

## MEHANIČKI PRORAČUN UŽASTIH SABIRNICA

M. Đurić\*, Ž. Đurišić, Elektrotehnički fakultet, Beograd

**Sadržaj** – U radu je izveden opšti model za proračun užastih sabirnica sa proizvoljnim brojem separata, odnosno vertikalnih koncentrisanih sila koje potiču od elemenata koji su povezani na sabirnice. Osnovna pretpostavka na kojoj se bazira izvedeni model je da se uže sabirnice može segmentirati sa određenim brojem zglobno povezanih pravolinijskih segmenata. Model je prvenstveno namenjen računarskoj primeni i u radu je dat u opštem obliku koji se može relativno lako prevesti u neki od programskih paketa. Računarska primena omogućava proširanje modela i na proračun nadzemnih vodova, gde omogućava kompleksniju analizu uticaja dodatnog tereta na mehaničke karakteristike voda.

**Ključne reči:** užaste sabirnice, koncentrisano opterećenje, mehaničko naprezanje, ugib

### 1. Uvod

Užaste sabirnice se najčešće sreću u razvodnim postrojenjima koja su izvedena na otvorenom prostoru. Najčešće su izvedene, kao i nadzemni vodovi, kombinovanim Al-Fe užadima odgovarajućeg poprečnog preseka sa jednim ili više provodnika po fazi. S obzirom da se iz ekonomskih razloga teži da razvodno postrojenje bude izvedeno na što manjoj površini to problem zadovoljenja sigurnosnih rastojanja u postrojenju postaje izrazitiji i zahteva precizne proračune pre svega ugiba sabirnica i ostalih užastih provodnika u postrojenju. Pored toga, zbog značaja sabirnica kao elementa razvodnih postrojenja i havarijskih posledica pri njihovom eventualnom kidanju, mora se utvrditi nivo njihove mehaničke sigurnosti, odnosno, moraju se sprovesti precizne analize mehaničkog naprezanja u sabirničkim

provodnicima pri različitim uslovima njihove eksploatacije.

U odnosu na nadzemne vodove, užaste sabirnice imaju niz specifičnosti u pogledu kako mehaničkog tako i strujnog opterećenja. U skladu sa tim, klasična teorija lančanica, na kojoj se bazira mehanički proračun nadzemnih vodova, postaje u matematičkom pogledu glomazna i praktično neprihvatljiva. Iz tog razloga se javlja potreba za dodatnim polaznim pretpostavkama koje bi analizu mehaničkog naprezanja užastih sabirnica učinile praktično prihvatljivom sa zadovoljavajućom tačnošću proračuna.

### 2. Modelovanje elemenata sabirničkog sistema

Specifičnost mehaničkog proračuna užastih sabirnica nameće potrebu posebnog modelovanja njenih elemenata. U ovoj analizi dati su modeli izolatora i užeta sabirnice, dok se stubovi koji nose sabirnice tretiraju kao kruti elementi.

#### 2.1 Modelovanje izolatora

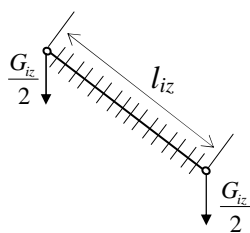
Za razliku od nadzemnih vodova gde se pri mehaničkom proračunu zatezni izolatorski lanci uglavnom tretiraju kao sastavni deo lančanice, u mehaničkom proračunu užastih sabirnica potrebno je posebno tretirati izolatore iz dva razloga. Prvi razlog leži u činjenici da je raspon između stubova koji nose sabirnički sistem relativno mali, odnosno on je najčešće uporediv sa dužinom izolatorskih lanaca. Drugi razlog je posledica velike razlike u podužnim težinama izolatora i sabirničkog užeta naročito kada se uzme u obzir da su kod sabirnica izolatori najčešće mehanički ojačani, odnosno udvojeni.

U ovom radu sabirnički izolator se modeluje krutim štapom dužine  $l_{iz}$ , koji je zglobno vezan za stub odnosno

---

\* Prof. dr Milenko Đurić, Elektrotehnički fakultet, Bul. kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd

uže sabirnice. Težina izolatora ( $G_{iz}$ ) se uvažava sa dve skoncentrisane sile, kao na slici 1.

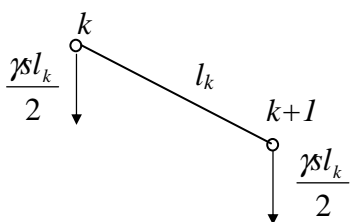


Slika 1. Model sabirničkog izolatora

Model izolatora koji je prikazan na slici 1 je sasvim korektan za krute štapne izolatore, dok se dugački izolatorski lanci mogu modelovati sa više međusobno zglobno vezanih segmenata.

### 2.2 Modelovanje užeta sabirnice

Sabirničko uže se u ovoj analizi modeluje sa  $n$  pravolinijskih štapova (segmenata) međusobno zglobno povezanih. Štapovi su kruti na savijanje a elastični na izduženje, što omogućava da se težina svakog segmenta užeta zameni sa dve jednake skoncentrisane sile koje deluju na krajevima odgovarajućeg segmenta, kao na slici 2.



Slika 2 Model k-tog segmenta užeta sabirnice

Oznake na slici 2 imaju sledeće značenje:

- $l_k$  - dužina  $k$ -tog segmenta užeta,
- $\gamma$  - podužna specifična težina užeta,
- $s$  - specifična težina provodnika

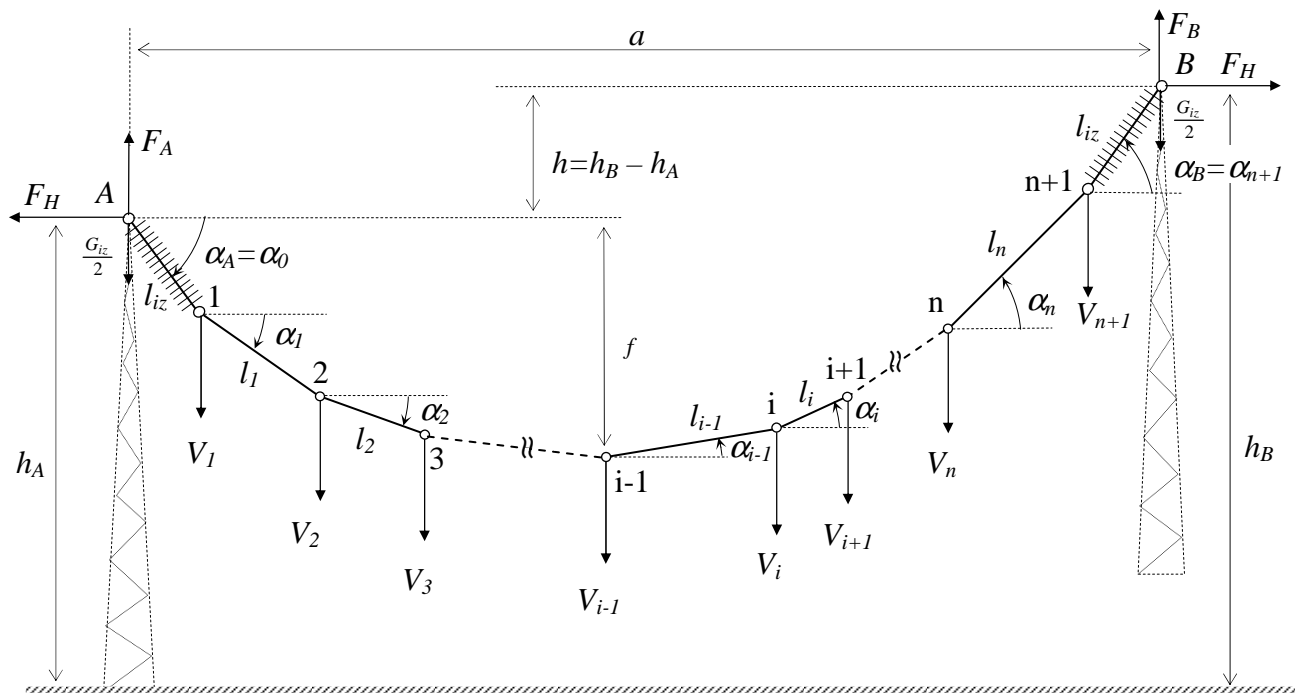
### 2.3 Modelovanje opterećenja sabirnice

Opterećenje sabirnica u razvodnim postrojenjima na otvorenom prostoru je u najopštijem slučaju kompleksno i predstavlja kombinaciju koncentrisanih i kontinualnih tereta. Kontinualna opterećenja, pored težine užeta, mogu biti posledica hvatanja leda na elemente sabirnice i pritiska vetra. U slučaju postojanja leda u modelu užeta sabirnice treba specifičnu težinu užeta sabirnice ( $\gamma$ ) uvećati za odgovarajuću dodatnu specifičnu težinu usled leda ( $\gamma_L$ ). Hvatanje leda na zatezne izolatore se takođe može uvažiti kroz odgovarajuće korigovanje težina izolatora. Uticaj vetra u ovom radu neće biti analiziran.

Koncentrisane sile kod sabirnica su posledica vezivanja elemenata razvodnog postrojenja za uže sabirnice, čime se sabirnica opterećuje u tački vezivanja elemenata težinom povezanih provodnika. U ovoj analizi koncentrisana opterećenja se posmatraju kao vertikalne sile ( $G_i$ ) koje deluju u ravni užeta sabirnice. Napadne tačke ovih sila su na krajevima odgovarajućih segmenata provodnika.

### 3. Opšti model za mehanički proračun užastih sabirnica

Na osnovu modela pojedinih elemenata sabirnice, kao i pretpostavki o silama koje opterećuju sabirnički provodnik, može se dati uopšten prikaz sabirnice sa odgovarajućim opterećenjima (slika 3) na osnovu kojeg se može izvesti matematički model za mehanički proračun sabirnica.



Slika 3 Sabirnica opterećena proizvoljnim sistemom vertikalnih sila



osnovu rasporeda opreme koja se povezuje na sabirnice. Dužina raspona ( $a$ ) se podeli na  $n$  segmenata i usvoje se dužine tih segmenata, pri čemu, da bi sistem (7) imao rešenje, mora biti zadovoljena relacija:

$$\sum_{i=1}^n l_i > \sqrt{a^2 + h^2} - 2 \cdot l_{iz} \quad (8)$$

Na osnovu usvojenih dužina segmenata, shodno usvojenim modelima elemenata i uvažavajući veličine spoljašnjih sila koje potiču od opreme mogu se definisati i sve vertikalne sile koje figurišu u modelu (7), čime se stižu uslovi za njegovo rešavanje.

Za usvojeni set ulaznih promenljivih rešavanjem sistema nelinearnih jednačina (7) dobijaju se deklarirane nepoznate, a zatim se mogu izračunati sile  $F_i$  u svim segmentima provodnika i izolatorima prema izrazu (5).

Naprezanja u pojedinim segmentima provodnika ( $\sigma_i$ ) mogu se odrediti prema relaciji:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{s} = \frac{F_H \sqrt{1 + tg^2 \alpha_i}}{s} \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (9)$$

#### 4. Jednačina stanja provodnika užaste sabirnice

Pri projektovanju sabirnica podrazumeva se da maksimalno naprezanje koje se javlja u provodniku treba da bude pri svim normalno mogućim uslovima eksploatacije manje od normalno dozvoljenog naprezanja za određeni provodnik ( $\sigma_{nd}$ ). Formalno matematički se to može iskazati relacijom (10).

$$\max\{\sigma_i, (i=1,2,\dots,n)\} = \max\{F_i/s\} \leq \sigma_{nd} \quad (10)$$

Optimalno projektovanje sabirnica podrazumeva zadovoljenje izraza (10) a da se pri tom ima što je moguće manji ugib provodnika  $f$ . Da bi ugib bio minimalan, potrebno je obezbediti da bude zadovoljena

jednakost u relaciji (10) pri najkritičnijim normalno mogućim uslovima u pogledu mehaničkog opterećenja. Dakle, potrebno je definisati jednačinu stanja sabirnice na osnovu koje bi se projektovala sabirnica pri bilo kojim uslovima (temperaturi) a da pri tom bude optimalno zadovoljena relacije (10) u celokupnom normalno mogućem opsegu promene stanja provodnika.

Da bi se moglo računati naprezanje u segmentima provodnika pri različitim uslovima mehaničkog opterećenja sabirnice i različitim temperaturama, potrebno je u jednačini (7) uvažiti izduženja segmenata provodnika zbog promene naprezanja i temperature. Uz pretpostavku da su deformacije elastične može se za svaki segment sabirnice napisati sledeća relacija:

$$l_i = l_{i0} \left[ 1 + (t - t_0)\alpha + \frac{F_H \sqrt{1 + tg^2 \alpha_i} - F_{i0}}{sE} \right], \quad (11)$$

gde su:

$\alpha$  - koeficijent temperaturnog širenja provodnika,

$E$  - modul elastičnosti provodnika,

$t_0$  - referentna temperatura,

$l_{i0}$  - referentna dužina i-tog segmenta provodnika,

$F_{i0}$  - sila u i-tom segmentu provodnika pri referentnim uslovima.

Zamenom relacija (11) u sistem jednačina (7) dobija se sistem jednačina (12) koji predstavlja jednačinu stanja užaste sabirnice.

Sve veličine u izrazu (12) koje u indeksu imaju oznaku "0" se odnose na referentne uslove. Analizirano stanje provodnika definisano je sa temperaturom  $t$  i odgovarajućim silama  $V_i$  ( $i=1, 2, \dots, n+1$ ). Dakle, u sistemu (12) poznate veličine su:  $a, h, l_{iz}, l_{i0}, \alpha_{i0}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ),  $F_{H0}$  i  $V_i$  ( $i=1, 2, \dots, n+1$ ). Nepoznate veličine su:  $\alpha_A, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_B$  i  $F_H$ .

Jednačina stanja definisana sistemom jednačina (12) je opšteg karaktera tj. omogućava analizu stanja sabirnice pri različitim temperaturama ali i različitim

$$\begin{aligned} a &= l_{iz} (\cos \alpha_A + \cos \alpha_B) + \sum_{i=1}^n l_{i0} \left[ 1 + (t - t_0)\alpha + \frac{F_H \sqrt{1 + tg^2 \alpha_i} - F_{H0} \sqrt{1 + tg^2 \alpha_{i0}}}{sE} \right] \cos \alpha_i \\ h &= l_{iz} (\sin \alpha_A + \sin \alpha_B) + \sum_{i=1}^n l_{i0} \left[ 1 + (t - t_0)\alpha + \frac{F_H \sqrt{1 + tg^2 \alpha_i} - F_{H0} \sqrt{1 + tg^2 \alpha_{i0}}}{sE} \right] \sin \alpha_i \\ \left. \begin{aligned} tg \alpha_1 &= \frac{V_1}{F_H} + tg \alpha_A \\ tg \alpha_2 &= \frac{V_2}{F_H} + tg \alpha_1 \\ \dots \\ tg \alpha_i &= \frac{V_i}{F_H} + tg \alpha_{i-1} \\ \dots \\ tg \alpha_B &= \frac{V_{n+1}}{F_H} + tg \alpha_n \end{aligned} \right\} (n+1) \text{ jednačina} \end{aligned} \quad (12)$$

koncentrisanim opterećenjima  $V_i$ . Pri svim analizama komponente koncentrisanih sila koje potiču od težine provodnika i kontinualnog dodatnog opterećenja se računaju u odnosu na odgovarajuće referentne dužine segmenata provodnika ( $l_{i0}$ ).

### 5. Određivanje referentnih uslova za jednačinu stanja sabirnice

Referentne uslove treba odabrati tako da se pri njima ima maksimalno naprezanje u provodniku. Prema važećim propisima maksimalno naprezanje (za pretpostavljeni sistem spoljašnjih koncentrisanih sila) se može javiti na temperaturi  $t=-20^{\circ}C$  bez dodatnog opterećenja usled leda ili na  $t=-5^{\circ}C$  sa dodatnim opterećenjem usled leda. S obzirom da su rasponi sabirnica relativno kratki, maksimalno naprezanje će se najverovatnije javiti pri  $t=-20^{\circ}C$ . Iz tog razloga, pri određivanju referentnih veličina za jednačinu stanja (12), projektant treba da pretpostavi da se maksimalno naprezanje u provodniku sabirnice javlja pri  $t=t_0=-20^{\circ}C$ , bez dodatnog opterećenja usled leda.

Za pretpostavljeno stanje sabirnice, potrebno je rešiti sistem jednačina (7) tako da bude zadovoljena jednakost u relaciji (10). Rešavanje sistema se vrši iterativno tako da se pri svakoj novoj iteraciji direktno menja (koriguje) prethodno usvojeni set dužina pojedinih segmenata provodnika a indirektno i set vertikalnih sila  $V_i$  zbog promene težina odgovarajućih segmenata, a shodno relaciji (1). Početne dužine segmenata se usvajaju na način koji je opisan u odeljku 3 u komentaru relacije (7). U iterativnom postupku, promene dužina segmenata treba vršiti proporcionalno prvobitno usvojenim, tako da bude očuvana veza segmentiranja sa rasporedom opreme koja se povezuje na sabirnice.

Kada se u iterativnom postupku rešavanja sistema (7) odredi set ulaznih promenljivih koji zadovoljava jednakost u relaciji (10), taj set se usvoji kao set referentnih veličina za jednačinu stanja provodnika (12). Da bi se proverila korektnost usvojenog referentnog stanja, potrebno je proveriti naprezanje u segmentima sabirnice pri temperaturi  $t=-5^{\circ}C$  sa dodatnim opterećenjem usled leda. Dodatno opterećenje se u jednačini stanja uvažava kroz koncentrisane sila  $V_i$ , koje se, za navedeno stanje, računaju prema relaciji (13).

$$V_{1L} = G_1 + \frac{G_{iz}^L}{2} + (\gamma + \gamma_L)s \frac{l_{10}}{2}$$

$$V_{iL} = G_i + (\gamma + \gamma_L)s \left[ \frac{l_{(i-1)0} + l_{i0}}{2} \right], \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

$$V_{(n+1)L} = G_{n+1} + \frac{G_{iz}^L}{2} + (\gamma + \gamma_L)s \frac{l_{n0}}{2}$$

gde su:

$G_{iz}^L$  - težina izolatora sa ledom,

$\gamma_L$  - dodatna specifična težina provodnika usled leda.

Ukoliko postoji mogućnost da se led hvata i na priključne provodnike, potrebno je u jednačinama (13) uvećati i koncentrisane sile  $G_i$  ( $i=1, 2, \dots, n+1$ ) za odgovarajuće težine leda.

Rešavanjem sistema (12), za pretpostavljene referentne uslove i pretpostavljene ulazne promenljive (13), mogu se, shodno relaciji (9), odrediti naprezanja u svim segmentima provodnika u uslovima leda ( $\sigma_{iL}$ ). Ukoliko je  $\max\{\sigma_{iL}\} \leq \sigma_{nd}$ , onda su referentni uslovi dobro izabrani. Ako je  $\max\{\sigma_{iL}\} > \sigma_{nd}$ , onda treba usvojiti referentne uslove koji odgovaraju uslovima leda, odnosno temperaturi  $t=t_0=-5^{\circ}C$  i opterećenju prema izrazu (13) i na osnovu njih ponovo rešiti sistem (7), odnosno definisati nove referentne veličine za jednačinu stanja (12).

### 6. Rešavanje jednačine stanja sabirnice

Definisanjem jednačine stanja sabirnice, mehanički proračun sabirnice se formalno matematički svodi na rešavanje nelinearnog sistema algebarskih jednačina (12). Rešavanje ovog sistema jednačina može se vršiti nekom od numeričkih metoda (npr. Njutnovom metodom). Da bi se započeo iterativni postupak potrebno je definisati (pretpostaviti) početne vrednosti za promenljive stanja:  $\alpha_A, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_B$  i  $F_H$ . U relacijama koje slede početne vrednosti za promenljive će imati u superskriptu oznaku "0".

Kod realnih užastih sabirnica sila zatezanja sabirničkog užeta je relativno velika i po pravilu za nekoliko redova veličina veća od vertikalnih koncentrisanih sila, pa je kod malih raspona, kakvi se uglavnom imaju kod sabirnica, odstupanje užeta od spojnice tačaka vešanja relativno malo. Imajući to u vidu može se za početne vrednosti uglova pri rešavanju jednačine stanja usvojiti:

$$\alpha_A^0 = \alpha_1^0 = \dots = \alpha_n^0 = \alpha_B^0 = \arctg \frac{h}{a} \approx 0. \quad (14)$$

Na osnovu prethodne konstatacije može se usvojiti i početna vrednost za horizontalnu komponentu sile zatezanja sabirničkog užeta:

$$F_H^0 = \sigma_{nd} \cdot s. \quad (15)$$

Treba napomenuti da se na sličan način mogu izabrati početne vrednosti za promenljive pri određivanju referentnih veličina za sistem jednačina (12), tj. pri rešavanju sistema jednačina (7).

Izbor (pogađanje) početnih vrednosti za promenljive stanja se može, prema iskustvu projektanta, uskladiti sa konkretnim stanjem koji se analizira i može biti tačnije u odnosu na relacije (14) i (15) ali za praktične proračune, relacije (14) i (15) obezbeđuju stabilnu i brzu konvergenciju iterativnog postupka i za velike zahtevane tačnosti proračuna.

Rešavanjem jednačine stanja dobijaju se deklarirane promenljive za pretpostavljeno stanje sabirnice. Na osnovu dobijenih podataka mogu se, shodno relacijama

(9) i (5), odrediti naprezanja u svim segmentima provodnika, kao i sile u izolatorskim lancima. Takođe se mogu odrediti aksijalne i transvezalne sile kojim sabirnica opterećuje stubove na koje je povezana. Od posebnog interesa je određivanje veličine maksimalnog ugiba sabirnice, za koji se može, na osnovu dobijenih promenljivih i slike 3, napisati relacija (16).

$$f = \frac{1}{2} \left[ l_{iz} (\sin|\alpha_A| + \sin|\alpha_B|) + \sum_{i=1}^n l_i \sin|\alpha_i| - h \right] \quad (16)$$

Relacija (16) definiše maksimalni ugib sabirnice  $f$  kao maksimalno odstupanje provodnika od niže tačke vešanja, kao na slici 3.

## 7. Primer mehaničkog proračuna užaste sabirnice

Radi ilustracije modela koji je definisan u ovom radu izvršen je mehanički proračun jednog pretpostavljenog sabirničkog sistema, čiji je raspon  $a=70m$ ,  $h=0m$ .

Parametri elemenata sabirnice su:

**Provodnik:** Uže Al-Fe 490/65 čiji su podaci:  
 $\gamma = 3.304 \cdot 10^{-3} daN / m \cdot mm^2$ ;  
 $s = 553.9mm^2$ ;  
 $\gamma_r = \gamma + \gamma_{nd} = 6.18 \cdot 10^{-3} daN / m \cdot mm^2$ ;  
 $\alpha = 1.93 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ C^{-1}$ ;  
 $E = 7000 daN / mm^2$ ;  
 $\sigma_{nd} = 10 daN / mm^2$ .

U proračunu je usvojeno maksimalno radno naprzanje sabirnice  $\sigma_{max rad} = 7 daN / mm^2$ .

**Izolatori:** Standardni udvojeni kapasti izolatorski lanci dužine  $l_{iz}=2m$  i težine  $G_{iz}=2 \times 400N$ .

Opterećenja koja su posledica vezivanja opreme za sabirnice u ovom primeru su modelovana sa četiri koncentrisane sile, čiji su intenziteti:  $F_1=500N$ ,  $F_2=800N$ ,  $F_3=700N$  i  $F_4=700N$ . Napadne tačke sile su definisane horizontalnim rastojanjem od leve tačke vešanja (slika 5). Za pretpostavljeni sistem sila usvojene su koordinate:  $x_1=20m$ ,  $x_2=42m$ ,  $x_3=50m$  i  $x_4=60m$ , respektivno.

Pretpostavljeno referentno stanje je  $t=-20^\circ C$  bez dodatnog opterećenja usled leda. Iterativnim rešavanjem sistema jednačina (7) (uz pomoć računara) za pretpostavljene parametre sabirnice i pretpostavljeno referentno stanje, uz uslov zadovoljenja jednakosti u izrazu (10), dobijene su veličine pretpostavljenog referentnog stanja. Rezultati proračuna za karakteristična stanja sabirnice prikazani su u tabeli 1.

$t[^\circ C]$	$F_H [daN]$	$\sigma_{max} [\frac{daN}{mm^2}]$	$f [m]$	$\alpha_A [^\circ]$	$\alpha_B [^\circ]$
-20	3858	7	1.076	-2.94	4.04
-5+led	3426	6.20	1.218	-3.49	4.72
20	2877	5.21	1.444	-3.95	5.41
70	2218	4.03	1.875	-5.12	7.01

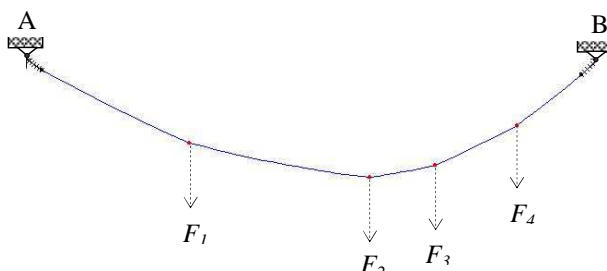
Tabela 1 Rezultati mehaničkog proračuna sabirnice pri nekim karakterističnim stanjima

Na osnovu rezultata proračuna može se zaključiti da je pretpostavljeno referentno stanje za analiziranu sabirnicu korektno jer je:  $\sigma_{max(t=-20^\circ C)} \equiv \sigma_{max rad} > \sigma_{max}^L$ .

Pri proračunu sabirnice u uslovima leda, usvojeno je  $G_{iz}^L = 1000N$ , dok je za koncentrisane sile pretpostavljeno da se ne menjaju sa promenom stanja.

Treba napomenuti da je segmentiranje provodnika u proračunu vršeno programski sa segmentima dužine  $1m$ .

Na slici 5 prikazan je izgled analizirane sabirnice. Sa slike se može uočiti da se maksimalni ugib javlja na mest dejstava sile  $F_2$ .



Slika 5 Izgled užeta sabirnice koja je opterećena sistemom od četiri koncentrisane sile

## 8. Zaključak

Model koji je izveden u ovom radu omogućava kompleksnu analizu mahaničkih karakteristika sabirnice u uslovima opterećenja sa poroizvoljnim sistemom koncentrisanih i kontinualnih tereta koji deluju u vertikalnoj ravni. Model je prvenstveno namenjen računarskoj primeni i njegova forema omogućava da se relativno jednostavnim programiranjem formira softver za mehanički proračun sabirnica.

Princip segmentiranja provodnika, na kojem se bazira izvedeni model, nije praktično ograničen, pa se u računarskoj primeni može segmentiranje vršiti sa veoma kratkim segmentima. Takvim pristupom se proračun praktično poistovećuje sa teorijom lančanica, pa se izvedeni model može primeniti i u proračunu nadzemnih vodova, gde omogućava kompleksniju analizu od klasičnog proračuna.

Nedostatak modela je što u izvedenoj formi ne omogućava analizu uticaja bočnih opterećenja (vetar, horizontalne komponente koncentrisanih sila) na mehanički proračun sabirnice. Međutim, princip segmentiranja provodnika omogućava da se model proširi na praktično proizvoljan sistem prostornih opterećenja sabirnice.

## Literatura

- [1] G. Dotlić "Elektroenergetika kroz standarde, zakone, pravilnike i tehničke preporuke", SMEITS, 1998.