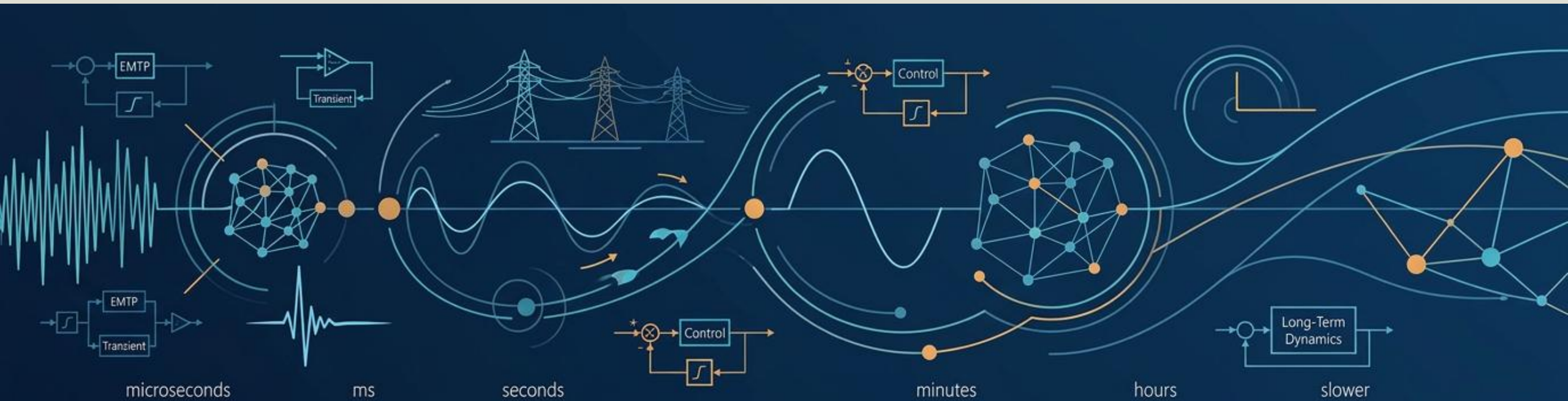




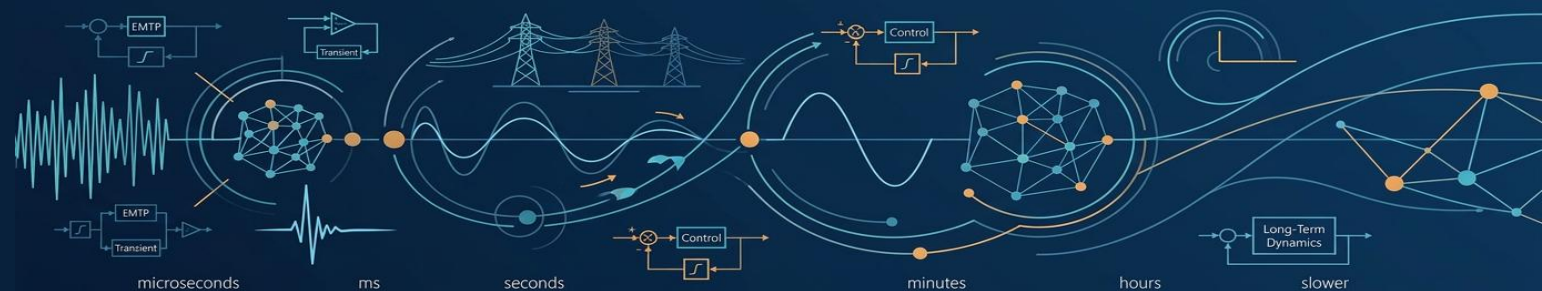
Projektovanje pomoću računara u elektroenergetici

Prof. dr Goran Dobrić
Prof. dr Mileta Žarković

Modelovanje sinhronog generatora za proračun trofaznog kratkog spoja



Ciljevi predavanja



1. Fizička osnova kratkog spoja kod generatora

Razumeti zašto sinhroni generator napaja mesto kvara velikom strujom

Povezati zakon održanja fluksa sa pojavom subtranzijentne, tranzijentne i ustaljene komponente struje

2. Matematički model sinhronog generatora

Standardni model sa statorskim, pobudnim i prigušnim namotajima

Razumeti ulogu Parkove transformacije i prelaz u d–q koordinatni sistem

3. Reaktanse i vremenske konstante

Izvesti fizičko značenje parametara X_d'' , X_d' , X_d i odgovarajućih vremenskih konstanti

Povezati rotorska kola sa oblikom i prigušenjem struje kratkog spoja

4. Uprošćeni model za proračun kratkog spoja

Preći od detaljnog modela generatora ka inženjerski pogodnoj aproksimaciji struje kratkog spoja

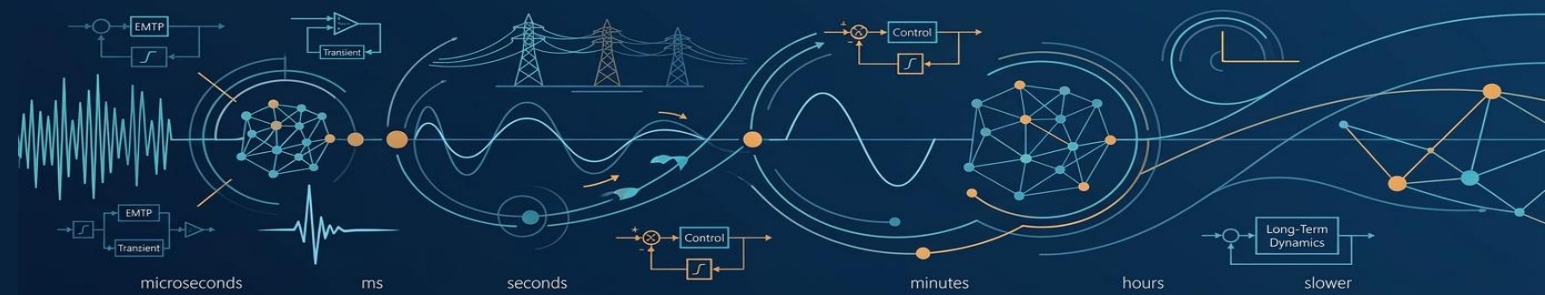
Povezati pun model sa uprošćenom jednačinom za $I_k(t)$

5. Praktična realizacija u MATLAB-u

Formirati model za trofazni kratak spoj na priključcima generatora

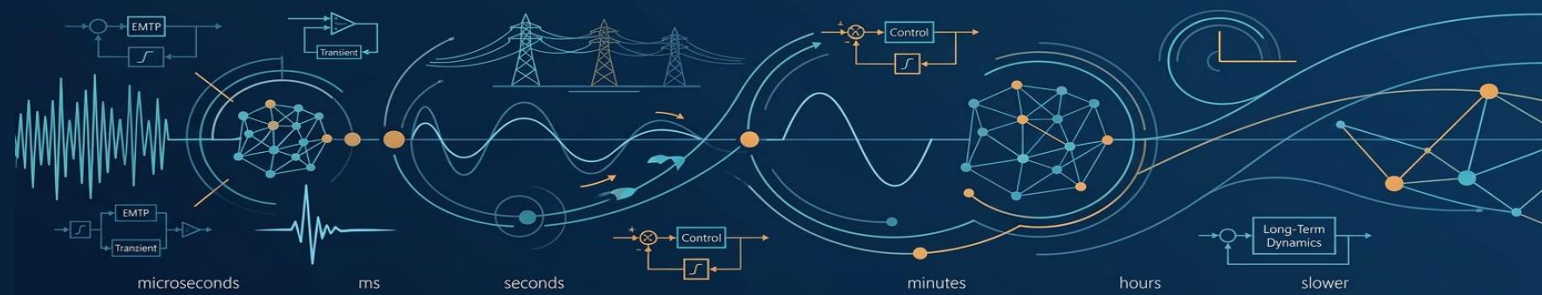
Simulirati fazne struje i analizirati udarnu struju, toplotni impuls i efektivnu vrednost struje kvara

Uvod i motivacija

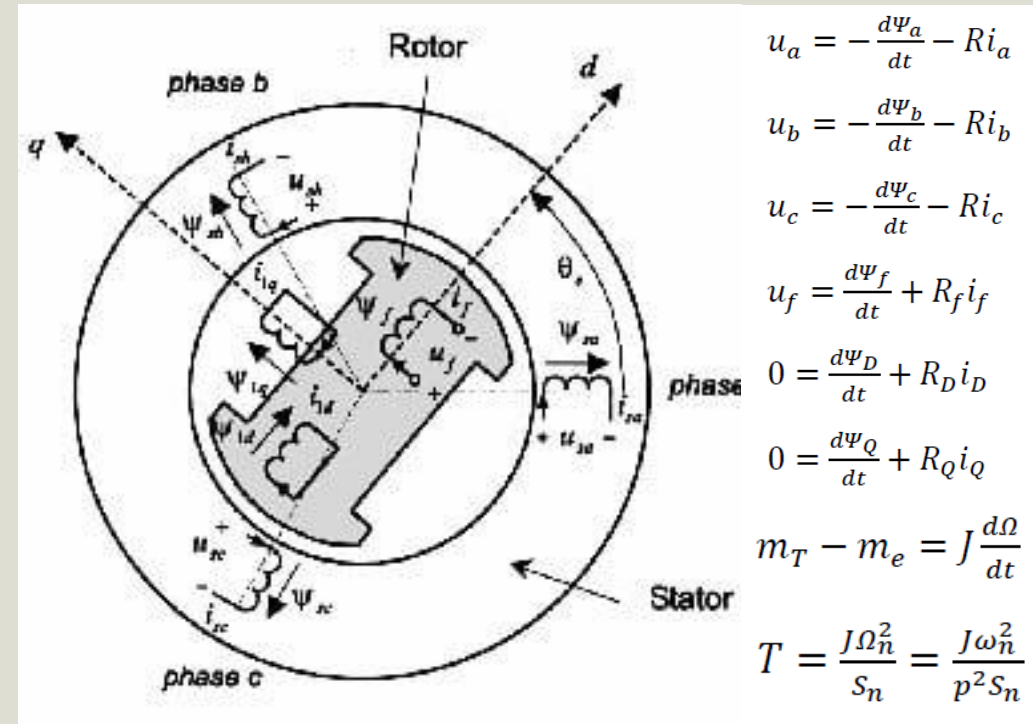


- Sinhroni generator u slučaju kratkog spoja napaja mesto kvara vrlo velikom strujom.
- Struja kratkog spoja može biti višestruko veća od nazivne i zato je ključna za dimenzionisanje opreme, zaštitu i proveru termičkih i dinamičkih napreznja.
- Oblik i intenzitet struje ne zavise samo od spoljne mreže, već i od unutrašnje strukture generatora, posebno od pobudnog i prigušnih namotaja.
- Kod kvara u blizini generatora dominantnu ulogu u petlji kvara ima upravo promenljiva unutrašnja impedansa generatora.
- Zbog toga generator u proračunu kratkog spoja ne možemo predstaviti samo jednom konstantnom reaktansom.

Od fizičkog do matematičkog modela

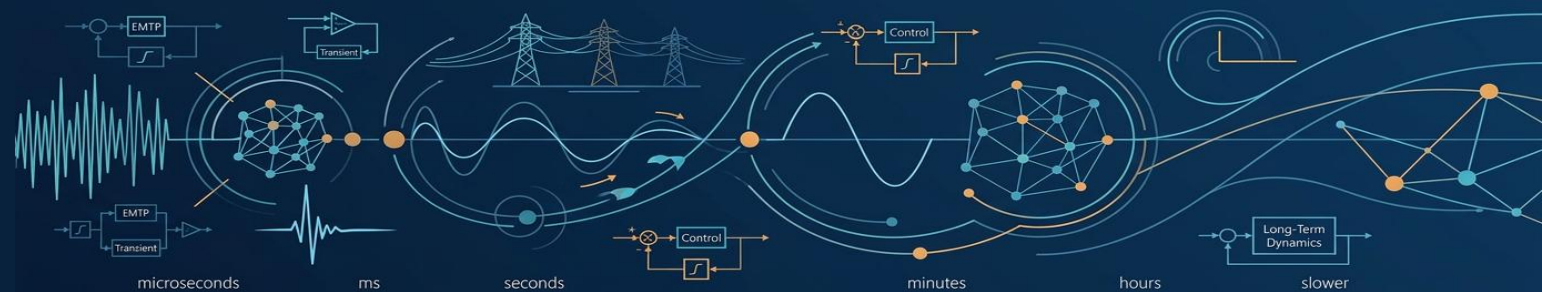


- Standardni model sinhronog generatora obuhvata tri statorka namotaja, pobudni namotaj i prigušne namotaje na rotoru.
- U koordinatnom sistemu a, b, c parametri modela zavise od položaja rotora, pa su diferencijalne jednačine sa promenljivim koeficijentima i zato nepogodne za direktan analitički rad.
- Zbog toga se prvo primenjuje **Klarkova transformacija**, kojom se trofazni sistem prevodi u stacionarni dvofazni $\alpha, \beta, 0$ sistem.
- Zatim se primenjuje **Parkova transformacija**, kojom se model prevodi u rotirajući $d, q, 0$ koordinatni sistem vezan za rotor.
- U tom obliku se dobija pregledniji model sa konstantnim ili jednostavnijim koeficijentima, pogodan za formiranje diferencijalnih jednačina i MATLAB simulaciju.

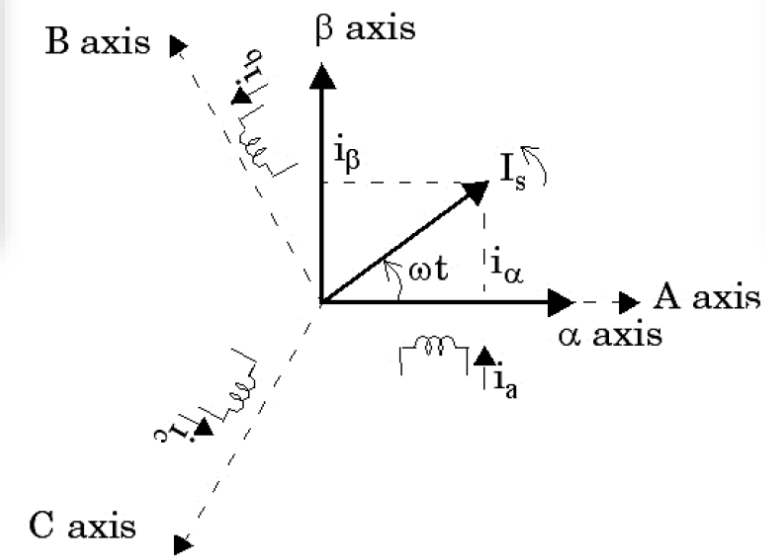


$$abc \xrightarrow{\text{Klark}} \alpha\beta 0 \xrightarrow{\text{Park}} dq0$$

Od fizičkog do matematičkog modela



$$abc \xrightarrow{\text{Klark}}$$



$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$S = \text{const}$

$$\alpha\beta 0 \xrightarrow{\text{Park}} dq0$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$u_d = -\frac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q - Ri_d$$

$$u_q = -\frac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d - Ri_q$$

$$u_0 = -\frac{d\Psi_0}{dt} - Ri_0$$

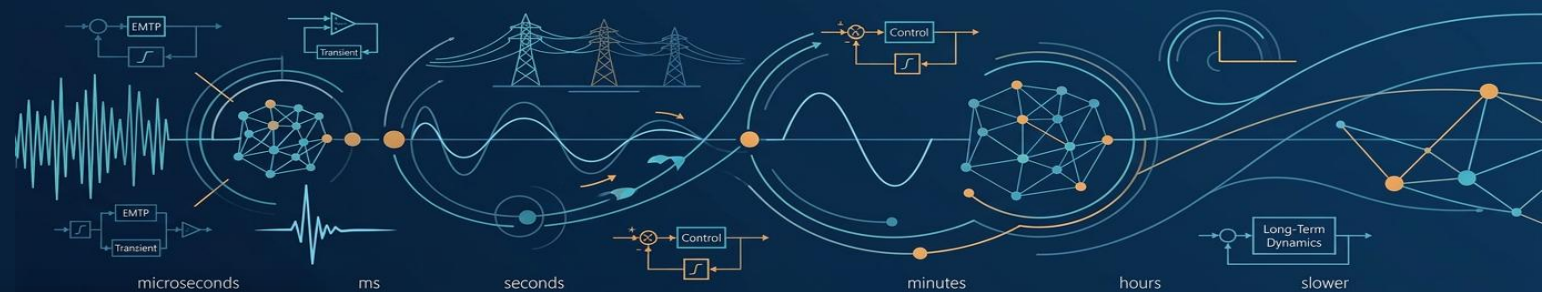
$$u_f = \frac{d\Psi_f}{dt} + R_f i_f$$

$$0 = \frac{d\Psi_D}{dt} + R_D i_D$$

$$0 = \frac{d\Psi_Q}{dt} + R_Q i_Q$$

$$m_T - m_e = m_T - p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = T \frac{p^2 S_n}{\omega_n^2} \frac{d\Omega}{dt} = T \frac{p S_n}{\omega_n^2} \frac{d\omega}{dt}$$

Od fizičkog do matematičkog modela



$$u_d = -\frac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q - Ri_d$$

$$u_q = -\frac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d - Ri_q$$

$$u_0 = -\frac{d\Psi_0}{dt} - Ri_0$$

$$u_f = \frac{d\Psi_f}{dt} + R_f i_f$$

$$0 = \frac{d\Psi_D}{dt} + R_D i_D$$

$$0 = \frac{d\Psi_Q}{dt} + R_Q i_Q$$

$$\Psi_d = L_d i_d + M_d i_f + M_d i_D$$

$$\Psi_q = L_q i_q + M_q i_Q$$

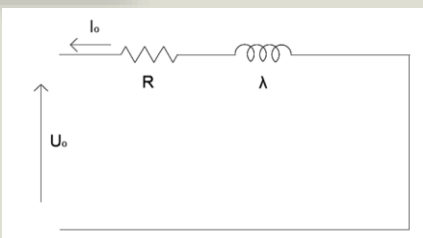
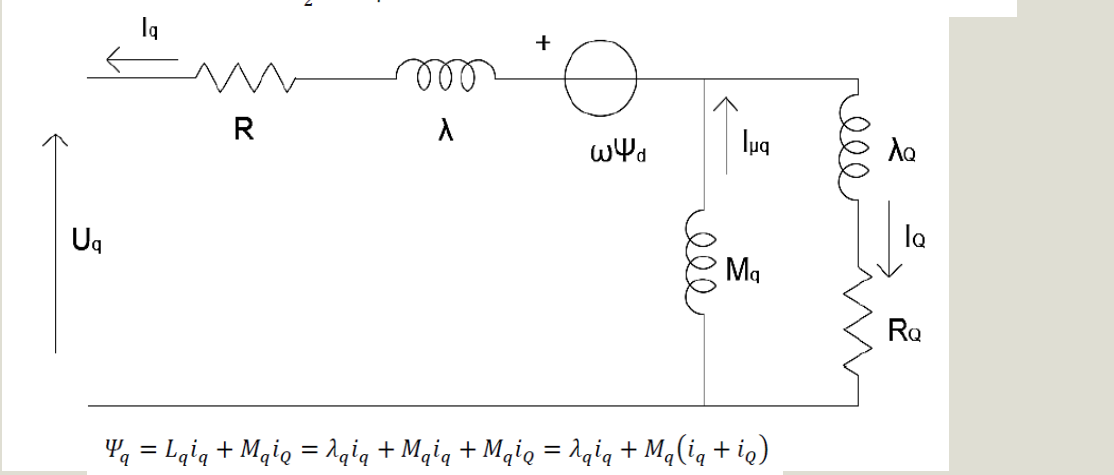
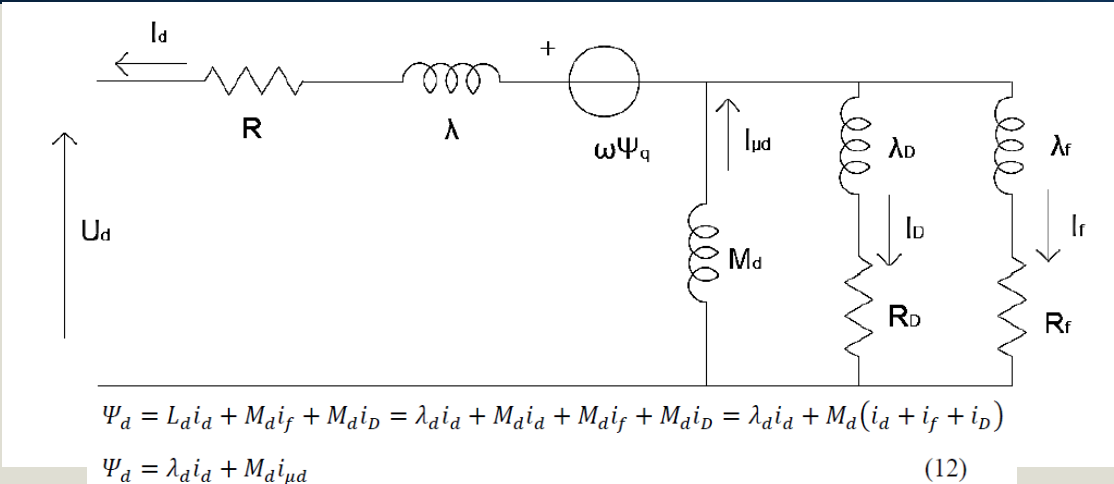
$$\Psi_0 = L_0 i_0$$

$$\Psi_f = M_d i_d + L_f i_f + M_d i_D$$

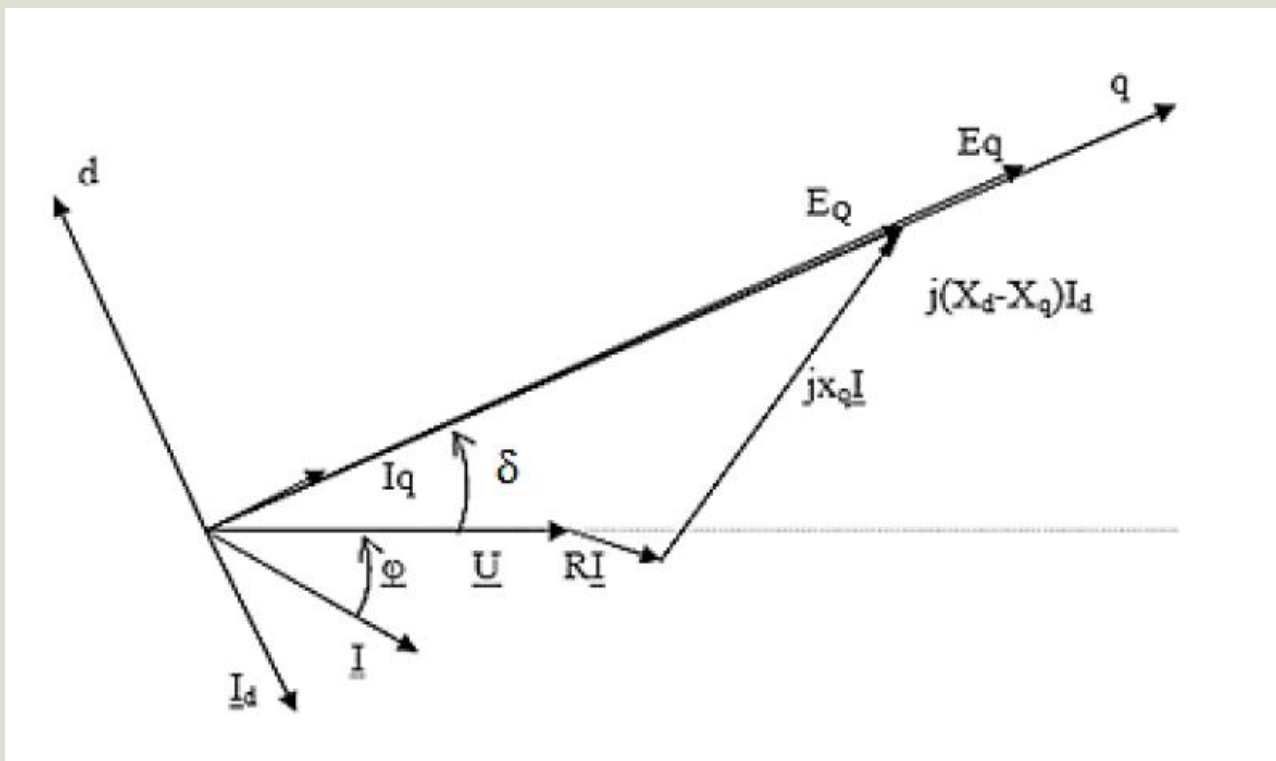
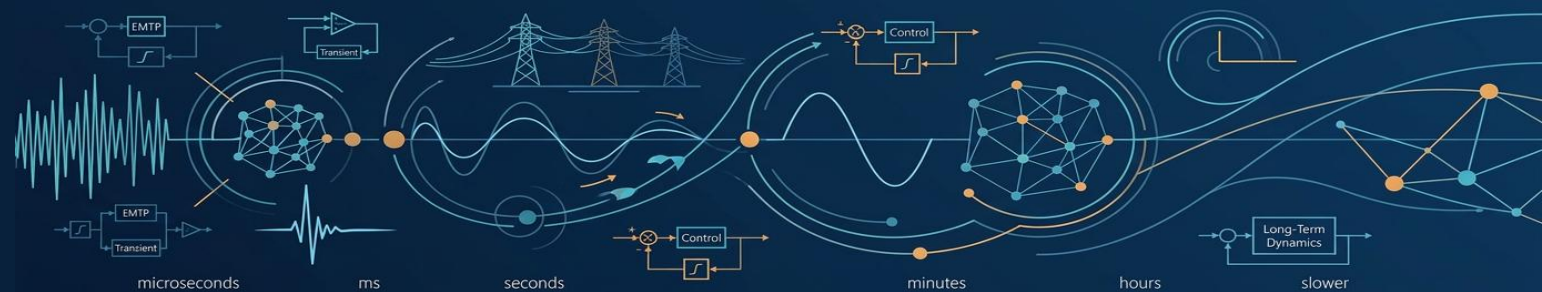
$$\Psi_D = M_d i_d + M_d i_f + L_D i_D$$

$$\Psi_Q = M_q i_q + L_Q i_Q$$

$$m_T - m_e = m_T - p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) = T \frac{p^2 S_n}{\omega_n^2} \frac{d\Omega}{dt} = T \frac{p S_n}{\omega_n^2} \frac{d\omega}{dt}$$



Od fizičkog do matematičkog modela



Nominalni radni režim – stanje pre kvara

$$P = \frac{E_q U}{X_d} \sin \delta + U^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \frac{\sin 2\delta}{2}$$

$$Q = \frac{E_q U}{X_d} \cos \delta - U^2 \left(\frac{\sin^2 \delta}{X_q} + \frac{\cos^2 \delta}{X_d} \right)$$

Zakon održanja fluksa



Posmatrajmo idealizovano induktivno kolo sa zanemarljivom otpornošću ($R \approx 0$):

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \approx L \frac{di}{dt}$$

Pre kratkog spoja napon u pokreće kolo, fluks je:

$$\psi = Li$$

Nastanak kratkog spoja znači $u = 0$. Jednačina tada postaje:

$$L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\psi}{dt} = 0 \Rightarrow \psi = \text{const.}$$

Fluks sinhronog generatora stvara

Rotorsko kolo

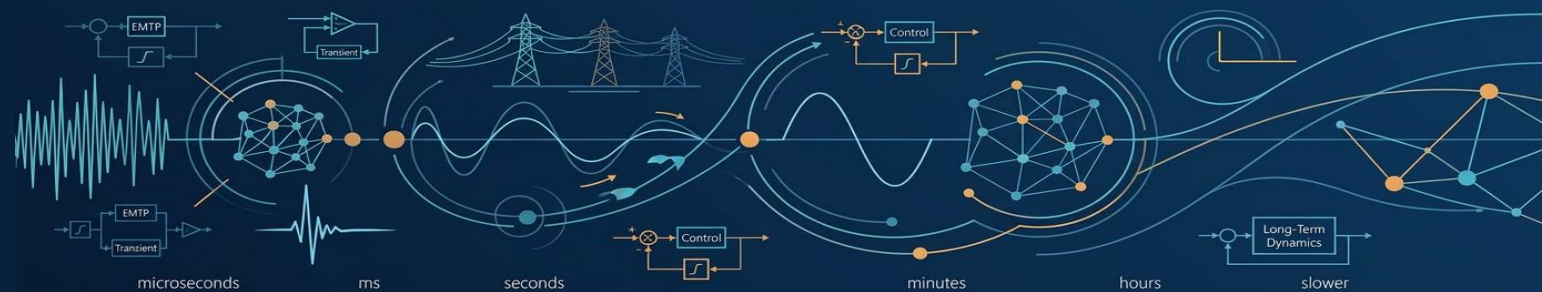
Primena na sinhroni generator

- Statorski i rotorski namotaji generatora se ponašaju kao spregnuta RL kola.
- Kada nastane kratak spoj, fluks kroz stator i kroz rotor ne može trenutno da se promeni.
- Da bi se održala zatečena vrednost fluksa, **moraju se pojaviti dodatne struje** u statoru i u rotoru (pobudnom i prigušnim namotajima).
- Te struje „kompenzuju“ naglu promenu spoljašnjih uslova i održavaju fluks konstantnim.

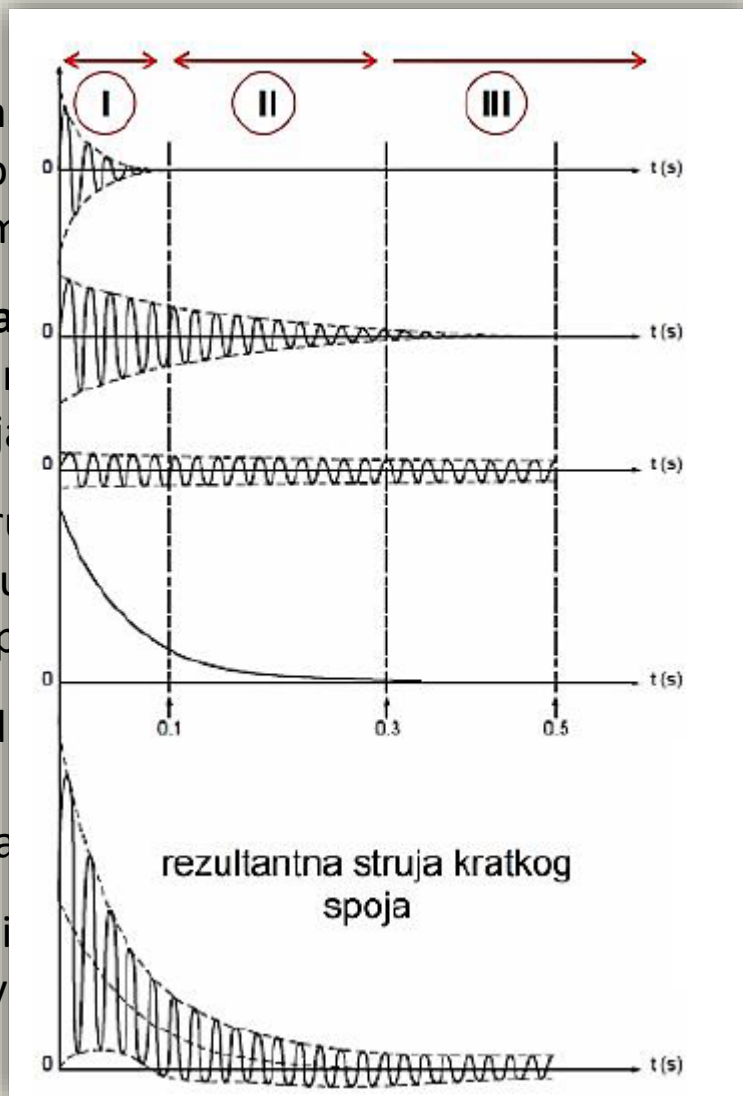
Aperiodična (DC) komponenta

- Ako je kratak spoj nastupio u trenutku kada je fluks kroz statorski namotaj **maksimalan**, u struji se javlja **najveća DC komponenta**.
- Ako je u trenutku kvara fluks kroz namotaj bio **nula** (rotor pod 90° u odnosu na tu fazu), **nema DC komponente** — struja je simetrična.
- DC komponenta opada sa vremenskom konstantom $T_A = L/R$, gde je L ekvivalentna induktivnost statora, a R otpornost.

Karakteristični periodi struje kratkog spoja



- Nakon nastupa kratkog spoja, struja u svakom odjednom odjelu mreže razlikuje se od ostalih različitim amplitudama i fazama.
- U subtranzijentnom periodu, struja u prigušnicama najmanje odnosi na struju u drugim dijelovima mreže.
- Kada struja u prigušnicama dostigne svoj period, u ostalim dijelovima mreže struja opet počinje opadati.
- Nakon davnog perioda, nastupa ustaljeni stanje sa sinhronom strujom.
- Aperiodičnost se odnosi na struju preko svih elemenata mreže.



generatora ne opada i struje odgovaraju njemu.

generatoru, pobudnom i njegovoj reaktansa

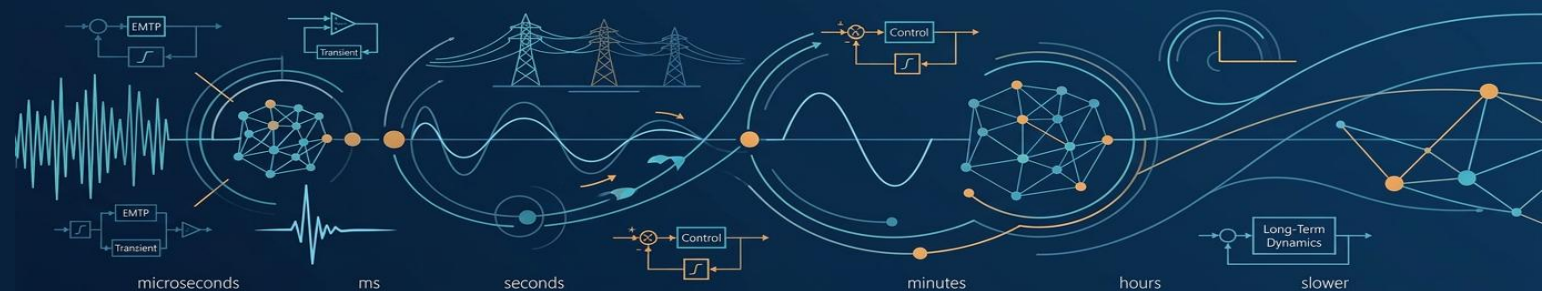
počinje **tranzijentni** period, pobudni namotaj, pa

u pobudnom kolu struja elazi na sinhrono

postiti superponovana struja sa sinhronom konstantom.

Period	Dominantni namotaji	Karakter struje
Subtranzijentni	Sator + pobudni + prigušni	Najveća početna struja
Tranzijentni	Sator + pobudni	Sporije opadanje
Ustaljeni	Sator + pobuda	Najmanja, sinhrona vrednost

Reaktanse generatora u proračunu kratkog spoja



- U neposrednom trenutku nakon kvara generator se opisuje **subtranzijentnom reaktansom** X_d'' , jer su tada aktivni i pobudni i prigušni namotaji, pa je efektivna unutrašnja impedansa najmanja.
- Posle iščezavanja struja u prigušnim namotajima generator prelazi na **tranzijentnu reaktansu** X_d' , koja daje manju struju nego X_d'' , ali veću nego ustaljena sinhrona reaktansa.
- U konačnom stanju koristi se **sinhrona reaktansa** X_d , koja odgovara ustaljenom elektromagnetnom režimu generatora.
- Zato za isti generator važi tipičan odnos

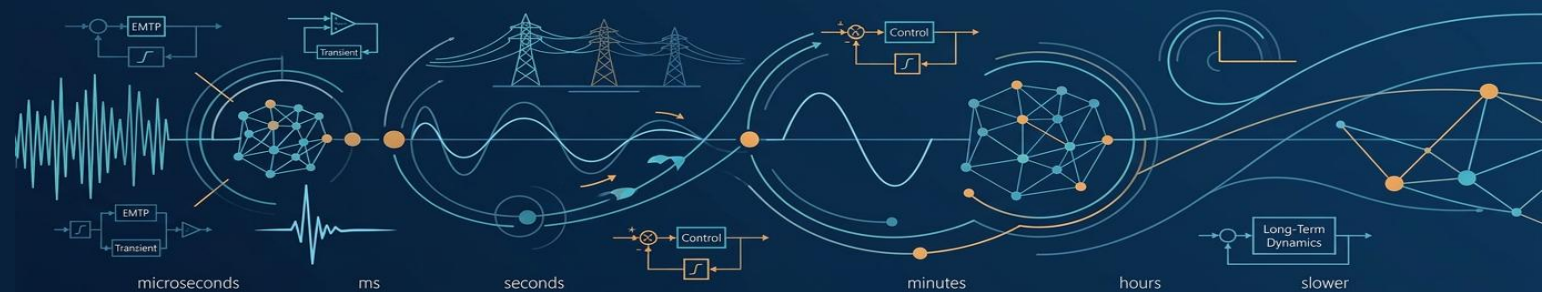
$$X_d'' < X_d' < X_d$$

što znači da je početna struja kratkog spoja najveća, a zatim opada kako efektivna reaktansa raste.

- U proračunu kratkog spoja izbor odgovarajuće reaktanse zavisi od toga da li analiziramo početni udar, prelazni proces ili ustaljenu komponentu struje.

Reaktansa	Fizičko značenje	Period primene
X_d''	Aktivni stator, pobuda i prigušni namotaji	Početni subtranzijentni period
X_d'	Dominantni stator i pobuda	Tranzijentni period
X_d	Ustaljeni sinhroni režim	Dugotrajniji režim posle kvara

Vremenske konstante generatora u proračunu kratkog spoja



Subtranzijentna vremenska konstanta T_d'' određuje trajanje početnog, najbržeg prelaznog procesa, koji je vezan za struje u prigušnim namotajima.

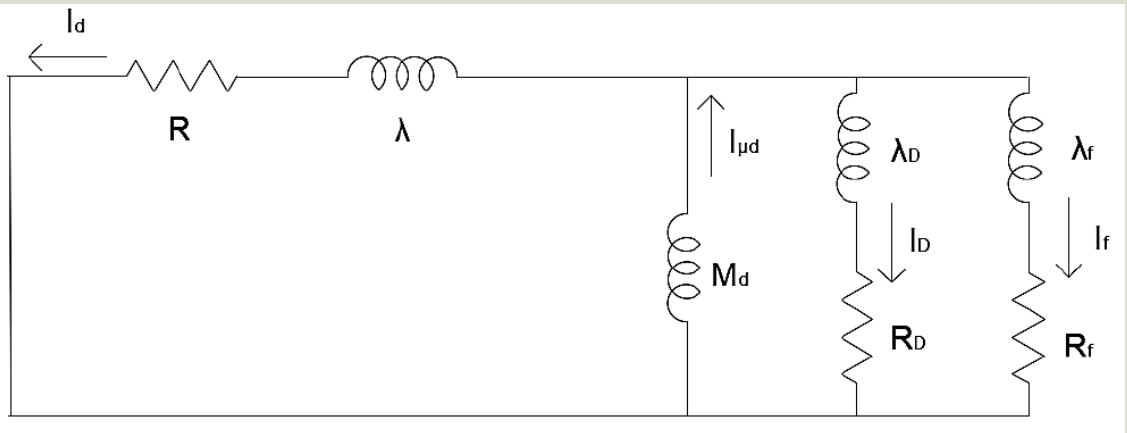
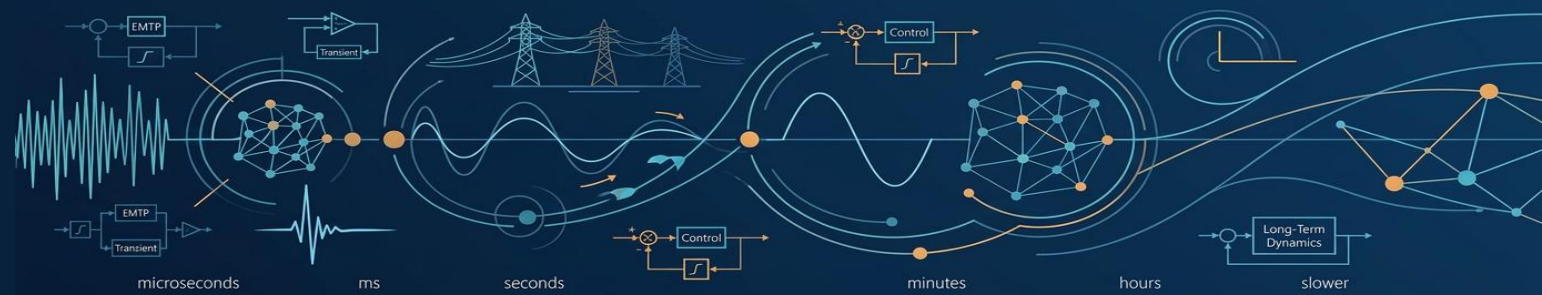
Tranzijentna vremenska konstanta T_d' određuje sporije opadanje struje u narednoj fazi, kada prigušni namotaji više nisu dominantni, a ključnu ulogu ima pobudni namotaj.

Aperiodična vremenska konstanta T_A opisuje prigušenje jednosmerne, odnosno DC komponente struje kratkog spoja u statoru.

Zbog toga isti talasni oblik kratkog spoja sadrži istovremeno brzu elektromagnetnu promenu, sporiji tranzijent i eventualnu DC komponentu koja se posebno gasi.

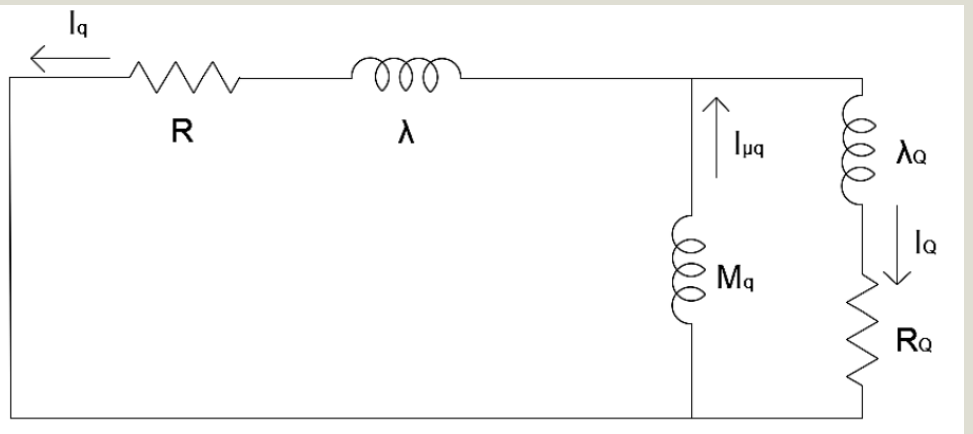
Vremenska konstanta	Fizičko značenje	Uticaj na talasni oblik
T_d''	Trajanje subtranzijentnog procesa u prigušnim namotajima	Brzo opadanje početne velike struje
T_d'	Trajanje tranzijentnog procesa u pobudnom namotaju	Sporije opadanje AC komponente
T_A	Prigušenje DC komponente statorske struje	Nestajanje asimetrije talasa

Parametri generatora u subtranzijentnom periodu



$$T_d'' = \frac{M_d(\lambda_f \lambda_D + \lambda \lambda_f + \lambda \lambda_D) + \lambda \lambda_f \lambda_D}{(L_f L_D - M_d^2) R_D} = \frac{L_D''}{R_D}$$

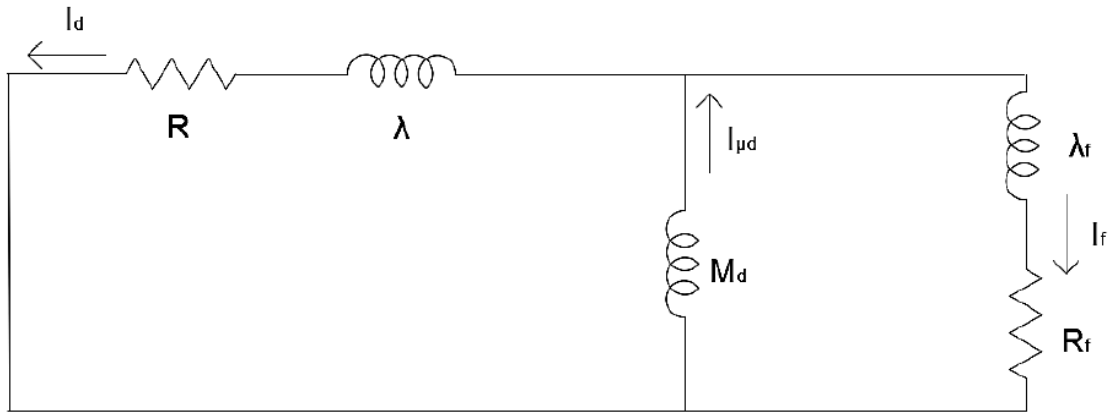
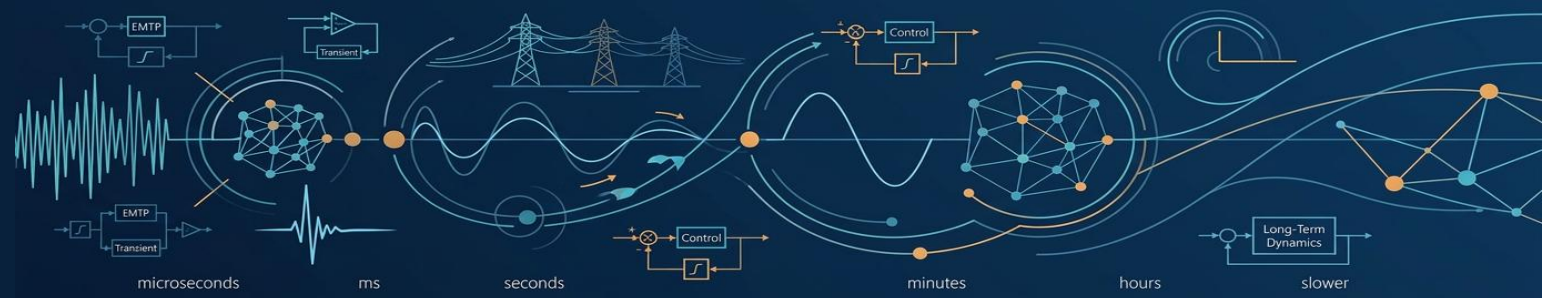
$$T_{ad}'' = \frac{M_d(\lambda_f \lambda_D + \lambda \lambda_f + \lambda \lambda_D) + \lambda \lambda_f \lambda_D}{(L_f L_D - M_d^2) R} = \frac{L_d''}{R}$$



$$T_q''' = \frac{L_q L_Q - M_q^2}{L_q R_Q} = \frac{L_Q''}{R_Q}$$

$$T_{aq}''' = \frac{L_q L_Q - M_q^2}{L_Q R} = \frac{L_q''}{R}$$

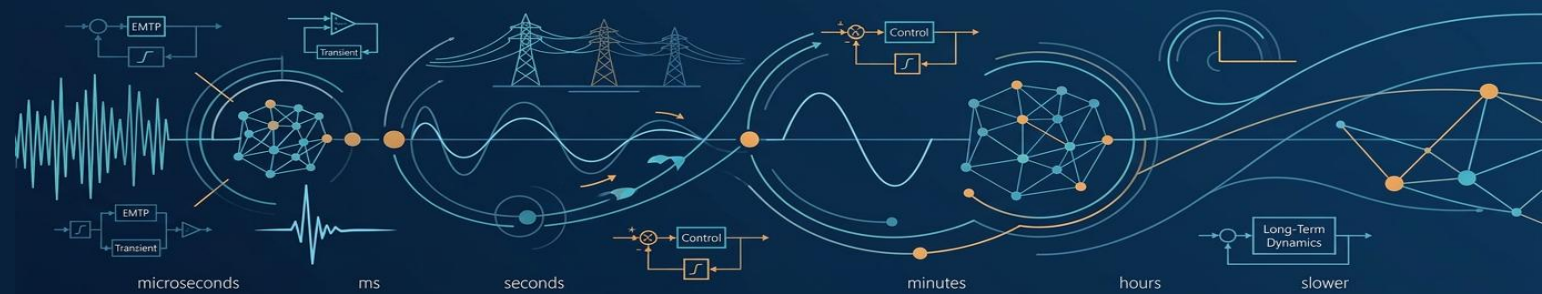
Parametri generatora u tranzijentnom periodu



$$T'_d = \frac{L_f L_d - M_d^2}{L_d R_f} = \frac{L'_f}{R_f}$$

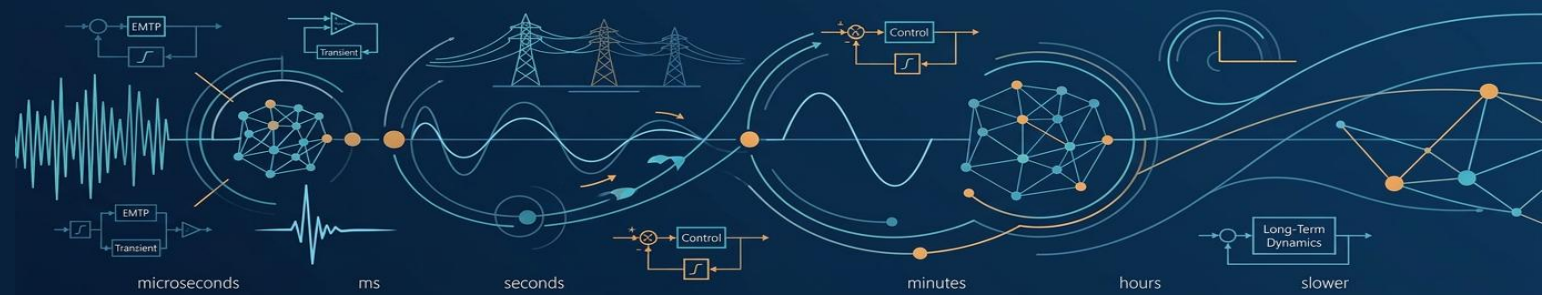
$$T'_{ad} = \frac{L_f L_d - M_d^2}{L_f R} = \frac{L'_d}{R}$$

Matrični model generatora za kratak spoj



- Nakon prelaska u $d, q, 0$ sistem, naponi i struje generatora mogu se zapisati u vektorskom obliku, a fluksevi preko matrice induktivnosti.
- Na toj osnovi formira se **diferencijalna matrična jednačina naponske ravnoteže**, pogodna za numeričko rešavanje.
- U opštem slučaju model obuhvata statorske veličine, pobudni namotaj i prigušne namotaje po d i q osi.
- Za trofazni simetrični kratak spoj na priključcima generatora važi da su naponi u $d, q, 0$ sistemu jednaki nuli, što dodatno pojednostavljuje model.
- Tako se problem svodi na rešavanje sistema diferencijalnih jednačina iz kojih se dobijaju struje i_d, i_q i zatim fazne struje i_a, i_b, i_c .

Matrični model generatora za kratak spoj



$$[I_{dq0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$[U_{dq0}] = \begin{bmatrix} -u_d \\ -u_q \\ 0 \\ 0 \\ u_f \\ -u_0 \end{bmatrix}$$

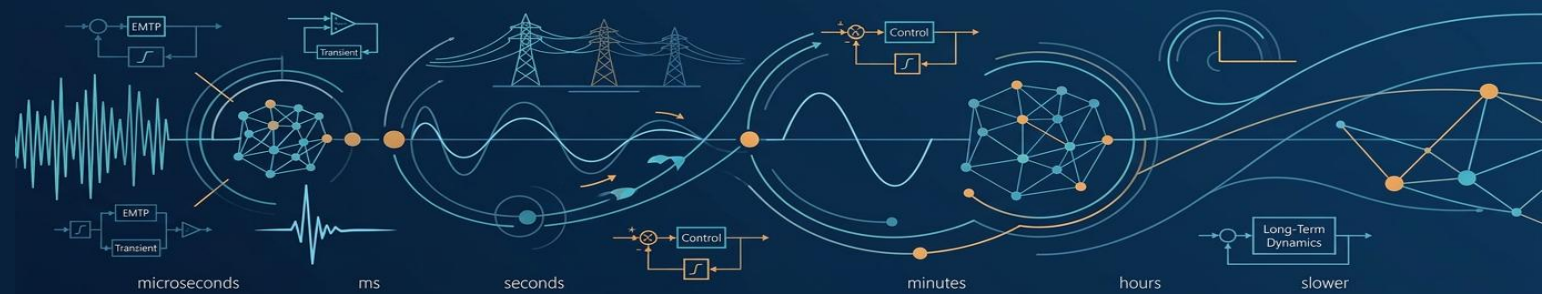
$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \\ \Psi_f \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \\ \Psi_f \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d & 0 \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & -\omega L_q & 0 & -\omega M_q & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -R & \omega M_d & 0 & \omega M_d & 0 \\ 0 & 0 & -R_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_f \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -u_d \\ -u_q \\ 0 \\ 0 \\ u_f \\ -u_0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} [I_{dq0}] = [C]([D][I_{dq0}] + [U_{dq0}])$$

Diferencijalna jednačina koju je potrebno rešiti

Početni uslovi pre kratkog spoja



- Da bi se rešio matematički model generatora, mora biti poznat radni režim koji je postojao neposredno pre kvara.
- Taj režim se određuje iz poznatih veličina kao što su aktivna snaga P , reaktivna snaga Q , napon U i faktor snage, odnosno iz rezultata proračuna tokova snaga.
- Na osnovu vektorskog dijagrama generatora određuju se ugao rotora δ , fazni pomeraj struje i početne komponente statorske struje I_d i I_q .
- U ustaljenom simetričnom režimu struje u prigušnim namotajima su jednake nuli, kao i nulta komponenta napona i struje.
- Tek nakon definisanja tih početnih vrednosti može da započne numeričko rešavanje prelaznog procesa kratkog spoja.

$$P, Q, U \Rightarrow \delta, I_d, I_q, I_f$$

radni režim pre kvara \Rightarrow početni uslovi modela

$$\delta = \arctg \frac{PX_q - QR}{U^2 + PR + QX_q}$$

$$\alpha = \arctg \frac{-Q}{P}$$

$$U_d = U \cos(90^\circ + \delta)$$

$$U_q = U \sin(90^\circ + \delta)$$

$$i_{ds} = I \cos(90^\circ + \delta - \alpha)$$

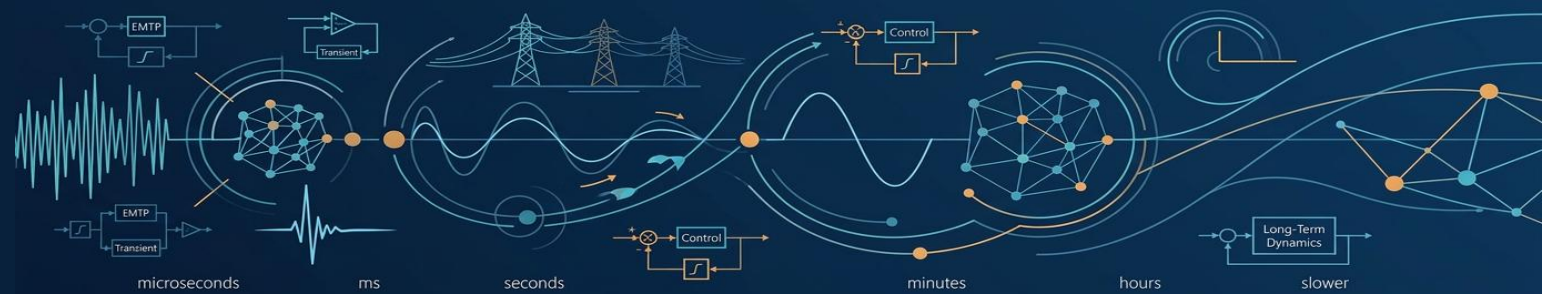
$$i_{qs} = I \sin(90^\circ + \delta - \alpha)$$

$$\dot{i}_{fs} = \frac{U_q + RI_q + X_d I_d}{M_d \omega_s}$$

Važno:

Struja kratkog spoja ne zavisi samo od parametara generatora, već i od toga u kakvom se režimu generator nalazio neposredno pre kvara.

Pseudokod



Algoritam je organizovan u logičke celine: od definisanja ulaznih podataka i početnih uslova, preko numeričkog rešavanja modela, do izračunavanja faznih struja i karakterističnih veličina kratkog spoja.

ulaz.m

Parametri generatora, vremenske konstante, radni režim pre kvara, izvedeni parametri modela.



pocetni_uslovi.m

Određivanje početnih vrednosti u d - q sistemu i formiranje početnog vektora stanja.



model_kratkog_spoja.m

Zadavanje uslova trofaznog kratkog spoja i formiranje sistema diferencijalnih jednačina generatora.



solver_ode23.m

Numeričko rešavanje sistema i dobijanje struja $i_d(t)$ i $i_q(t)$.



transformacija_abc.m

Inverzne transformacije i dobijanje faznih struja $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$.



postprocesing.m

Izračunavanje udarne struje, toplotnog impulsa i termičke struje kvara.

Hvala na pažnji!

