) са нулом.





$$\underline{I}_a = 0$$

$$\underline{U}_b = 0$$

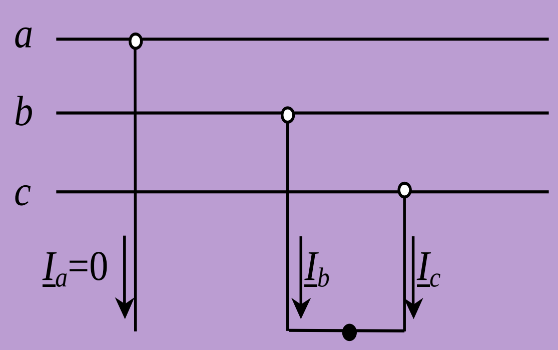
$$\underline{U}_c = 0$$

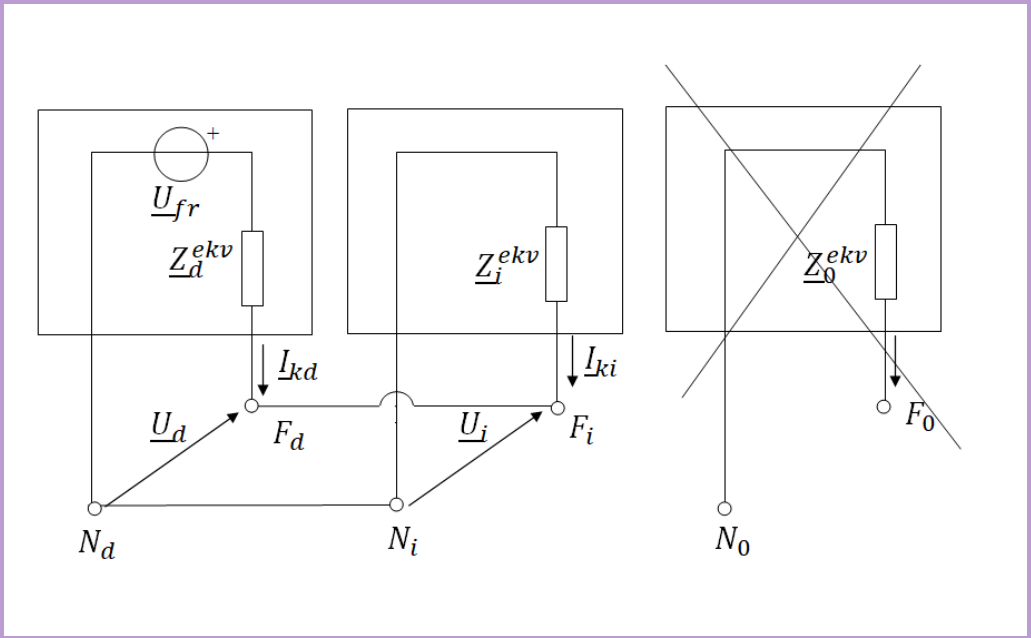
$$\underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_o = 0 \qquad \underline{U}_d = \underline{U}_i = \underline{U}_o$$

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \dfrac{\underline{Z}_o^{ekv}\,\underline{Z}_i^{ekv}}{\underline{Z}_o^{ekv} + \underline{Z}_i^{ekv}}}$$

Двофазни кратак спој без земље, k2

Пошто код ове врсте оточног квара нема контакта са земљом то онда нема ни нултог система, тако да је то главна разлика у односу на случај двополног кратког споја са земљом.





$$\underline{U}_b = \underline{U}_c \qquad \underline{I}_a = 0$$

$$\underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$$

$$\underline{I}_d = -\underline{I}_i \qquad \underline{U}_d = \underline{U}_i$$

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \underline{Z}_i^{ekv}}$$

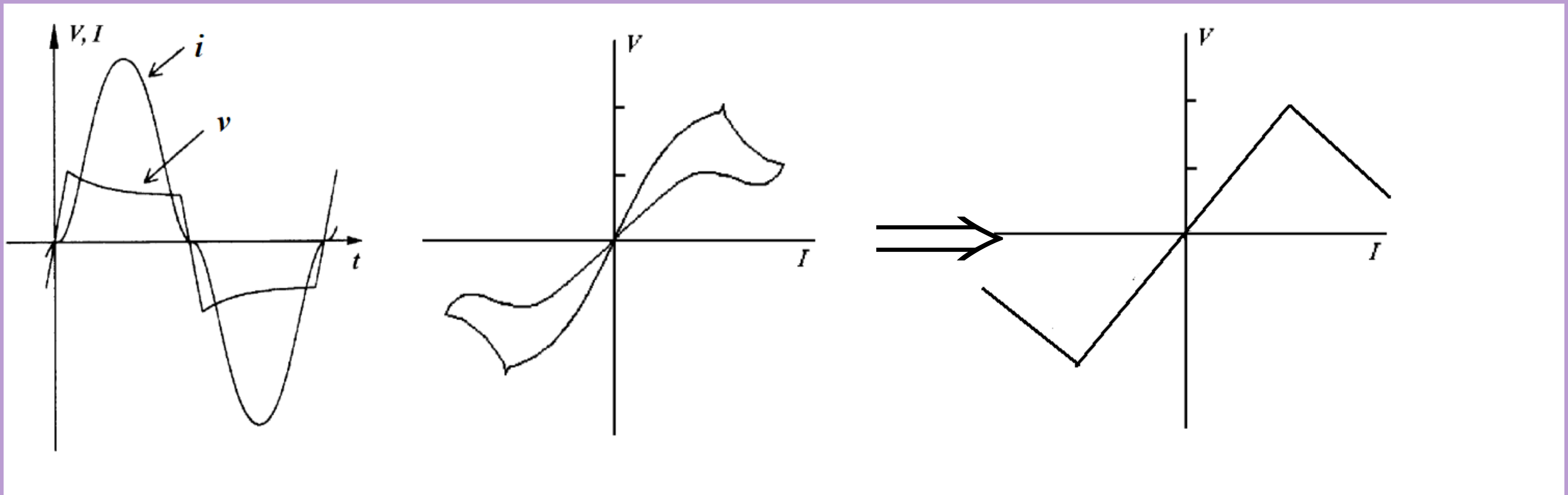
$$\underline{U}_o = 0$$

$$\underline{I}_o = 0$$

Прорачуни струја квара преко лука

Лук се моделује одговарајућом импедансом, при чему се она најчешће своди на активну отпорност, која је нелинеарна.

$$\underline{Z}_L \rightarrow R_L$$

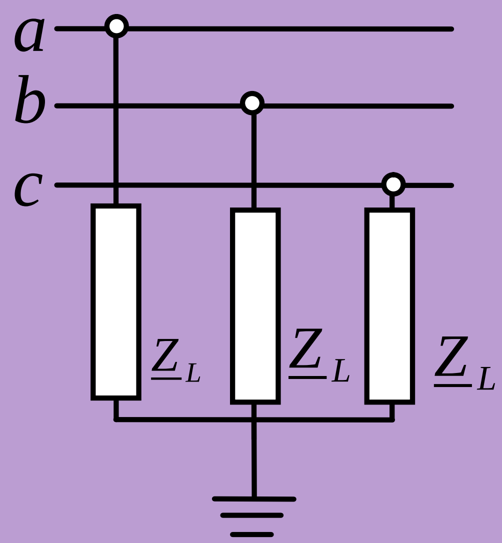


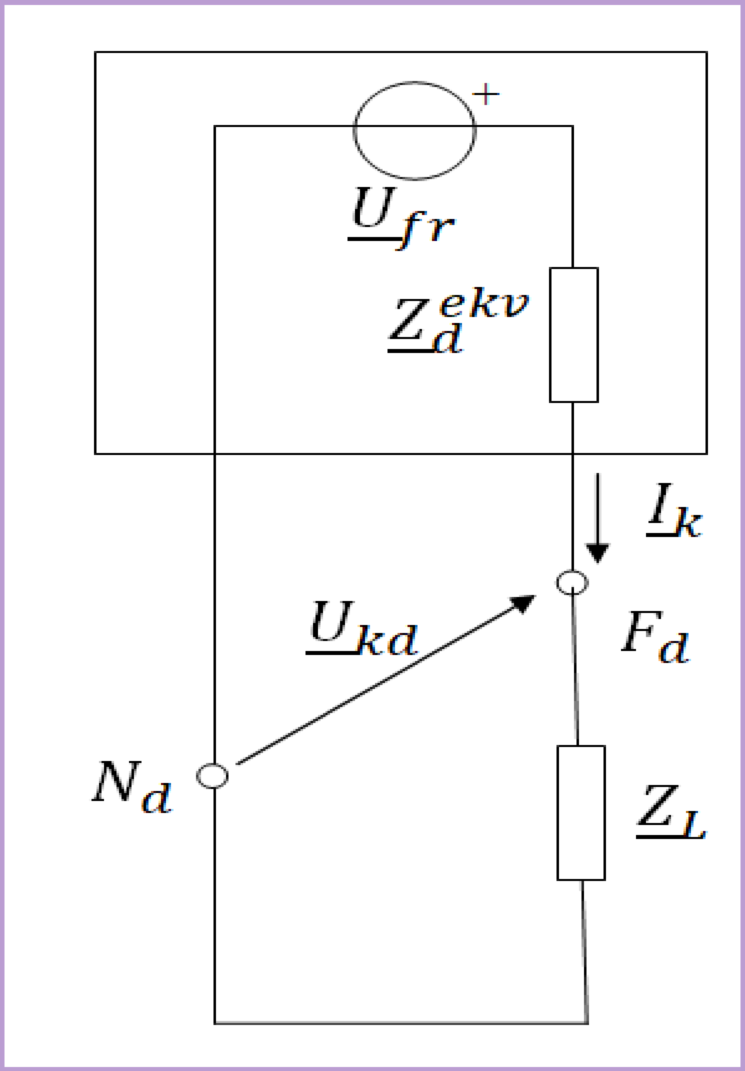
Типични таласни облици напона и струје лука

V-I карактеристика

Упрошћена V-I карактеристика

Трофазни кратак спој преко лука

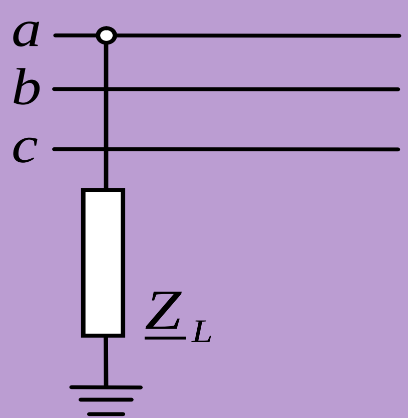


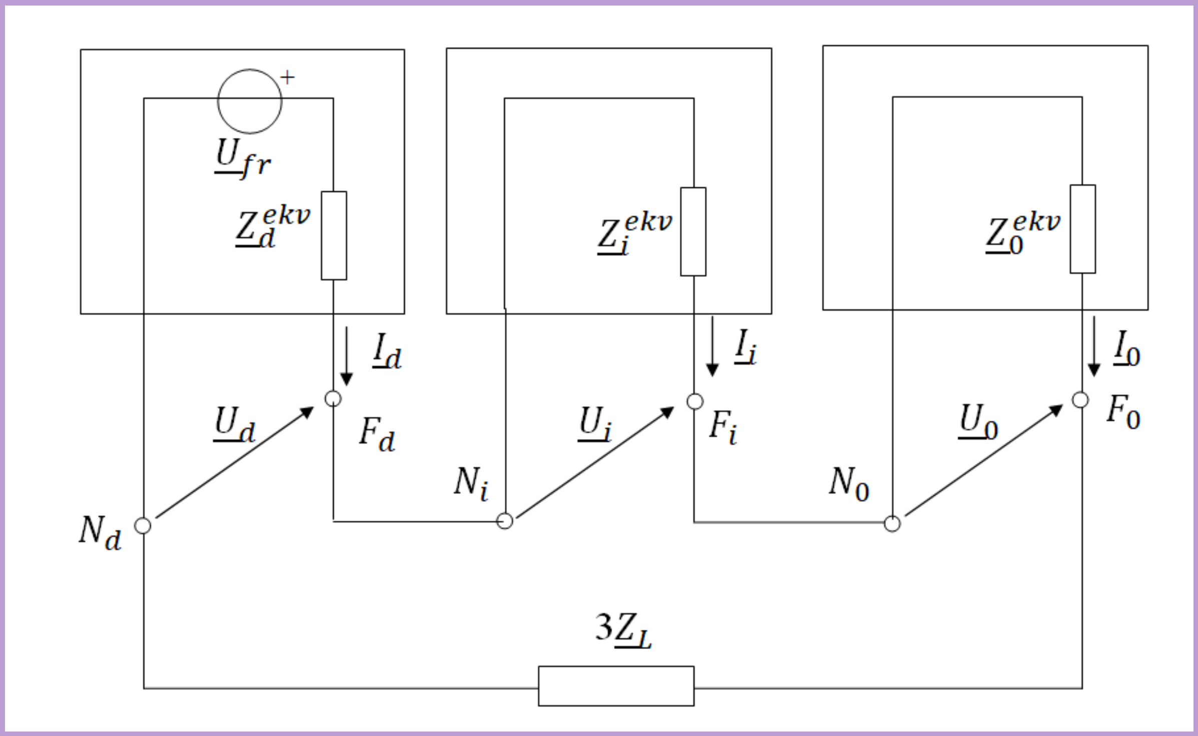


$$\underline{I}_k = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \underline{Z}_L}$$

$$\underline{U}_{\kappa d} = \underline{U}_{fr} - \underline{Z}_d^{ekv}\,\underline{I}_k$$

Једнофазни кратак спој преко лука





$$\underline{U}_a = \underline{Z}_L \underline{I}_a$$

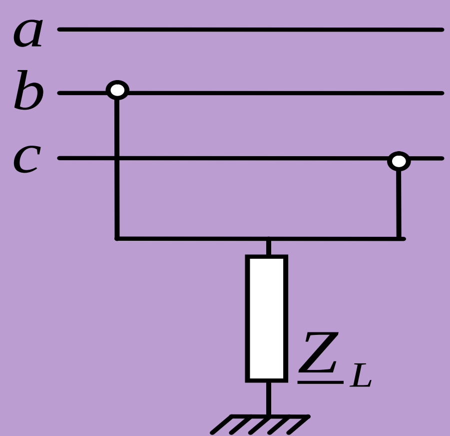
$$\underline{I}_b = \underline{I}_c = 0$$

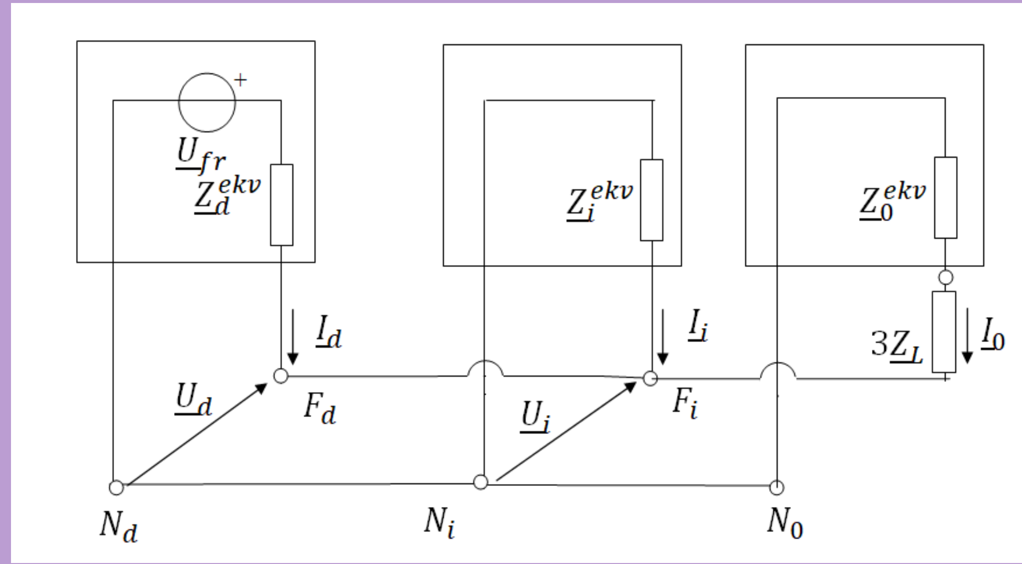
$$\underline{I}_d = \underline{I}_i = \underline{I}_0$$

$$\underline{U}_d + \underline{U}_i + \underline{U}_0 = 3\underline{Z}_L \underline{I}_d$$

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \underline{Z}_i^{ekv} + \underline{Z}_o^{ekv} + 3\underline{Z}_L}$$

Двофазни кратак спој са земљом преко лука





$$\underline{I}_a = 0$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_c = (\underline{I}_b + \underline{I}_c)\underline{Z}_L$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_d \\ \underline{U}_i \\ \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} \underline{U}_a + (a+a^2)\underline{U}_b \\ \underline{U}_a + (a+a^2)\underline{U}_b \\ \underline{U}_a + 2\underline{U}_b \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_d + \underline{I}_i + \underline{I}_o = 0$$

$$\underline{U}_d = \underline{U}_i$$

Наставак...

... наставак

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_a + 2\underline{U}_b) = \frac{1}{3}\left[(\underline{U}_0 + \underline{U}_d + \underline{U}_i) + 2(\underline{I}_b + \underline{I}_c)\underline{Z}_L\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\left[(\underline{U}_0 + 2\underline{U}_d) + 2(\underline{I}_0 + a^2\underline{I}_d + a\underline{I}_i + \underline{I}_0 + a\ \ \underline{I}_d + a^2\underline{I}_i)\underline{Z}_L\ \right]$$

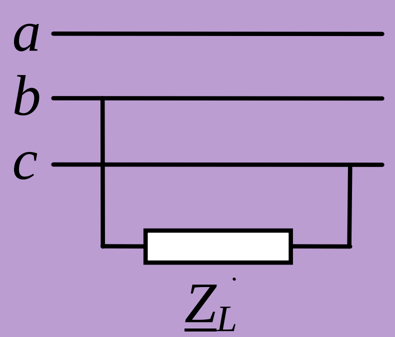
$$\underline{U}_0 - \underline{U}_d = (2\underline{I}_0 - \underline{I}_d - \underline{I}_i)\underline{Z}_L$$

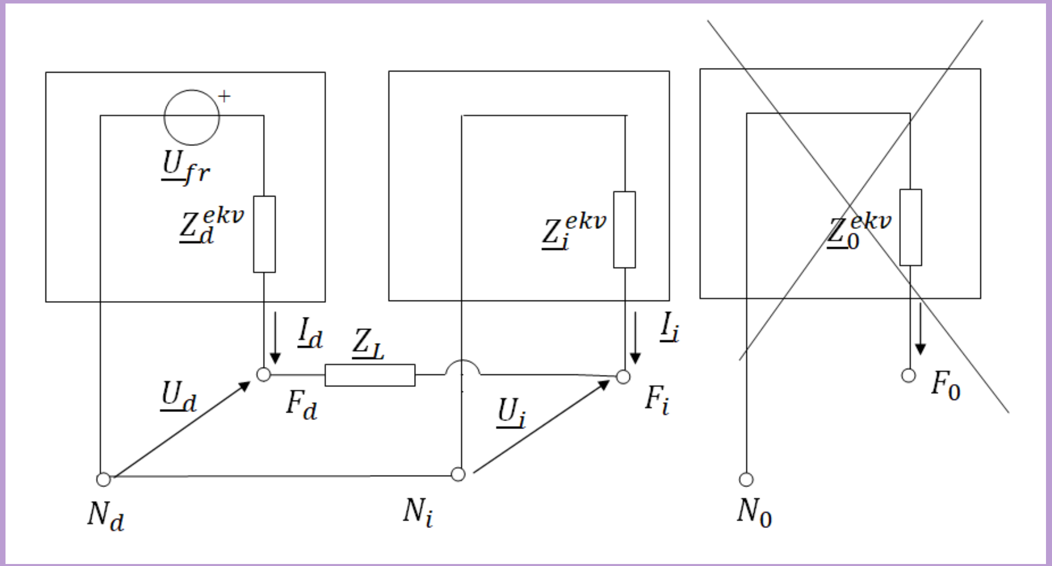
$$\underline{I}_0 = -(\underline{I}_d + \underline{I}_i)$$

$$\underline{U}_0 - \underline{U}_d = 3\underline{I}_0\underline{Z}_L$$

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \dfrac{\underline{Z}_i^{ekv}(\underline{Z}_o^{ekv} + 3\underline{Z}_L)}{\underline{Z}_i^{ekv} + \underline{Z}_o^{ekv} + 3\underline{Z}_L}}$$

Двофазни кратак спој преко лука





$$\underline{I}_a = 0 \qquad \underline{I}_c = -\underline{I}_b$$

$$\underline{U}_b - \underline{U}_c = \underline{I}_b \underline{Z}_L$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_d \\ \underline{I}_i \\ \underline{I}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ \underline{I}_b \\ -\underline{I}_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} (a-a^2)\underline{I}_b \\ (a^2-a)\underline{I}_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(\underline{U}_0 + a^2\underline{U}_d + a\underline{U}_i) - (\underline{U}_0 + a\,\underline{U}_d + a^2\underline{U}_i) = (\underline{I}_0 + a^2\underline{I}_d + a\underline{I}_i)\underline{Z}_L$$

$$\underline{I}_0 = 0 \Rightarrow \underline{U}_0 = 0$$

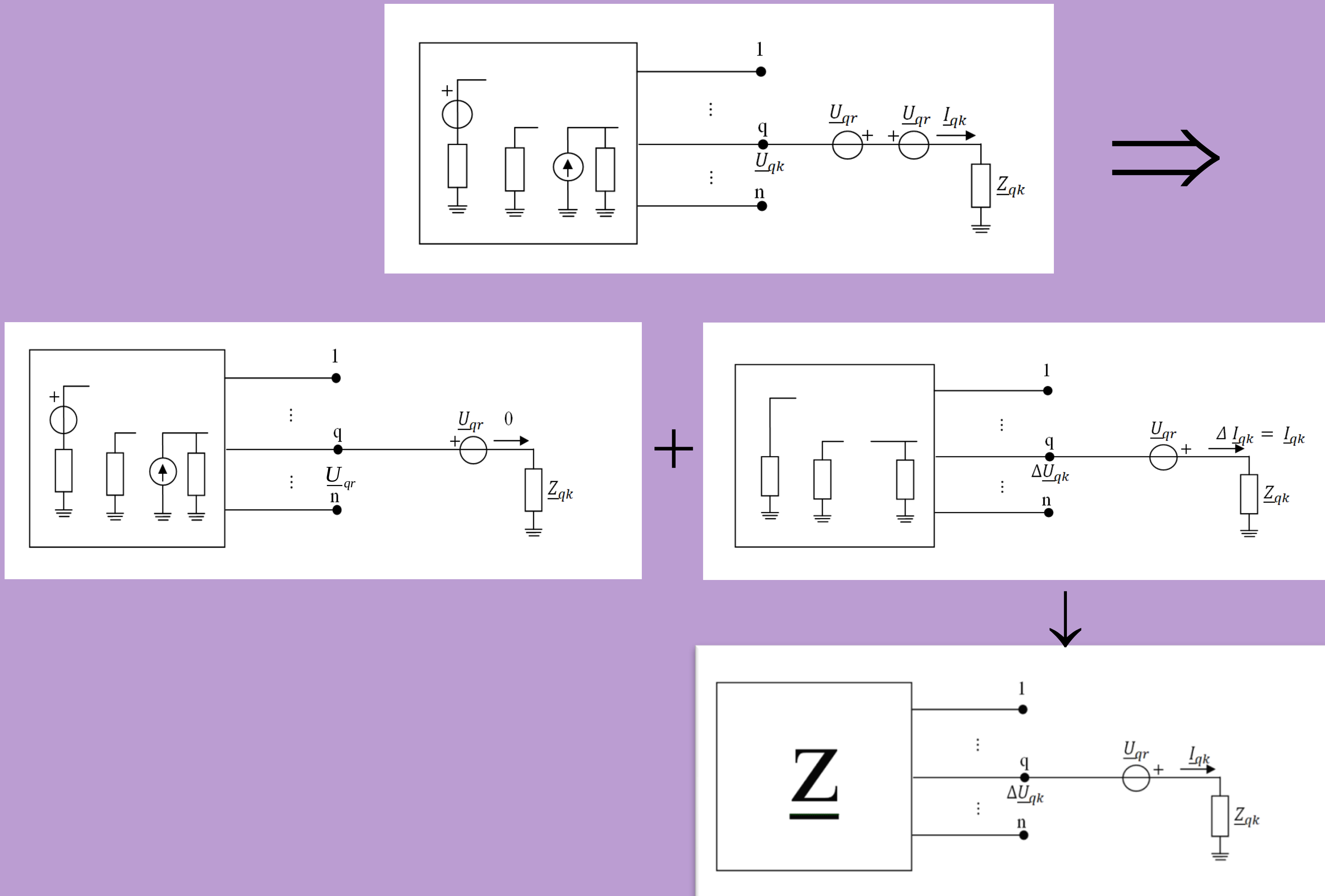
$$\underline{I}_a = 0 \Rightarrow \underline{I}_d = -\underline{I}_i$$

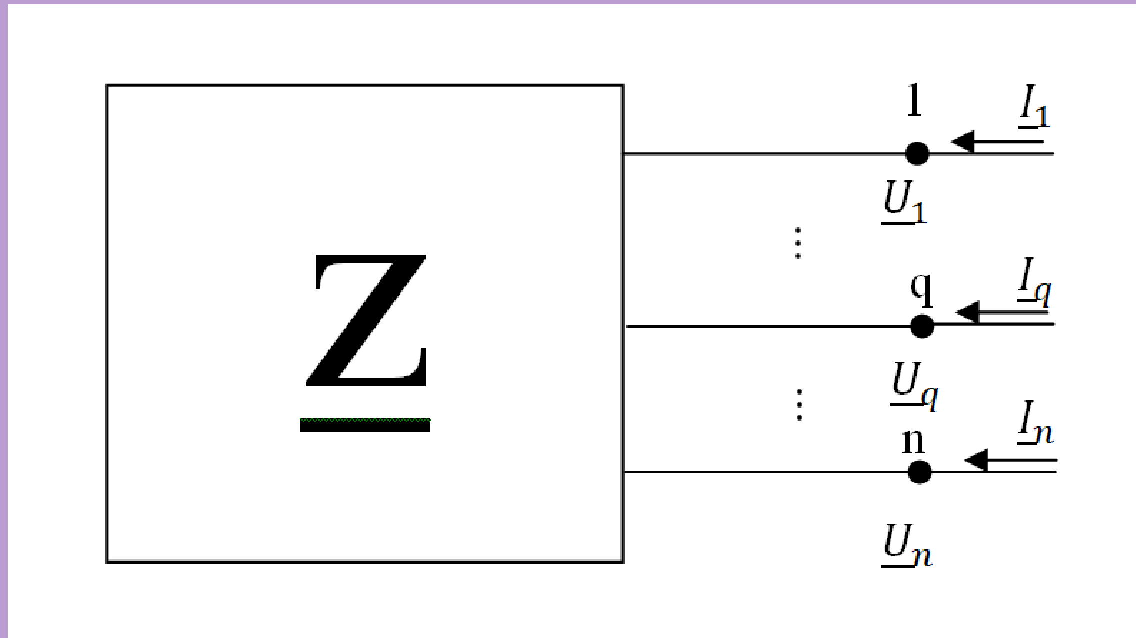
$$(a^2-a)\underline{U}_d - (a^2-a)\underline{U}_i = (a^2-a)\underline{I}_d\underline{Z}_L$$

$$\underline{U}_d - \underline{U}_i = \underline{I}_d\underline{Z}_L$$

$$\underline{I}_d = \frac{\underline{U}_{fr}}{\underline{Z}_d^{ekv} + \underline{Z}_i^{ekv} + \underline{Z}_L}$$

Матрични прорачун струје квара





$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \cdots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \cdots & \underline{Z}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \cdots & \underline{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_n \end{bmatrix}$$

- Квар у чвору q, једино $\underline{I}_q \neq 0, \underline{I}_q = -\underline{I}_{qk}$

$$\begin{bmatrix} \Delta\underline{U}_1 \\ \Delta\underline{U}_2 \\ \vdots \\ \Delta\underline{U}_q \\ \vdots \\ \Delta\underline{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \cdots & \underline{Z}_{1q} & \cdots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \cdots & \underline{Z}_{2q} & \cdots & \underline{Z}_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \underline{Z}_{q1} & \cdots & \underline{Z}_{qq} & \vdots & \underline{Z}_{qn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \underline{Z}_{n1} & \cdots & \underline{Z}_{nq} & \cdots & \underline{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -\underline{I}_{qk} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\underline{U}_1 = -\underline{Z}_{1q}\underline{I}_{qk} \qquad \underline{U}_1 = \underline{U}_{1r} + \Delta\underline{U}_1$$

$$\Delta\underline{U}_2 = -\underline{Z}_{2q}\underline{I}_{qk} \qquad \underline{U}_2 = \underline{U}_{2r} + \Delta\underline{U}_2$$

$$\vdots$$

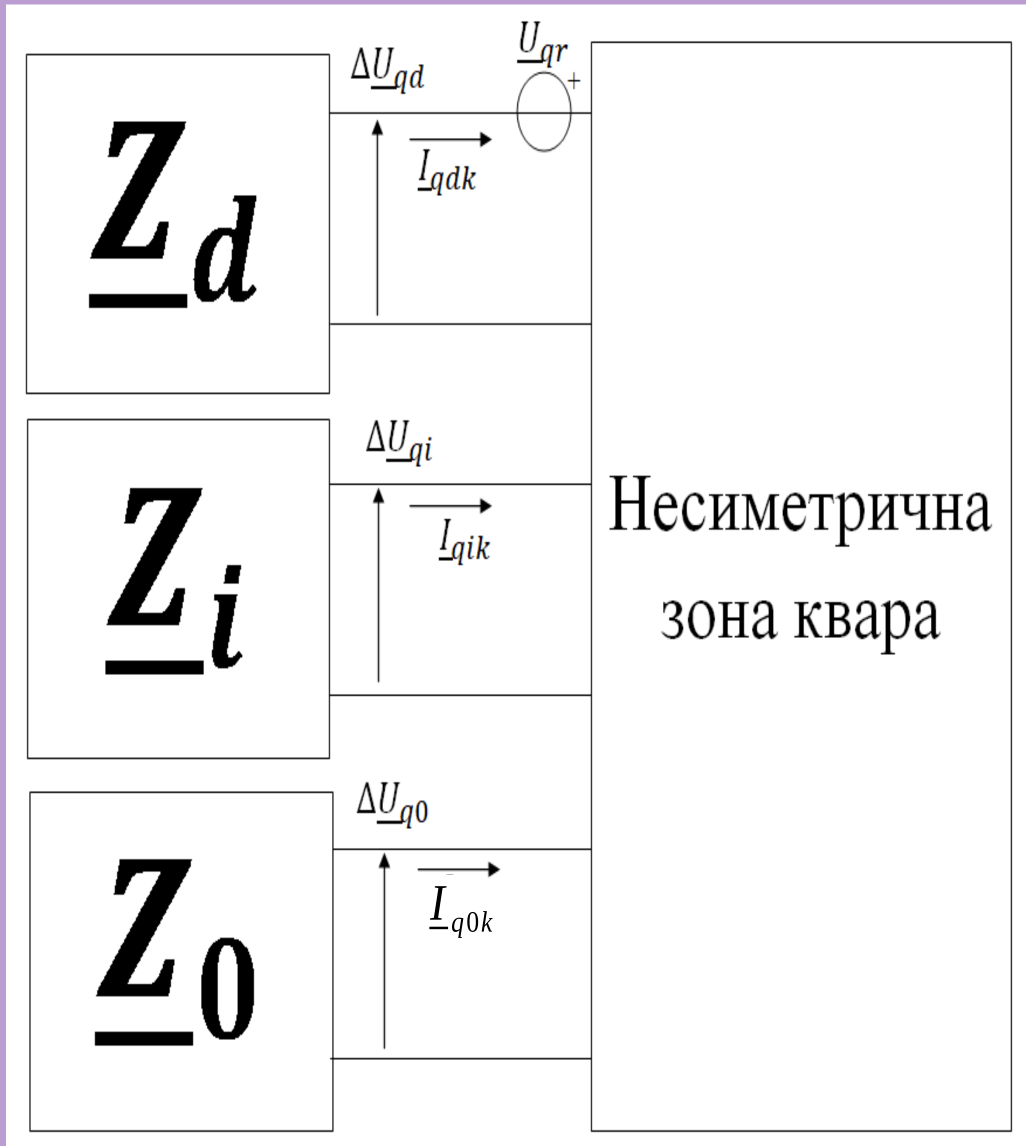
$$\Delta\underline{U}_q = -\underline{Z}_{qq}\underline{I}_{qk} \longrightarrow \underline{U}_{qk} = \underline{U}_{qr} - \underline{Z}_{qq}\underline{I}_{qk}$$

$$\vdots$$

$$\Delta\underline{U}_n = -\underline{Z}_{nq}\underline{I}_{qk} \qquad \underline{U}_n = \underline{U}_{nr} + \Delta\underline{U}_n$$

$$\underline{I}_{ijk} = \frac{\underline{U}_{ik} - \underline{U}_{jk}}{\underline{Z}_{ij}^{gr}} = \frac{\underline{U}_{ir} - \underline{U}_{jr}}{\underline{Z}_{ij}^{gr}} + \frac{\Delta\underline{U}_{ik} - \Delta\underline{U}_{jk}}{\underline{Z}_{ij}^{gr}} = \underline{I}_{ijr} + \Delta\underline{I}_{ij}$$

- Случај несиметричног квара



$$\Delta \underline{U}_d = \underline{\boldsymbol{Z}}_d \Delta \underline{I}_{dk} = \underline{\boldsymbol{Z}}_d \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -\underline{I}_{qdk} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \underline{U}_i = \underline{\boldsymbol{Z}}_i \Delta \underline{I}_{ik} = \underline{\boldsymbol{Z}}_i \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -\underline{I}_{qik} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \underline{U}_0 = \underline{\boldsymbol{Z}}_0 \Delta \underline{I}_{0k} = \underline{\boldsymbol{Z}}_0 \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -\underline{I}_{q0k} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- нпр.за чворове 1 и 2

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\underline{U}_{d1} = -\underline{Z}_{1qd}\underline{I}_{qdk}\\ \Delta\underline{U}_{i1} = -\underline{Z}_{1qi}\underline{I}_{qik}\\ \Delta\underline{U}_{01} = -\underline{Z}_{1q0}\underline{I}_{q0k}\end{array}\right\} U_{1a,b,c} = FU_{1,d,i,0}$$

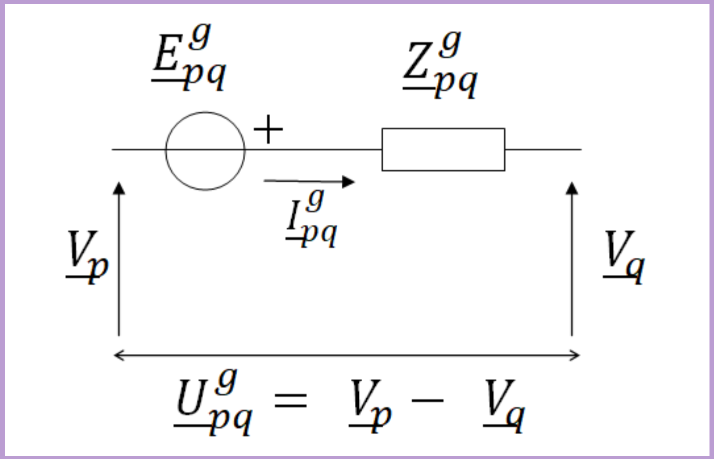
$$\left.\begin{array}{l}\Delta\underline{U}_{d2} = -\underline{Z}_{2qd}\underline{I}_{qdk}\\ \Delta\underline{U}_{i2} = -\underline{Z}_{2qi}\underline{I}_{qik}\\ \Delta\underline{U}_{02} = -\underline{Z}_{2q0}\underline{I}_{q0k}\end{array}\right\} U_{1a,b,c} = FU_{2d,i,0}$$

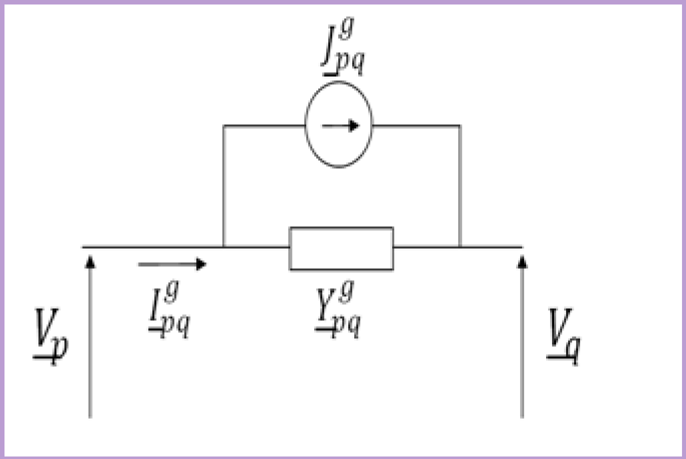
$$\left.\begin{array}{l}\Delta\underline{I}_{12d} = \dfrac{\Delta\underline{U}_{1d} - \Delta\underline{U}_{2d}}{\underline{Z}_{12d}^{gr}}\\ \Delta\underline{I}_{12i} = \dfrac{\Delta\underline{U}_{1i} - \Delta\underline{U}_{2i}}{\underline{Z}_{12i}^{gr}}\\ \Delta\underline{I}_{120} = \dfrac{\Delta\underline{U}_{10} - \Delta\underline{U}_{20}}{\underline{Z}_{120}^{gr}}\end{array}\right\} \Delta I_{a,b,c}$$

Матрица адмитанси и импеданси система

Све елементе система можемо поделити на:

- Пасивне елементе (водови, трансформатори, пригушнице, кондензатори...)
- Активне елементе (струјни и напонски извори)
- Њихова представа: елементи са два пара крајева- два приступа
- Додатно упрошћење: примитивни елементи -елементи са једним приступом (два краја)





$$\underline{U}_{pq}^{g} - \underline{E}_{pq}^{g} = \underline{Z}_{pq}^{g}\underline{I}_{pq}^{g}$$

$$\underline{I}_{pq}^{g} - \underline{J}_{pq}^{g} = \underline{Y}_{pq}^{g}\underline{U}_{pq}^{g}$$

Може и комбиновано:

$$\underline{U}^{g} - \underline{E}^{g} = \underline{Z}^{g}(\underline{I}^{g} - \underline{J}^{g})$$

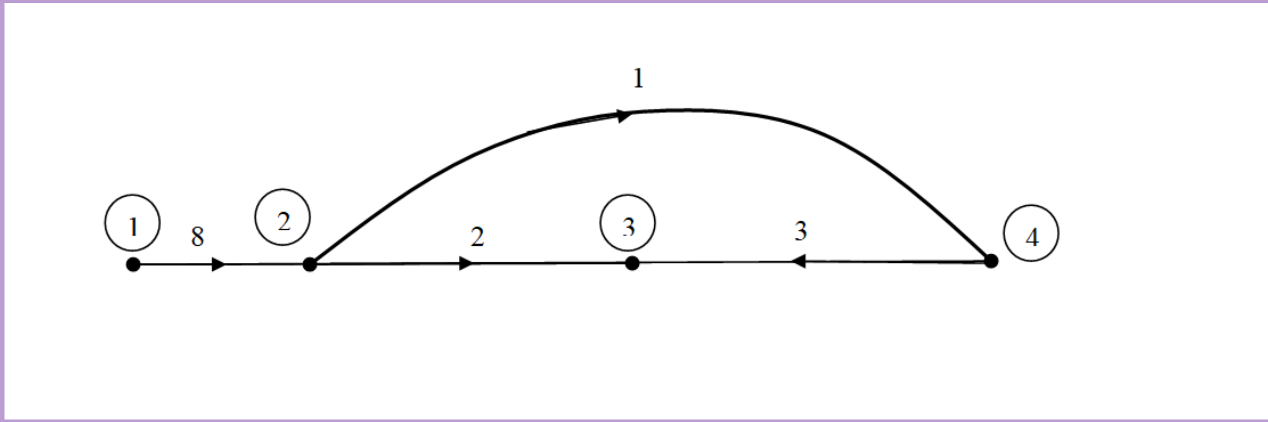
$$\underline{I}^{g} - \underline{J}^{g} = \underline{Y}^{g}(\underline{U}^{g} - \underline{E}^{g})$$

- У случају пасивних мрежа:

$$\underline{U}^{g} = \underline{Z}^{g}\,\underline{I}^{g}$$

$$\underline{I}^{g} = \underline{Y}^{g}\,\underline{U}^{g}$$

- Примена оријентисаног графа у формирању модела мреже

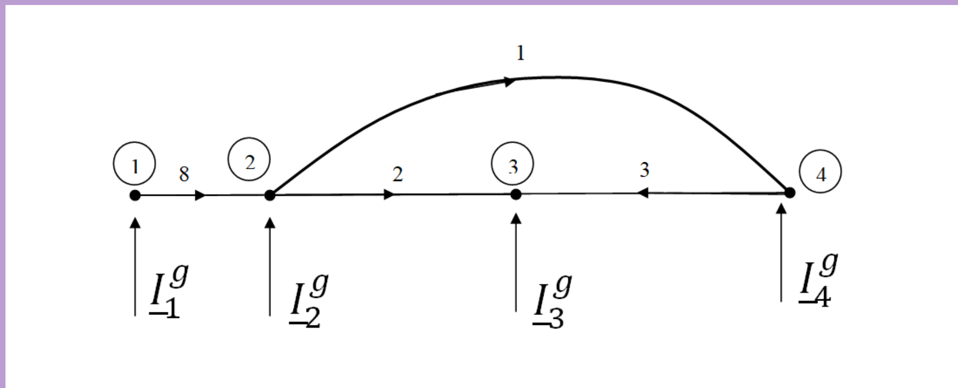


$$\underline{Z}^g = [\underline{Z}_1^g \quad \underline{Z}_2^g \quad \underline{Z}_3^g \quad \underline{Z}_8^g]$$

$$\underline{U}^g = \left[\underline{V}_2 - \underline{V}_4 \quad \underline{V}_2 - \underline{V}_3 \quad \underline{V}_4 - \underline{V}_3 \quad \underline{V}_1 - \underline{V}_2\right]^T$$

$$\underline{I}^g = \left[\underline{I}_1^g \quad \underline{I}_2^g \quad \underline{I}_3^g \quad \underline{I}_8^g\right]^T$$

- Матрица инциденције чворова и грана



$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Једначина струја инјектирања у чворовима:

$$\underline{I} = \boldsymbol{A}\underline{I}^g \qquad A_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{грана инцидентна, оријентација од чвора} \\ -1 & \text{грана инцидентна, оријентација ка чвору} \\ 0 & \text{грана није инцидентна} \end{cases}$$

Слично, једначина напона у чворовима:

$$\underline{U}^g = \boldsymbol{A}^T \underline{U}$$

(изостављање референтног чвора и одређивање напона према $\underline{V}_0$)

Матрице параметара електроенергетске мреже

- Матрица адмитанси независних чворова

$$\underline{I} = \underline{Y}_{\check{c}v}\underline{U}$$

$$\underline{I} = \boldsymbol{A}\underline{I}^{g} = \boldsymbol{A}\underline{Y}^{g}\underline{U}^{g} = \boldsymbol{A}\underline{Y}^{g}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}\underline{U}$$

$$\underline{Y}_{\check{c}v} = \boldsymbol{A}\underline{Y}^{g}\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{T}}$$

$$\underline{Y}_{ij} = \begin{cases} \sum \underline{Y}_{ij}^{g} + \underline{Y}_{i}^{0}, & i = j \\ -\underline{Y}_{ij}^{g}, & i \neq j \end{cases}$$

- Мартица импеданси независних чворова

-1. метод формирања

$$\underline{U} = \underline{Z}_{\check{c}v}\underline{I}$$

$$\underline{Z}_{\check{c}v} = \underline{Y}_{\check{c}v}^{-1}$$

-2. метод јединичних струја

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \cdots & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \cdots & \underline{Z}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \cdots & \underline{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_N \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1k} \\ \underline{Z}_{2k} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{nk} \end{bmatrix} \underline{I}_k$$

$$\underline{I}_k = 1 => \underline{Z}_{ik} = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_k}$$

$$\underline{Z}_{ik} = \begin{cases} \text{улазна импеданса у п. х. } i = k \\ \text{трансфер импеданса у п. х. } i \neq k \end{cases}$$

$\underline{Z}_{ii}$ – импеданса Тевененовог еквивалента

-3. метод формирања: корак по корак

I тип модификације – грана између новог и референтног чвора

$$\underline{\boldsymbol{Z}}^{post} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & 0 \\ & \underline{\boldsymbol{Z}}^{pre} & & 0 \\ & & & \vdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & \underline{Z}_{gr} \end{array}\right]$$

II тип модификације – грана између новог и старог чвора

$$\underline{\boldsymbol{Z}}^{post} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \underline{Z}_{1j} \\ & \underline{\boldsymbol{Z}}^{pre} & & \underline{Z}_{2j} \\ & & & \vdots \\ \hline \underline{Z}_{j1} & \underline{Z}_{j2} & \cdots & \left(\underline{Z}_{gr} + \underline{Z}_{jj}\right) \end{array}\right]$$

III тип модификације – грана између старог и референтног чвора

$$\underline{\boldsymbol{Z}}^{post} = \underline{\boldsymbol{Z}}^{pre} - \frac{1}{\underline{Z}_{jj} + \underline{Z}_{gr}} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1j} \\ \underline{Z}_{2j} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{nj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{j1} & \underline{Z}_{j2} & \cdots & \underline{Z}_{jn} \end{bmatrix}$$

IV тип модификације – грана између два стара чвора

$$\underline{\mathbf{Z}}^{\mathbf{post}} = \underline{\mathbf{Z}}^{\mathbf{pre}} - \frac{1}{\underline{Z}_{gr} + \underline{Z}_{ii} + \underline{Z}_{jj} - 2\underline{Z}_{ij}} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1i} - \underline{Z}_{1j} \\ \underline{Z}_{2i} - \underline{Z}_{2j} \\ \vdots \\ \underline{Z}_{ni} - \underline{Z}_{nj} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{Z}_{i1} - \underline{Z}_{j1} & \underline{Z}_{i2} - \underline{Z}_{j2} & \ldots & \underline{Z}_{in} - \underline{Z}_{jn} \end{bmatrix}$$

V тип модификације – магнетно спрегнута кола