

Zadatak 18.

Tri termoagregata napajaju zajedničko opterećenje. Njihovi troškovi goriva pri pojedinim snagama agregata date su u tabeli.

| | | | | | |
|--------------|----|-----|-----|-----|-----|
| P_n [MW] | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| C_1 [NJ/h] | 65 | 120 | 181 | 236 | 332 |
| C_2 [NJ/h] | 58 | 114 | 178 | 237 | 315 |
| C_3 [NJ/h] | 74 | 118 | 171 | 243 | 320 |

Odrediti optimalnu raspodelu opterećenja između agregata za nivoe potrošnje 160 MW i 220 MW, primenom metode dinamičkog programiranja. Maksimalne snage sva tri agregata su $P_M=100$ MW, a minimalne $P_m=20$ MW.

Napomena: Pretpostaviti da u pogonu moraju biti sva tri agregata.

Rešenje:

Kod osnovnih primena Dinamičkog programiranja u EES-u obično se podrazumeva da je kriterijumska funkcija separabilnog tipa. Tipičan problem može se definisati sledećim jednačinama:

$$\min \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$$
$$\text{p.o. } \sum_{j=1}^n x_j = A, \quad x_j \geq 0$$

A je količina resursa koja treba da se podeli na n aktivnosti, pri čemu j -toj aktivnosti treba dodeliti količinu resursa x_j . Optimizacija problema se može rešiti rekurentnom relacijom:

$$h_k(X) = \min \{h_{k-1}(X - x_k) + f_k(x_k)\}, \quad k = 1, \dots, n,$$

,gde je X promenljiva količina resursa, a $h_k(X)$ optimalna vrednost kriterijumske funkcije nakon k aktivnosti za upotrebljenu količinu resursa X .

Rekurzivna relacija se može dalje razviti:

$$k = 1 \rightarrow h_1(X) = f_1(x_1), \quad x_1 = X, \quad X \leq A$$

$$k = 2 \rightarrow h_2(X) = \min \{h_1(X - x_2) + f_2(x_2)\}$$

Npr. za diskretne promenljive $x_2 = [0, 1, \dots, X]$ važi:

$$h_2(X) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(X) + f_2(0) \\ h_1(X-1) + f_2(1) \\ \vdots \\ h_1(0) + f_2(X) \end{array} \right\} \dots$$

Razmatrani problem u zadatku 18. može se formulisati na sledeći način:

$$\min \sum_{j=1}^3 f_j(P_j) = f_1(P_1) + f_2(P_2) + f_3(P_3)$$

$$\sum_{j=1}^3 P_j = P_1 + P_2 + P_3 = P_p$$

$$P_j^{\min} \leq P_j \leq P_j^{\max}$$

Aktivnost 1 (k=1): raspodela snage na 1. agregat

Aktivnost 2 (k=2): raspodela snage na 1. i 2. agregat

Aktivnost 3 (k=3): raspodela snage na sva 3 agregata

Za raspodelu resursa za prvi agregat:

$$k = 1 \rightarrow h_1(X) = f_1(x_1), \quad X = [20, 40, 60, 80, 100]$$

| P_1 [MW] | h_1 [NJ/h] | P_2 [MW] | h_2 [NJ/h] | P_3 [MW] | h_3 [NJ/h] |
|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|
| 20 | 65 | | | | |
| 40 | 120 | | | | |
| 60 | 181 | | | | |
| 80 | 236 | | | | |
| 100 | 332 | | | | |

Za raspodelu resursa za prvi i drugi agregat:

$$k = 2, \quad X = [40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200], \quad x_2 = [20, 40, 60, 80, 100]$$

$$h_2(40) = h_1(20) + f_2(20) = 65 + 58 = 123$$

$$h_2(60) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(40) + f_2(20) = 120 + 58 = \mathbf{178} \\ h_1(20) + f_2(40) = 65 + 114 = 179 \end{array} \right\} = 178$$

$$h_2(80) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(60) + f_2(20) = 181 + 58 = 239 \\ h_1(40) + f_2(40) = 120 + 114 = \mathbf{234} \\ h_1(20) + f_2(60) = 65 + 178 = 243 \end{array} \right\} = 234$$

$$h_2(100) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(80) + f_2(20) = 236 + 58 = \mathbf{294} \\ h_1(60) + f_2(40) = 181 + 114 = 295 \\ h_1(40) + f_2(60) = 120 + 178 = 298 \\ h_1(20) + f_2(80) = 65 + 237 = 302 \end{array} \right\} = 294$$

$$h_2(120) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(100) + f_2(20) = 332 + 58 = 390 \\ h_1(80) + f_2(40) = 236 + 114 = \mathbf{350} \\ h_1(60) + f_2(60) = 181 + 178 = 359 \\ h_1(40) + f_2(80) = 120 + 237 = 357 \\ h_1(20) + f_2(100) = 65 + 315 = 380 \end{array} \right\} = 350$$

$$h_2(140) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(100) + f_2(40) = 332 + 114 = 446 \\ h_1(80) + f_2(60) = 236 + 178 = \mathbf{414} \\ h_1(60) + f_2(80) = 181 + 237 = 418 \\ h_1(40) + f_2(100) = 120 + 315 = 435 \end{array} \right\} = 414$$

$$h_2(160) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(100) + f_2(60) = 332 + 178 = 510 \\ h_1(80) + f_2(80) = 236 + 237 = \mathbf{473} \\ h_1(60) + f_2(100) = 181 + 315 = 496 \end{array} \right\} = 473$$

$$h_2(180) = \min \left\{ \begin{array}{l} h_1(100) + f_2(80) = 332 + 237 = 569 \\ h_1(80) + f_2(100) = 236 + 315 = \mathbf{551} \end{array} \right\} = 551$$

$$h_2(200) = h_1(100) + f_2(100) = 332 + 315 = 647$$

| P_P [MW] | P_l [MW] | h_l [NJ/h] | P_2 [MW] | h_2 [NJ/h] | P_3 [MW] | h_3 [NJ/h] |
|------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|
| 20 | 20 | 65 | | | | |
| 40 | 40 | 120 | 20 | 123 | | |
| 60 | 60 | 181 | 20 | 178 | | |
| 80 | 80 | 236 | 40 | 234 | | |
| 100 | 100 | 332 | 20 | 294 | | |
| 120 | | | 40 | 350 | | |
| 140 | | | 60 | 414 | | |
| 160 | | | 80 | 473 | | |
| 180 | | | 100 | 551 | | |
| 200 | | | 100 | 647 | | |

Za raspodelu resursa za prvi, drugi i treći agregat:

$$k = 3, \quad X = [60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300], \quad x_3 = [20, 40, 60, 80, 100]$$

$$h_3(60) = h_2(40) + f_3(20) = 123 + 74 = 197$$

$$\begin{aligned}
h_3(80) &= \min \left\{ \begin{array}{l} h_2(60) + f_3(20) = 178 + 74 = \mathbf{252} \\ h_2(40) + f_3(40) = 178 + 118 = 296 \end{array} \right\} = 252 \\
&\quad \vdots \\
h_3(160) &= \min \left\{ \begin{array}{l} h_2(140) + f_3(20) = 414 + 74 = 488 \\ h_2(120) + f_3(40) = 350 + 118 = 468 \\ h_2(100) + f_3(60) = 294 + 171 = \mathbf{465} \\ h_2(80) + f_3(80) = 234 + 243 = 477 \\ h_2(60) + f_3(100) = 178 + 320 = 498 \end{array} \right\} = 465 \\
&\quad \vdots \\
h_3(220) &= \min \left\{ \begin{array}{l} h_2(200) + f_3(20) = 647 + 74 = 721 \\ h_2(180) + f_3(40) = 551 + 118 = 669 \\ h_2(160) + f_3(60) = 473 + 171 = \mathbf{644} \\ h_2(140) + f_3(80) = 414 + 243 = 657 \\ h_2(120) + f_3(100) = 350 + 320 = 670 \end{array} \right\} = 644
\end{aligned}$$

Rezultati za $P_P=160$ MW i $P_P=220$ MW.

| P_P [MW] | P_I [MW] | h_I [NJ/h] | P_2 [MW] | h_2 [NJ/h] | P_3 [MW] | h_3 [NJ/h] |
|------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|
| 20 | 20 | 65 | | | | |
| 40 | 40 | 120 | 20 | 123 | | |
| 60 | 60 | 181 | 20 | 178 | 20 | 197 |
| 80 | 80 | 236 | 40 | 234 | 20 | 252 |
| 100 | 100 | 332 | 20 | 294 | | |
| 120 | | | 40 | 350 | | |
| 140 | | | 60 | 414 | | |
| 160 | | | 80 | 473 | 60 | 465 |
| 180 | | | 100 | 551 | | |
| 200 | | | 100 | 647 | | |
| 220 | | | | | 60 | 644 |

Zadatak 19.

Odrediti plan angažovanja za dijagram opterećenja dat u Tabeli 1 prema metodi prioritete liste. Obrtna rezerva iznosi 10 % od trenutnog opterećenja sistema. Zahteva se da po jedan agregat radi u svakoj od elektrana A i B. Podaci o agregatima dati su u Tabeli 2.

Tabela 1.

| | | | | | | | |
|---------------------|-------|-------|-------|------|-----|------|-------|
| t [h] | 10-14 | 14-18 | 18-22 | 22-2 | 2-6 | 6-10 | 10-14 |
| P _p [MW] | 1790 | 1500 | 1200 | 1100 | 900 | 1500 | 1790 |

Tabela 2.

| TE | Agreg. | P _{min} [MW] | P _n [MW] | F [NJ/MWh] | t _i [h] |
|----|----------------|-----------------------|---------------------|------------|--------------------|
| A | A ₁ | 220 | 440 | 9 | 50 |
| | A ₂ | 60 | 200 | 30 | 2 |
| | A ₃ | 50 | 100 | 10 | 6 |
| B | B ₁ | 60 | 200 | 32 | 2 |
| | B ₂ | 250 | 430 | 6 | 50 |
| | B ₃ | 120 | 220 | 6.5 | 10 |
| | B ₄ | 100 | 220 | 9.5 | 10 |
| C | C ₁ | 70 | 200 | 31 | 2 |
| | C ₂ | 40 | 100 | 31 | 2 |

t_i – vreme koje agregat mora biti isključen sa mreže

Napomena: Zanimariti troškove pokretanja agregata

Rešenje:

Korak 1: Formiranje prioritete liste prema srednjim troškovima.

Korak 2: Odrediti agregate koji moraju biti stalno u pogonu i njih staviti na vrh liste (A1 i B2).

Korak 3: Odrediti minimalan broj agregata za svako opterećenje tako da važi $\sum_i P_{n,i} = P_p + obrt.rezerva = 1.1P_p$.

Korak 4: Proveriti da li je ispoštovano minimalno vreme trajanja isključenja.

U narednoj tabeli data je prioriteta lista:

| Prioritet | Agregat | P_n [MW] | F [NJ/MWh] | $\sum P_p$ | t_{i_dozv} [h] | t_{i_real} [h] |
|-----------|---------|---------------|-----------------|------------|-------------------|-------------------|
| 1 | A1 | 440 | 9 | 440 | 50 | / |
| 2 | B2 | 430 | 6 | 870 | 50 | / |
| 3 | B3 | 220 | 6.5 | 1090 | 10 | / |
| 4 | B4 | 220 | 9.5 | 1310 | 10 | 4 * |
| 5 | A3 | 110 | 10 | 1420 | 6 | 8 |
| 6 | A2 | 200 | 30 | 1620 | 2 | 12 |
| 7 | C1 | 200 | 31 | 1820 | 2 | 12 |
| 8 | C2 | 100 | 31 | 1920 | 2 | 20 |
| 9 | B1 | 200 | 32 | 2120 | 2 | 20 |

Sledeća tabela ilustruje plan angažovanja agregata prema prethodno formiranoj prioriteta listi:

| t [h] | 10-14 | 14-18 | 18-22 | 22-2 | 2-6 | 6-10 | 10-14 |
|---------------|-------|-------|-------|------|----------------------|------|-------|
| P_p [MW] | 1790 | 1500 | 1200 | 1100 | 900 | 1500 | 1790 |
| $1.1P_p$ [MW] | 1969 | 1650 | 1320 | 1210 | 990 | 1650 | 1969 |
| Plan.ang. | 9 | 7 | 5 | 4 | 3 → 4 ^(*) | 7 | 9 |

(*) Ukoliko bi se agregati angažovali bez provere koraka (4), za agregat B4 ne bi bio zadovoljen kriterijum minimalnog vremena trajanja isključenja sa mreže.

Zadatak 20.

Jedan EES se napaja iz tri termoelektrane (TE) i jedne pumpno-akumulacione hidroelektrane (PAHE). Prioritetna lista raspoloživih agregata TE od kojih 3 moraju biti stalno biti u pogonu data je u Tabeli 1:

Tabela 1.

| Prioritet | Agregat | P_{max} [MW] | F [NJ/MWh] | ΣP_{max} [MW] |
|-----------|----------------|-------------------|-----------------|--------------------------|
| 1 | A ₃ | 100 | - | 100 |
| 2 | B ₄ | 100 | - | 200 |
| 3 | C ₂ | 100 | - | 300 |
| 4 | A ₃ | 200 | 10 | 500 |
| 5 | B ₄ | 200 | 17 | 700 |
| 6 | A ₁ | 200 | 20 | 900 |
| 7 | A ₂ | 400 | 22 | 1300 |
| 8 | B ₃ | 300 | 35 | 1600 |
| 9 | B ₁ | 300 | 37 | 1900 |
| 10 | C ₂ | 200 | 40 | 2100 |

PAHE je snage 400 MW sa bazenom od $W_B=2400$ MWh. Bazen je ispunjen sa 30 % i zahteva se da tako ostane na kraju posmatranog perioda. Ukupan stepan korisnog dejstva je $\eta_{PAHE}=66,67$ % pri čemu se može smatrati da se gubici javljaju samo u pumpnom režimu. Dati pregled optimalnog plana angažovanja agregata u TE kao i plan angažovanja PAHE za dnevni dijagram opterećenja dat u Tabeli 2. Izračunati uštede koje se mogu ostvariti angažovanjem PAHE.

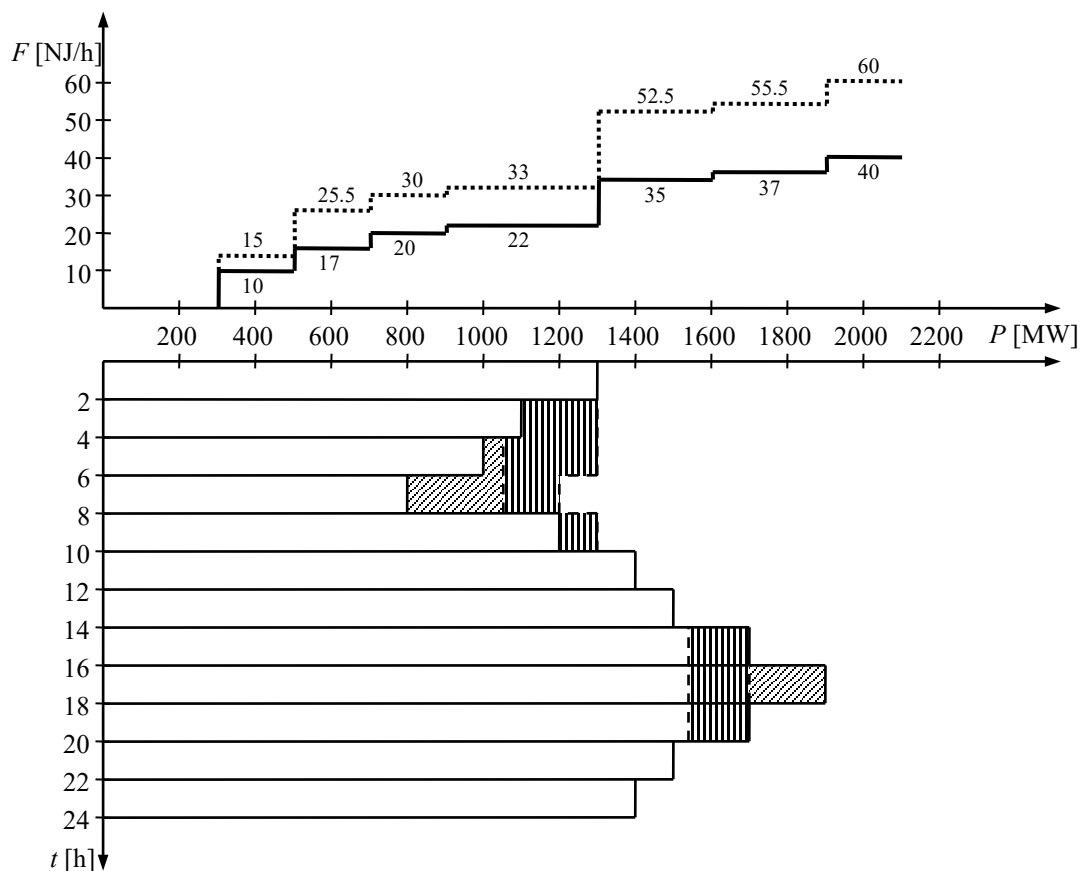
Tabela 2.

| t [h] | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 | 12-14 | 14-16 | 16-18 | 18-20 | 20-22 | 22-24 |
|------------|------|------|------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| P_p [MW] | 1300 | 1100 | 1000 | 800 | 1200 | 1400 | 1500 | 1700 | 1900 | 1700 | 1500 | 1400 |


Rešenje:

Snaga pumpanja vode u PAHE predstavlja dodatnu potrošnju u sistemu, pri čemu su ekvivalentni troškovi pumpanja vode za 50% veći od troškova dodatno angažovanih agregata TE prema prioritetoj listi (za dobijenih 100 MWh potrebno je uložiti 150 MWh na pumpanje jer je $\eta_{PAHE}=66,67$).


Dijagram raspodele troškova prema prioritetoj listi i ekvivalentnih troškova pumpanja vode od snage opterećenja, kao i vremenski dijagrama opterećenja dati su na narednoj slici.



Ekonomska opravdanost rada PAHE (RHE) ogleda se u činjenici da se voda pumpa u gornju akumulaciju (potrošački režim rada) kada je marginalna cena električne energije niska, dok se voda pušta u donju akumulaciju (generatorski režim rada) kada je marginalna cena električne energije visoka. Ukoliko je marginalni trošak u periodu vršnog opterećenja veći od ekvivalentnih troškova pumpanja vode u periodu niskih opterećenja, pumpanje vode je isplativo.

Prvi korak je da se obori pik u potrošnji (angažovanje TE) u periodu 16-18 h. 

$$P_{16-18}^{V1} = 200MW \rightarrow W_{16-18}^{V1} = 200 \cdot 2 = 400 MWh \rightarrow W_{pump,1} = \frac{W_{16-18}^{V1}}{\eta_{PAHE}} = 600 MWh$$

Potrošnju $W_{pump,1}$ potrebno je preraspodeliti u deo dijagrama potrošnje gde su troškovi najmanji (500 MWh u period 6-8 i preostalih 100 MWh u period 4-8) 

$$P_{4-6}^{pump,1} = 50MW, P_{6-8}^{pump,1} = 250MW$$

Ekonomska analiza 1

$$\text{Troškovi pumpanja 1: } C_{pump,1} = (100 \cdot 2 \cdot 20 + 150 \cdot 2 \cdot 22)_{6-8} + (50 \cdot 2 \cdot 22)_{4-6} = 12800 NJ$$

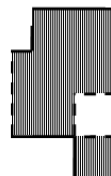
$$\text{Cena vršne potrošnje da nema PAHE: } C_{gen,1} = (200 \cdot 2 \cdot 37)_{16-18} = 14800 NJ$$

$$\text{Ušteda: } \Delta C_1 = 14800 - 12800 = 2000 \text{ NJ}$$

Naredni korak odnosi se na popunjavanje dijagrama potrošnje (pumpanje vode) u periodu 2-10h kada je marginalna cena u sistemu i dalje niska, dok će se raspoloživa energija iz akumulacije podjednako iskoristiti za napanjanje potrošnje u periodu 14-20 h. Ovde treba voditi računa da je dijagram potrošnje potrebno popuniti dokle god je marginalna cena električne energije u sistemu jednaka 22 NJ/MWh (snaga potrošnje do 1300 MW), jer će za veće snage opterećenja u sistemu ekvivalentni troškovi pumpanja vode ($\geq 52.5 \text{ NJ/MWh}$) biti veći od marginalnih troškova termoagregata u vršnim satima (35 NJ/MWh i 37 NJ/MWh). Važno je napomenuti da maksimalna snaga pumpanja vode iznosi 400 MW (zbog toga u periodu 6-8 h snaga potrošnje ne može biti veća od 1200 MW).

$$P_{2-4}^{pump,2} = 200 \text{ MW}, P_{4-6}^{pump,2} = 250 \text{ MW}, P_{6-8}^{pump,2} = 150 \text{ MW}, P_{8-10}^{pump,2} = 100 \text{ MW}$$

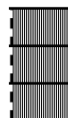
$$W_{pump,2} = 2 \cdot (P_{2-4}^{pump,2} + P_{4-6}^{pump,2} + P_{6-8}^{pump,2} + P_{8-10}^{pump,2}) = 1400 \text{ MWh}$$



Pokrivanje vršnog opterećenja:

$$W_{14-20}^{V2} = W_{pump,2} \cdot \eta_{PAHE} = 1400 \cdot 0.66 = 933.3 \text{ MWh}$$

$$P_{14-16}^{V2} = P_{16-18}^{V2} = P_{18-20}^{V2} = 933.3 / 6 = 155.5 \text{ MW}$$



Ekonomska analiza 2

Troškovi pumpanja 2:

$$C_{pump,2} = (200 \cdot 2 \cdot 22)_{2-4} + (250 \cdot 2 \cdot 22)_{4-6} + (150 \cdot 2 \cdot 22)_{6-8} + (100 \cdot 2 \cdot 22)_{8-10} = 30800 \text{ NJ}$$

Cena vršne potrošnje da nema PAHE:

$$C_{gen,2} = (100 \cdot 2 \cdot 37 + 55.5 \cdot 2 \cdot 35)_{14-16} + (100 \cdot 2 \cdot 37 + 55.5 \cdot 2 \cdot 35)_{16-18} + \\ + (100 \cdot 2 \cdot 37 + 55.5 \cdot 2 \cdot 35)_{18-20} = 33855 \text{ NJ}$$

$$\text{Ušteda: } \Delta C_2 = 33855 - 30800 = 3055 \text{ NJ}$$

$$\text{Ukupna ušteda: } \Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2 = 5055 \text{ NJ}$$

Pregled rezultata dat je u narednoj tabeli:

| t [h] | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 | 12-14 | 14-16 | 16-18 | 18-20 | 20-22 | 22-24 |
|-----------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| P_p [MW] | 1300 | 1100 | 1000 | 800 | 1200 | 1400 | 1500 | 1700 | 1900 | 1700 | 1500 | 1400 |
| P_{pump} [MW] | / | 200 | 300 | 400 | 100 | / | / | / | / | / | / | / |
| P_{gen} [MW] | / | / | / | / | / | / | / | 155.5 | 355.5 | 155.5 | / | / |
| W_{ak} [MWh] | 720 | 987 | 1387 | 1920 | 2053 | 2053 | 2053 | 1742 | 1031 | 720 | 720 | 720 |

Može se zaključiti da predloženo optimalno rešenje ne dovodi do preliva u akumulaciji.

Zadatak 21.

Posmatra se sistem sa 4 generatorske jedinice sa podacima datim u Tabeli 1. Dijagram opterećenja sistema za posmatrani period od 8 h dat je u Tabeli 2. Metodom prioritete liste odrediti ekonomičan plan angažovanja generatorskih jedinica.

Tabela 1

| Ag. | P_m [MW] | P_M [MW] | Inkr. troškovi [NJ/MWh] | Fiksni. troškovi [NJ/h] | Sred. troš. pri punom opter. [NJ/MWh] |
|-----|---------------|---------------|----------------------------|----------------------------|--|
| 1 | 25 | 80 | 20.88 | 213.0 | 23.54 |
| 2 | 60 | 250 | 18.00 | 585.62 | 20.34 |
| 3 | 75 | 300 | 17.46 | 684.74 | 19.74 |
| 4 | 20 | 60 | 23.8 | 252.0 | 28.0 |

Tabela 1 (nastavak)

| Ag. | Inic. status | Troš. startovanja | | Minimalna vremena | | |
|-----|---------------------------------|----------------------|----------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| | [h] uklj. (+) [h] isklj. (-) | iz topl. st. [NJ] | iz hlad. st. [NJ] | hlad. starta [h] | Startovanja [h] | Isključenja [h] |
| 1 | -5 | 150 | 350 | 4 | 4 | 2 |
| 2 | +8 | 170 | 400 | 5 | 5 | 3 |
| 3 | +8 | 500 | 1100 | 5 | 5 | 4 |
| 4 | -6 | 0 | 0.02 | 0 | 1 | 1 |

Tabela 2

| Period [h] | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Snaga potr. [MW] | 450 | 530 | 600 | 540 | 400 | 280 | 290 | 500 |

Rešenje:

Pri proračunu zanemariće se troškovi eventualnog startovanja jedinice iz toplog stanja, kao i minimalna vremena startovanja i gašenja agregata.

Prioritetna lista može da se formira na osnovu srednjih troškova pri maksimalnoj snazi. Vidi se da je agregat 3 najvišeg prioriteta, a zatim agregati 2 i 1 i na kraju agregat 4. Prioritetna lista data je u tabeli.

| Stanje | Status generatora | | | | Kapacitet [MW] |
|--------|-------------------|-------|-------|-------|-------------------|
| | G_1 | G_2 | G_3 | G_4 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 300 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 550 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 630 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 690 |

Pre proračuna potrebno je sagledati stanje generatora u početnom periodu. Generatori 1 i 4 su bili isključeni 5 odnosno 6 sati, a generatori 2 i 3 uključeni po 8 sati. Prema tome početno stanje je stanje 2.

U prvom satu potrošnja iznosi 450 MW, što znači da su stanja koja mogu zadovoljiti potrošnju u tom periodu 2, 3 i 4. Kad se izračunaju troškovi za sva tri stanja može se utvrditi koje od njih ima minimalne troškove i ono se odabira kao optimalno.

Troškovi se računaju prema formuli:

$$F_{\text{cost}}(K, I) = \min[P_{\text{cost}}(K, I) + S_{\text{cost}}(K-1, L : K, I) + F_{\text{cost}}(K-1, L)]$$

gde su:

$F_{\text{cost}}(K, I)$ - najmanji ukupni troškovi za stanje (K, I) ,

$P_{\text{cost}}(K, I)$ - troškovi proizvodnje za stanje (K, I) ,

$S_{\text{cost}}(K-1, L : K, I)$ - troškovi prelaza iz stanja $(K-1, I)$ u stanje (K, I) ,

$F_{\text{cost}}(K-1, I)$ - najmanji ukupni troškovi za stanje $(K-1, I)$.

K - interval, u našem zadatku $K \in (1-8)$,

I - aktuelno stanje,

L - prethodno stanje.

Prvi sat $K=1$

Početno (prethodno) stanje je $L=2$.

U prvom satu moguća su 3 stanja agregata. To su stanja 2, 3 i 4.

Stanje 2 (Rade G_2 i G_3)

Ukupni troškovi pri ovom stanju su:

$$F_{\text{cost}}(1,2) = P_{\text{cost}}(1,2) + S_{\text{cost}}(0,2 : 1,2) + F_{\text{cost}}(0,2)$$

Troškove $F_{\text{cost}}(0,2)$ nećemo uzeti u obzir jer su to troškovi angažovanja u prethodnom periodu. Oni ionako ne utiču na proces minimizacije za period od 8 sati koji se razmatra.

U prvom satu potrošnja je 450 MW. Ovu snagu delimo na agregate G_2 i G_3 . Pošto agregat G_3 ima manje inkrementalne troškove njega ćemo angažovati sa maksimalnom snagom, a G_2 sa preostalom snagom. Troškove proizvodnje $P_{\text{cost}}(1,2)$ izračunaćemo na osnovu inkrementalnih i fiktivnih troškova.

$$P_{\text{cost}}(1,2) = 150 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 = 9208 \text{ NJ}$$

Troškovi prelaza iz stanja (0,2) u stanje (1,2) su 0 jer nemamo troškove uključivanja novog agregata pa je:

$$F_{\text{cost}}(1,2) = 9208 \text{ NJ}$$

Stanje 3 (Rade G_1, G_2 i G_3)

$$F_{\text{cost}}(1,3) = P_{\text{cost}}(1,3) + S_{\text{cost}}(0,2 : 1,3) + F_{\text{cost}}(0,2)$$

U ovom slučaju snagu od 450 MW delimo na 3 agregata. Pošto je najskuplji G_1 angažujemo sa minimalnom snagom, G_3 sa maksimalnom, a G_2 sa preostalom snagom.

$$P_{\text{cost}}(1,3) = 25 \cdot 20.88 + 213 + 125 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 = 9493 \text{ NJ}$$

Troškovi prelaza jednaki su troškovima startovanja agregata G_1 iz hladnog stanja

$$S_{\text{cost}}(0,2 : 1,3) = 350 \text{ NJ}$$

Ukupni troškovi su:

$$F_{\text{cost}}(1,3) = 9493 + 350 = 9843 \text{ NJ}$$

Stanje 4 (Rade sva četiri agregata)

$$F_{\text{cost}}(1,4) = P_{\text{cost}}(1,4) + S_{\text{cost}}(0,2 : 1,4) + F_{\text{cost}}(0,2)$$

Kod ovog stanja agregate G_1 i G_4 angažujemo sa minimalnom snagom, agregat G_3 sa maksimalnom, a G_2 sa preostalom snagom.

$$P_{\text{cost}}(1,4) = 25 \cdot 20.88 + 213 + 105 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 + 20 \cdot 23.88 + 255 = 9861 \text{ NJ}$$

Kod ovog stanja uključena su dva agregata (G_1 i G_2) pa su troškovi prelaza:

$$S_{\text{cost}}(0,2 : 1,4) = 350 + 0.02 \cong 350 \text{ NJ}$$

Ukupni troškovi su:

$$F_{\text{cost}}(1,4) = 9861 + 350 = 10211 \text{ NJ}$$

Vidi se da je najekonomičnije stanje 2.

Drugi sat $K=2$

Potrošnja u ovom satu je 530 MW. U optičaju su iste tri kombinacije (stanja) kao u prethodnom satu. Broj kombinacija koje će se pretraživati mogu se redukovati pomoću promenljivih X i N . U prvom satu su pretraživane 3 kombinacije, a to će se uraditi i u ovom satu tj. $X=3$. Treba odrediti koja će se stanja razmatrati u drugom satu. Ako se odabere da je $N=2$ to znači da će se uzeti samo dva najbolja stanja iz prethodnog sata, a to su stanja 2 i 3. U tom slučaju $L=\{2,3\}$, odnosno pamte se 2 najbolja stanja (putanje) iz prethodnog sata.

Stanje 2 (Rade G_2 i G_3)

$$F_{\text{cost}}(2,2) = \min_{\{2,3\}} [P_{\text{cost}}(2,2) + S_{\text{cost}}(1, L : 2,2) + F_{\text{cost}}(1, L)]$$

$$P_{\text{cost}}(2,2) = 230 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 = 10648 \text{ NJ}$$

Za $L=2$: $S_{\text{cost}}(1,2 : 2,2) = 0 \text{ NJ}$ (ništa se ne uključuje)

$$F_{\text{cost}}(1,2) = 9208 \text{ NJ}$$

Za $L=3$: $S_{\text{cost}}(1,3 : 2,2) = 0 \text{ NJ}$ (isključuje se G_3)

$$F_{\text{cost}}(1,3) = 9843 \text{ NJ}$$

$$F_{\text{cost}}(2,2) = 10648 + \min \begin{cases} 0 + 9208 \\ 0 + 9843 \end{cases} = 19856 \text{ NJ}$$

Stanje 3 (Rade G_1, G_2 i G_3)

$$F_{\text{cost}}(2,3) = \min_{\{2,3\}} [P_{\text{cost}}(2,3) + S_{\text{cost}}(1, L : 2,3) + F_{\text{cost}}(1, L)]$$

$$P_{\text{cost}}(2,3) = 25 \cdot 20.88 + 213 + 205 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 = 10933 \text{ NJ}$$

Za $L=2$: $S_{\text{cost}}(1,2 : 2,3) = 350 \text{ NJ}$ (uključuje se G_1)

$$F_{\text{cost}}(1,2) = 9208 \text{ NJ}$$

Za $L=3$: $S_{\text{cost}}(1,3 : 2,3) = 0 \text{ NJ}$ (ništa se ne uključuje)

$$F_{\text{cost}}(1,3) = 9843 \text{ NJ}$$

$$F_{\text{cost}}(2,3) = 10933 + \min \begin{cases} 350 + 9208 \\ 0 + 9843 \end{cases} = 20491 \text{ NJ}$$

Stanje 4 (Rade sva četiri agregata)

$$F_{\text{cost}}(2,4) = \min_{\{2,3\}} [P_{\text{cost}}(2,4) + S_{\text{cost}}(1,L:2,4) + F_{\text{cost}}(1,L)]$$

$$P_{\text{cost}}(2,4) = 25 \cdot 20.88 + 213 + 185 \cdot 18 + 585.62 + 300 \cdot 17.46 + 684.74 + 20 \cdot 23.8 + 252 = 11301 \text{ NJ}$$

$$\text{Za } L=2: S_{\text{cost}}(1,2:2,4) = 350 + 0.02 \cong 350 \text{ NJ (uključuje se } G_1)$$

$$F_{\text{cost}}(1,2) = 9208 \text{ NJ}$$

$$\text{Za } L=3: S_{\text{cost}}(1,3:2,4) = 0.02 \cong 0 \text{ NJ (uključuje se } G_1)$$

$$F_{\text{cost}}(1,3) = 9843 \text{ NJ}$$

$$F_{\text{cost}}(2,4) = 11301 + \min \left\{ \begin{array}{l} 350 + 9208 \\ 0 + 9843 \end{array} \right\} = 20859 \text{ NJ}$$

Uvidom u ukupne troškove vidi se da je najoptimalnije stanje 2.

Za naredni sat zapamte se 2 najbolja stanja iz drugog sata i izračunaje se troškovi. Postupak se ponavlja dok se ne prođu svi periodi vremena. Kada se završi proračun za sva stanja, na kraju ono stanje koje ima minimalne troškove je optimalno i po toj putanji se vrati unazad da bi se odredio tačan raspored rada generatora na osnovu njihovih stanja u pojedinim periodima vremena.

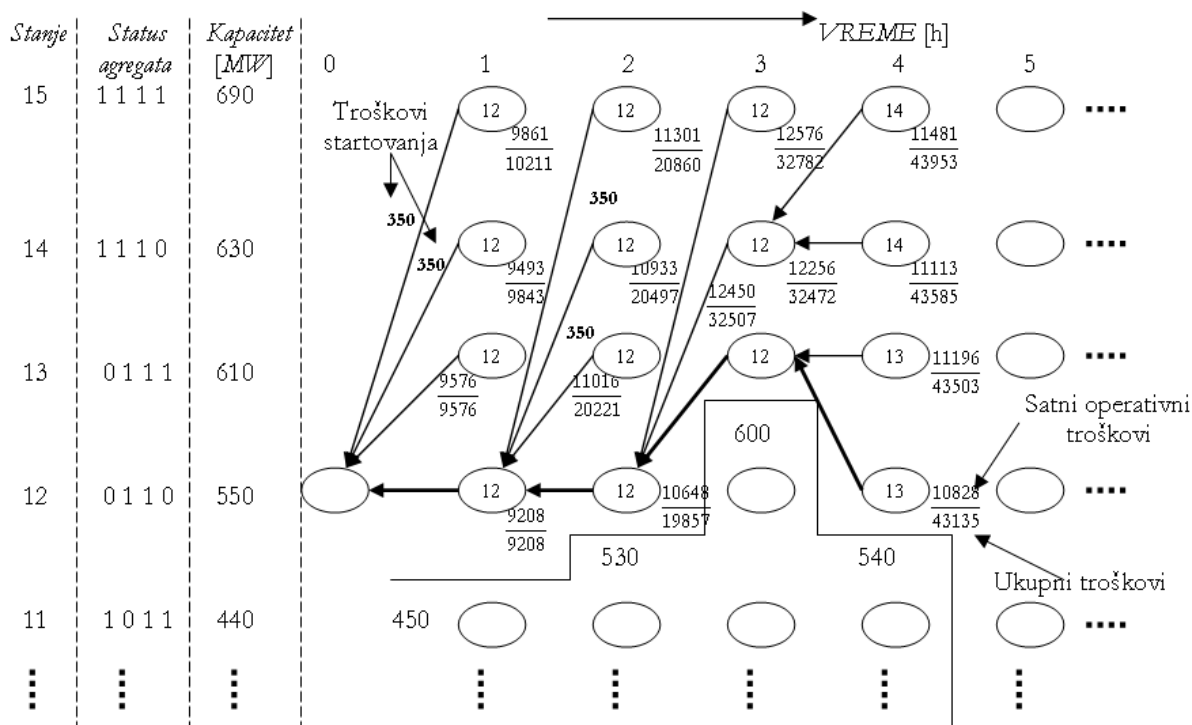
U narednoj tabeli dat je plan angažovanja za slučaj zanemarenih troškova startovanja jedinica iz toplog stanja, kao i minimalna vremena startovanja i gašenja agregata.

| Period | Stanje | Status agregata | | | | Troškovi proizvodnje [NJ/h] | Opterećenje [MW] |
|--------------------------------------|--------|-----------------|----|----|----|--------------------------------|---------------------|
| | | G1 | G2 | G3 | G4 | | |
| 8 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 10108 | 500 |
| 7 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5748 | 290 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5574 | 280 |
| 5 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 8308 | 400 |
| 4 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 10828 | 540 |
| 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 12256 | 600 |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 10648 | 530 |
| 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9208 | 450 |
| Ukupni troškovi: 73 438,84 NJ | | | | | | | |

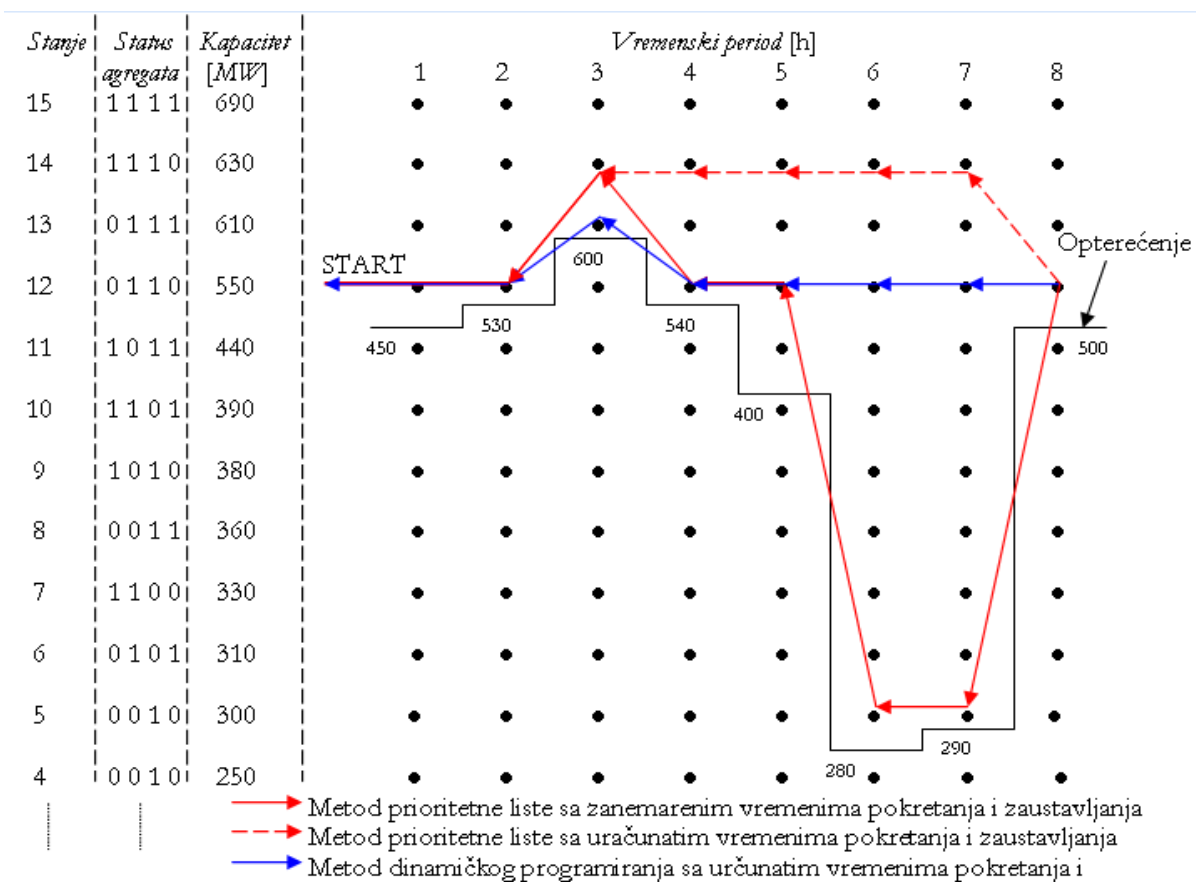
Kada se u obzir uzmu minimalna vremena startovanja i gašenja agregata onda se plan angažovanja menja. Na primer u periodima 6 i 7 snaga potrošnje naglo pada na 280 MW odnosno 290 MW. U tom slučaju dovoljan je samo jedan agregat i to najjeftiniji agregat 3. Međutim, u 8. satu javlja se potreba za uključenjem još jednog agregata jer snaga potrošnje skače na 500 MW. S obzirom da je vreme startovanja i gašenja agregata 2 veće od 2 sata to znači da on mora biti uključen u 6. i 7. satu. Postavlja se jedno pitanje da li je bolje da ostane uključen na mrežu ili da bude van pogona ala da se održava u toplom stanju, što se pomoću

metode prioritete liste ipak ne može utvrditi. Međutim, uzimanje u obzir minimalnog vremena startovanja i gašenja agregata je neophodno za dobijanje rešenja koja mogu da se ostvare u praksi. U narednoj tabeli dat je plan angažovanja za slučaj kada se u obzir uzmu minimalna vremena startovanja i gašenja agregata.

| Period | Stanje | Status agregata | | | | Troškovi proizvodnje [NJ/h] | Opterećenje [MW] |
|--------------------------------------|--------|-----------------|----|----|----|-----------------------------|------------------|
| | | G1 | G2 | G3 | G4 | | |
| 8 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 10108 | 500 |
| 7 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 6665 | 290 |
| 6 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 6490 | 280 |
| 5 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 8593 | 400 |
| 4 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 11113 | 540 |
| 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 12256 | 600 |
| 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 10648 | 530 |
| 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9208 | 450 |
| Ukupni troškovi: 75 441,88 NJ | | | | | | | |



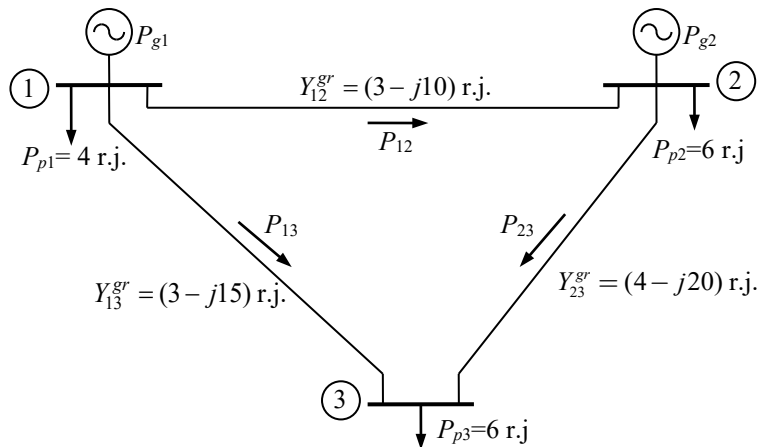
Šematski prikaz koji odgovara slučaju kada se ne uvažavaju minimalna vremena



Poređenje rezultata proračuna

Zadatak 22.

Dat je EES na slici.



a) Naći optimalnu raspodelu opterećenja između generatora vezanih u čvorovima 1 i 2, kada se zanemare gubici, pri ograničenjima mogućih snaga generatora:

$$3 \text{ r.j.} \leq P_{g1} \leq 12 \text{ r.j.} \text{ i } 2 \text{ r.j.} \leq P_{g2} \leq 9 \text{ r.j.}$$

i ograničenjima tokova snaga po granama:

$$|P_{12}| \leq 3 \text{ r.j.}, |P_{13}| \leq 3 \text{ r.j.} \text{ i } |P_{23}| \leq 4 \text{ r.j.}$$

b) Dati geometrijsku interpretaciju rešenja

Napomene: Funkcija troškova sistema je $C = 10P_{g1} + 50P_{g2}$. Čvor 1 je "slack" čvor. Proračun sprovesti primenom DC modela.

Rešenje:

Prema definiciji, OPF proračun predstavlja statički nelinearni optimizacioni problem u kojem se, prema unapred izabranom kriterijumu ili više njih, vrši globalna optimizacija pogona elektroenergetskog sistema. Pri optimizaciji moraju se uvažiti ograničenja koja u opštem slučaju mogu biti tipa jednakosti i nejednakosti. Formalno matematički, OPF se može opisati sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{p.o.:} \quad & g(\mathbf{x}) = 0, \\ & h(\mathbf{x}) \leq 0. \end{aligned}$$

gde je:

f – kriterijumska funkcija (npr. minimizacija ukupnih troškova pogona agregata, minimizacija gubitaka aktivne snage u sistemu, kombinovana funkcija...)

\mathbf{x} – vektor promenljivih (npr. nepoznate snage proizvodnje agregata, nepoznata injektiranja reaktivnih snaga, ostale upravljačke promenljive, ostale promenljive stanja,...)

g – ograničenja tipa jednakosti (npr. jednačine injektiranja - tokova snaga, jednakost ukupnih gubitaka aktivne snage u sistemu sa zbirom svih P injektiranja...)

h – ograničenja tipa nejednakosti (npr. tehnička ograničenja proizvodnje aktivne snage agregata, sigurnosna ograničenja po modulima napona i tokovima snaga po granama, ...)

Za razmatrani primer zanemaruju se gubici u prenosu aktivne snage, otpornosti vodova, tokovi Q snaga, dok su svi moduli napona jednaki 1 r.j. (DC model).

Balansna jednačina:

$$P_{g1} + P_{g2} = P_{p1} + P_{p2} + P_{p3} = 16 \text{ r.j.} \quad (1)$$

Matrica susceptansi čvorova za DC model:

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} -25 & 10 & 15 \\ 10 & -30 & 20 \\ 15 & 20 & -35 \end{bmatrix} \text{ r.j.}$$

Primenom DC modela (čvor 1 je Slack):

$$\begin{bmatrix} P_{g2} - P_{p2} \\ P_{g3} - P_{p3} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{g2} - 6 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & -20 \\ -20 & 35 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

$$P_{g2} - 6 = 30\theta_2 - 20\theta_3 \quad (2)$$

$$-6 = -20\theta_2 + 35\theta_3 \quad (3)$$

Relacije (1) - (3) predstavljaju ograničenja tipa jednakosti.

Ograničenja po generisanju aktivne snage:

$$3 \leq P_{g1} \leq 12 \quad \text{i} \quad 2 \leq P_{g2} \leq 9 \quad (4)$$

Ograničenja po tokovima aktivnih snaga po granama:

$$-3 \leq P_{12} \leq 3; \quad -3 \leq P_{13} \leq 3; \quad -4 \leq P_{23} \leq 4;$$

Uvažavajući činjenicu da je $P_{ij} = -b_{ij}^{gr} \cdot (\theta_i - \theta_j)$:

$$-3 \leq -10\theta_2 \leq 3; \quad -3 \leq -15\theta_3 \leq 3; \quad -4 \leq 20(\theta_2 - \theta_3) \leq 4; \quad (5)$$

Relacije (4)-(5) predstavljaju ograničenja tipa nejednakosti.

Na osnovu (2) i (3):

$$\theta_2 = \frac{1}{20}(35\theta_3 + 6) \quad (6)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{20}(30\theta_2 + 6 - P_{g2}); \quad (7)$$

Relacije (6) i (7) se mogu izraziti u funkciji od P_{g2} :

$$\theta_2 = 0.0539P_{g_2} - 0.5077 \quad (8)$$

$$\theta_3 = 0.0308P_{g_2} - 0.4615; \quad (9)$$

Zamenom (8) i (9) u ograničenja po tokovima snaga po granama (5), dobijaju se ograničenja u funkciji P_{g_2} :

$$-3 \leq -10\theta_2 = -0.539P_{g_2} + 5.077 \leq 3$$

$$-3 \leq -15\theta_3 = 0.4562P_{g_2} + 6.923 \leq 3$$

$$-4 \leq 20(\theta_2 - \theta_3) = 0.462P_{g_2} - 0.923 \leq 4$$

što se nakon sređivanja može zapisati u formi:

$$3.854 \leq P_{g_2} \leq 14.985$$

$$8.492 \leq P_{g_2} \leq 21.479 \quad (10)$$

$$-6.659 \leq P_{g_2} \leq 10.456$$

Na osnovu (1) važi: $P_{g_1} = P_{g_2} - 16$, te se (4) može predstaviti u funkciji P_{g_2} :

$$3 \leq P_{g_1} = 16 - P_{g_2} \leq 12 \quad \rightarrow \quad 4 \leq P_{g_2} \leq 13 \quad (11)$$

$$2 \leq P_{g_2} \leq 9$$

Dopustivi opseg za snagu P_{g_2} predstavlja presek oblasti definisanih setom ograničenja (10) i (11):

$$8.492 \leq P_{g_2} \leq 9 \quad (12)$$

Konačno, i kriterijumska funkcija se može iskazati u funkciji P_{g_2} :

$$C = 10P_{g_1} + 50P_{g_2} = 10(16 - P_{g_2}) + 50P_{g_2} = 160 + 40P_{g_2} \quad (13)$$

Razmatrani optimizacioni problem sveden je na formu minimizacije (13) uz ograničenje tipa nejednakosti promenljive P_{g_2} (12), i proračun nepoznatih faznih stavova θ_2 i θ_3 (8)-(9).

Uvažavajući (12), opseg mogućih vrednosti kriterijumske funkcije je: $499.68 \leq C \leq 520$.

Snaga generisanja generator 2 treba da uzme vrednost pri kojoj se postižu minimalni troškovi pogona sistema, $C_{\min} = 499.68$ r.j., pa je stoga: $P_{g_2} = 8.492$ r.j. Ovo znači da je optimalno rešenje određeno uslovom dostizanja maksimalne snage po grani 1-3, jer granica 8.492 potiče iz ovog ograničenja.

Na osnovu balansne jednačine moguće je odrediti snagu generisanja agregata 1: $P_{g_1} = 16 - P_{g_2} = 7.508$ r.j., dok na osnovu (8) i (9) dobijamo nepoznate fazne stavove:

$$\theta_2 = 0.0539P_{g_2} - 0.5077 = -0.04998 \text{ rad}$$

$$\theta_3 = 0.0308P_{g2} - 0.4615 = -0.1999 \text{ rad};$$

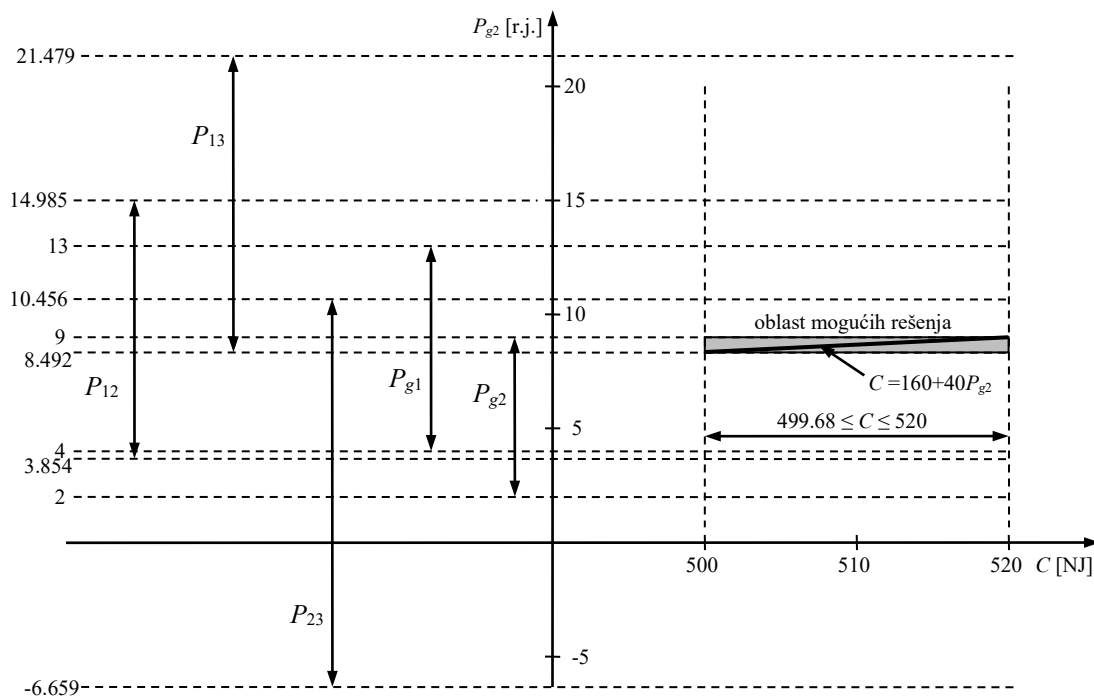
Provera ograničenja po ostalim granama:

$$P_{12} = -0.539P_{g2} + 5.077 = 0.5 \leq 3$$

$$P_{23} = 0.462P_{g2} - 0.923 = 3 \leq 4$$

b)

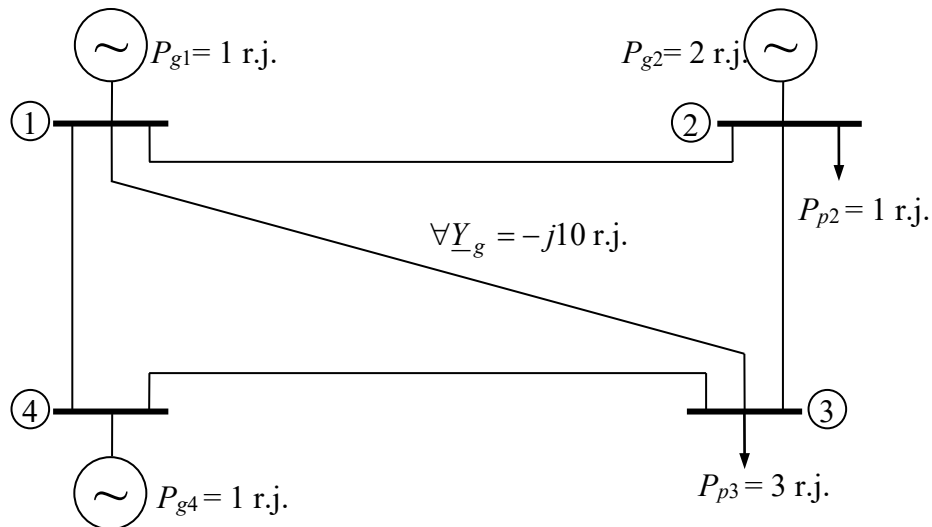
Na slici je data grafička interpretacija rešenja u funkciji snage P_{g2} . Na slici su predstavljena ograničenja: tokova aktivnih snaga po vodovima, opsega mogućih proizvodnja generatora, opseg moguće promene snage P_{g2} , dijagram kriterijumske funkcije uvažavajući sva ograničenja.



Zadatak 23.

Dat je sistem na slici.

- Izračunati tokove snaga za normalni radni režim koristeći DC metodu. Čvor 1 je SL čvor.
- Ponoviti proračun iz tačke a) pri ispadu generatora u čvoru 4, pod pretpostavkom da se ispala snaga ravnomerno raspoređuje na preostale generatore u pogonu.
- Naći koeficijente preraspodele tokova snaga po granama pri ispadu generatora u čvoru 4 a_l^4 ($l=12,13,14,23,34$).



Rešenje:

a)

Vektor injektiranja aktivnih snaga pre poremećaja: $\mathbf{P} = [1 \quad 1 \quad -3 \quad 1]^T$

Nakon redukcije vektor P postaje: $\mathbf{P}_r = [1 \quad -3 \quad 1]^T$

Redukovana matrica susceptansi nezavisnih čvorova (bez 1. vrste i 1. kolone):

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} -20 & 10 & 0 \\ 10 & -30 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} r.j.$$

Redukovani vektor uglova fazora napona: $\boldsymbol{\theta}_r = [\theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4]^T$

DC model: $\mathbf{B}_r \cdot \boldsymbol{\theta}_r = -\mathbf{P}_r$

$$\begin{bmatrix} -20 & 10 & 0 \\ 10 & -30 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1 \\ 0 \end{bmatrix} rad$$

Tokovi snaga po granama:

$$P_{12}^a = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}^{gr}} = 0 r.j. ; P_{13}^a = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}^{gr}} = 1 r.j. ; P_{14}^a = 0 r.j. ; P_{23}^a = 1 r.j. ; P_{34}^a = -1 r.j.$$

b)

Nakon ispada generatora $P_{g4} = 1 \text{ r.j.}$ menjaju se snage injektiranja u čvorovima 1 i 2:

$$P_{g1}^b = 1.5 \text{ r.j.}; \quad P_{g2}^b = 2.5 \text{ r.j.}$$

Vektor injektiranja aktivnih snaga nakon poremećaja: $\mathbf{P} = [1.5 \quad 1.5 \quad -3 \quad 0]^T$

Nakon redukcije vektor P postaje: $\mathbf{P}_r = [1.5 \quad -3 \quad 0]^T$

Redukovana matrica susceptansi nezavisnih čvorova se usled ispada generatora/potrošnje ne menja.

DC model: $\mathbf{B}_r \cdot \boldsymbol{\theta}_r = -\mathbf{P}_r$

$$\begin{bmatrix} -20 & 10 & 0 \\ 10 & -30 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01875 \\ -0.11125 \\ -0.05625 \end{bmatrix} \text{ rad}$$

Tokovi snaga po granama:

$$P_{12}^b = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}^{gr}} = -0.1875 \text{ r.j.}; \quad P_{13}^b = 1.125 \text{ r.j.}; \quad P_{14}^b = 0.5625 \text{ r.j.};$$

$$P_{23}^b = 1.3125 \text{ r.j.}; \quad P_{34}^b = -0.5625 \text{ r.j.}$$

c)

Koeficijenti preraspodele tokova snaga po granama pri promeni snage u čvoru 4 za

$\Delta P_4 = -P_{g4} = -1 \text{ r.j.}$ su:

$$a_l^i = \frac{\Delta P_l}{\Delta P_i} = \frac{\Delta P_l}{-P_{g,i}^0}$$

U razmatranom primeru je $i=4$, $l=12,13,14,23,34$, dok je:

ΔP_l - promena toka snage po grani l

ΔP_i - promena snage injektiranja u čvoru i

Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

$$a_{12}^4 = \frac{\Delta P_{12}}{\Delta P_4} = \frac{P_{12}^b - P_{12}^a}{-P_{g,4}} = 0.1875$$

$$a_{13}^4 = \frac{\Delta P_{13}}{\Delta P_4} = \frac{P_{13}^b - P_{13}^a}{-P_{g,4}} = -0.125$$

$$a_{14}^4 = \frac{\Delta P_{14}}{\Delta P_4} = \frac{P_{14}^b - P_{14}^a}{-P_{g,4}} = -0.5625$$

$$a_{23}^4 = \frac{\Delta P_{23}}{\Delta P_4} = \frac{P_{23}^b - P_{23}^a}{-P_{g,4}} = -0.3125$$

$$a_{34}^4 = \frac{\Delta P_{24}}{\Delta P_4} = \frac{P_{34}^b - P_{34}^a}{-P_{g,4}} = -0.4375$$

U opštem slučaju, zahvaljujući linearnosti DC modela, tokovi snaga po svim granama posle ispada generatora ili usled promene injektiranja u čvoru 4 mogu se izračunati prema jednačini:

$$P_l = P_l^0 - a_l^i \cdot P_{g,i}^0$$

Provera:

$$P_{12}^b = P_{12}^a - a_{12}^4 P_{g,4}^a = 0 - 0.1875 \cdot 1 = -0.1875 \text{ r.j.}$$

$$P_{13}^b = P_{13}^a - a_{13}^4 P_{g,4}^a = 1 - (-0.125) \cdot 1 = 1.125 \text{ r.j.}$$

$$P_{14}^b = 0.5625 \text{ r.j.}; P_{23}^b = 1.3125 \text{ r.j.}; P_{14}^b = -0.5625 \text{ r.j.}$$

Ukoliko bi se desilo da ispadne pola snage u čvoru 4 (npr. ispad jednog od dva podjednako opterećena agregata) $\Delta P_4 = -0.5 \text{ r.j.}$ onda se tok snage po granama može izračunati kao:

$$P_{12}^b = P_{12}^a + a_{12}^4 \Delta P_4 = 0 + 0.1875 \cdot (-0.5) = -0.09375 \text{ r.j.}$$

$$P_{13}^b = P_{13}^a + a_{13}^4 \Delta P_4 = 0 + (-0.3125) \cdot (-0.5) = 1.15625 \text{ r.j.}$$

Napomena: Znajući uticaj generatora na tokove snaga po pojedinim granama, može se smanjenjem/povećavanjem generisanja pojedinih generatora uticati na rasterećenje neke grane na kojoj je došlo do preopterećenja.

Zadatak 24.

Za sistem iz prethodnog zadatka:

- Sprovesti proračun tokova snaga po granama koristeći linearni DC model posle ispada grane između čvorova 2 i 3.
- Naći distribucione koeficijente preraspodele tokova snaga po granama posle ispada grane između čvorova 2 i 3, d_l^{23} ($l=12, 13, 14, 34$) koristeći rezultate za baznu konfiguraciju iz prethodnog zadatka.

Rešenje:

a)

Nakon ispada grane 2-3 vektor injektiranja aktivnih snaga ostaje nepromenjen:

Vektor injektiranja aktivnih snaga pre poremećaja: $\mathbf{P} = [1 \ 1 \ -3 \ 1]^T$

Nakon redukcije vektor P postaje: $\mathbf{P}_r = [1 \ -3 \ 1]^T$

Nakon ispada grane matrica admitansi menja svoj oblik. Redukovana matrica susceptansi nezavisnih čvorova (matrica admitansi bez 1. vrste i 1. kolone):

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} r.j.$$

Redukovani vektor uglova fazora napona: $\boldsymbol{\theta}_r = [\theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$

DC model: $\mathbf{B}_r \cdot \boldsymbol{\theta}_r = -\mathbf{P}_r$

$$\begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1667 \\ 0.0333 \end{bmatrix} rad$$

Tokovi snaga po granama:

$$P_{12}^b = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}^{gr}} = -1 r.j. ; P_{13}^b = 1.667 r.j. ; P_{14}^b = 0.333 r.j. ; P_{23}^b = 0 r.j. ; P_{34}^b = -1.333 r.j.$$

b)

Distribicioni koeficijenti preraspodele tokova snaga pri ispadu grane između čvorova 2 i 3 izračunavaju se prema:

$$d_l^i = \frac{\Delta P_l}{P_i^0}, \quad i \neq l$$

U razmatranom primeru je $k=23$, $l=12,13,14,34$, dok je:

$\Delta P_l = P_l^b - P_l^a$ - promena toka snage po grani l

P_i^0 - tok snage po grani i pre njenog ispada

Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

$$d_{12}^{23} = \frac{\Delta P_{12}}{P_{23}^a} = \frac{P_{12}^b - P_{12}^a}{P_{23}^a} = \frac{(-1) - 0}{1} = -1$$

$$d_{13}^{23} = \frac{\Delta P_{13}}{P_{23}^a} = \frac{P_{13}^b - P_{13}^a}{P_{23}^a} = \frac{1.667 - 1}{1} = 0.667$$

$$d_{14}^{23} = \frac{\Delta P_{14}}{P_{23}^a} = \frac{P_{14}^b - P_{14}^a}{P_{23}^a} = \frac{0.333 - 0}{1} = 0.333$$

$$d_{34}^{23} = \frac{\Delta P_{34}}{P_{23}^a} = \frac{P_{34}^b - P_{34}^a}{P_{23}^a} = \frac{(-1.333) - (-1)}{1} = -0.333$$

U opštem slučaju, zahvaljujući linearnosti DC modela, tokovi snaga po svim granama mogu se izračunati na osnovu tokova snaga za bazni slučaj, distribucionih koeficijenata i toka snage po grani pre ispada prema funkciji:

$$P_l = P_l^0 + d_l^k \cdot P_k^0$$

Provera za razmatrani primer:

$$P_{12}^b = P_{12}^a + d_{12}^{23} \cdot P_{23}^a = 0 + (-1) \cdot 1 = -1 \text{ r.j.}$$

$$P_{13}^b = P_{13}^a + d_{13}^{23} \cdot P_{23}^a = 1 + 0.667 \cdot 1 = 1.667 \text{ r.j.}$$

Zadatak 25.

Na tržištu električne energije za određeni sat narednog dana pojavljuje se pet prodavaca (Proizvođača - GENCO) sa ukupno 11 različitih blokova ponuda datih u tabeli.

| | | |
|--------|------------------|---------------------|
| 1a | $W_{g1a}=10$ MWh | $C_{g1a}=5$ NJ/MWh |
| 1b | $W_{g1b}=20$ MWh | $C_{g1b}=15$ NJ/MWh |
| 2a | $W_{g2a}=15$ MWh | $C_{g2a}=6$ NJ/MWh |
| 2b | $W_{g2b}=40$ MWh | $C_{g2b}=7$ NJ/MWh |
| 3a | $W_{g3a}=30$ MWh | $C_{g3a}=6$ NJ/MWh |
| 3b | $W_{g3b}=40$ MWh | $C_{g3b}=15$ NJ/MWh |
| 3c | $W_{g3c}=20$ MWh | $C_{g3c}=25$ NJ/MWh |
| 4a | $W_{g4a}=10$ MWh | $C_{g4a}=10$ NJ/MWh |
| 4b | $W_{g4b}=20$ MWh | $C_{g4b}=15$ NJ/MWh |
| 5a | $W_{g5a}=60$ MWh | $C_{g5a}=30$ NJ/MWh |
| 5b | $W_{g5b}=75$ MWh | $C_{g5b}=18$ NJ/MWh |
| Ukupno | $W_g=340$ MWh | |

Na tržištu se pojavljuju i kupci sa svojim ponudama za kupovinu u sedam blokova datim u tabeli.

| | | |
|--------|-----------------|--------------------|
| 1 | $W_{p1}=20$ MWh | $C_{p1}=35$ NJ/MWh |
| 2 | $W_{p2}=15$ MWh | $C_{p2}=15$ NJ/MWh |
| 3 | $W_{p3}=25$ MWh | $C_{p3}=40$ NJ/MWh |
| 4 | $W_{p4}=45$ MWh | $C_{p4}=30$ NJ/MWh |
| 5 | $W_{p5}=50$ MWh | $C_{p5}=25$ NJ/MWh |
| 6 | $W_{p6}=60$ MWh | $C_{p6}=5$ NJ/MWh |
| 7 | $W_{p7}=40$ MWh | $C_{p7}=45$ NJ/MWh |
| Ukupno | $W_p=255$ MWh | |

Naći količine energije koja će se shodno praksi dvostrane aukcije ugovoriti između pojedinih prodavaca i kupaca, pojedinačne i zbirnu isplatu kupljenih količina, kao i marginalnu cenu električne energije u razmatranom satu.

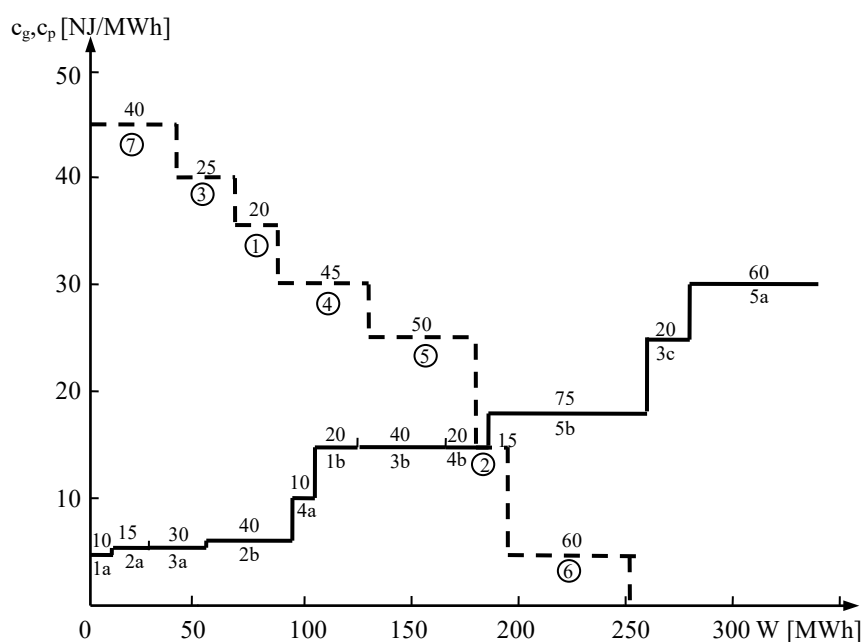
NAPOMENA: Brojčane vrednosti energije i snage su iste.

Rešenje:

Analizirani problem pripada klasi problema sa dvostranom aukcijom. Potrebno je nacrtati dva uređena dijagrama ponuda:

- za prodavce - sa rastućim jediničnim cenama po blokovima proizvodnje
- za kupce – sa opadajućim jediničnim cenama po blokovima potrošnje

Rešenje za utvrđenu tržišnu cenu energije (MCP, *Market Clearing Price*) i satnog plana bilansne proizvodnje (CP, *Cleared Power*) obično se nalazi grafički, u preseku dva uređena dijagrama ponuda.



Sa slike se može zaključiti da je presečna tačka u kojoj se uspostavlja tržišna ravnoteža 180 MW (180 MWh), dok je marginalna cena električne energije jednaka MCP i iznosi 15 NJ/MWh.

Najčešća metoda obračuna tržišnih transakcija je *Pay as clear* metoda, koja podrazumeva da svi prodavci prihoduju/kupci plaćaju istu jediničnu cenu električne energije u iznosu MCP.

U narednoj tabeli su date količine prodane električne energije i novčanih vrednosti koje treba isplatiti prodavcima, prema *Pay as clear* obračunu.

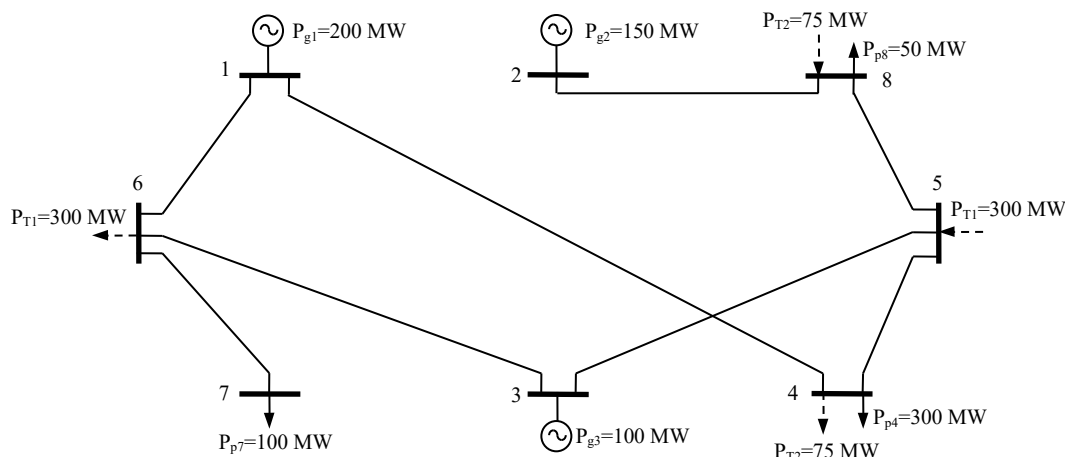
| Prodavac | Kupljena energija [MWh] | Jedinična cena [NJ/MWh] | Tražena isplata prodavcima [NJ] | |
|---------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------|------|
| 1a | 10 | 15 | 150 | 450 |
| 1b | 20 | 15 | 300 | |
| 2a | 15 | 15 | 225 | 825 |
| 2b | 40 | 15 | 600 | |
| 3a | 30 | 15 | 450 | 1050 |
| 3b | 40 | 15 | 600 | |
| 3c | - | 15 | - | |
| 4a | 10 | 15 | 150 | 375 |
| 4b | 15 | 15 | 225 | |
| 5a | - | 15 | - | - |
| 5b | - | 15 | - | |
| Ukupno | 180 | | 2700 | |

U narednoj tabeli su date količine kupljene električne energije i novčanih vrednosti koje kupci treba da isplate, prema *Pay as clear* obračunu.

| Prodavac | Prodata energija [MWh] | Jedinična cena [NJ/MWh] | Tražena isplata prodavcima [NJ] |
|----------|------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| 1 | 20 | 15 | 300 |
| 2 | - | 15 | - |
| 3 | 25 | 15 | 375 |
| 4 | 45 | 15 | 675 |
| 5 | 50 | 15 | 750 |
| 6 | - | 15 | - |
| 7 | 40 | 15 | 600 |
| Ukupno | 180 | | 2700 |

Zadatak 26.

Posmatra se EES od 8 čvorova i 8 grana.



Podaci o granama mreže dati su u tabeli:

| Vod | L [km] | X_g [r.j.] | $B_g = -1/X_g$ [r.j.] | R_g [r.j.] |
|-------|-----------|-----------------|--------------------------|-----------------|
| 4 - 5 | 500 | 0.050 | -20.00 | 0.065 |
| 6 - 7 | 200 | 0.030 | -33.33 | 0.028 |
| 3 - 5 | 310 | 0.031 | -32.26 | 0.008 |
| 2 - 8 | 470 | 0.037 | -27.03 | 0.008 |
| 1 - 6 | 300 | 0.037 | -27.03 | 0.008 |
| 3 - 6 | 640 | 0.064 | -15.63 | 0.028 |
| 1 - 4 | 150 | 0.015 | -66.67 | 0.007 |
| 5 - 8 | 370 | 0.017 | -58.82 | 0.008 |

Na čvorove 5 i 8 vezani su nezavisni proizvođači električne energije (GENCO), a čvor 6 je povezni čvor sa susednim EES-om. Potrošači 4, 7 i 8 kao i susedni sistem (čvor 6) mogu slobodno kupovati električnu energiju od nezavisnih proizvođača.

Razmotriti dve transakcije koje prenosno preduzeće (TRANSCO) treba da omogući pored zadovoljenja sopstvenog opterećenja od $P_p=450$ MW.

T1: GENCO u čvoru 5 ugovorila je isporuku od $P_{T1}=300$ MW kupcu u čvoru 6.

T2: GENCO u čvoru 8 ugovorila je isporuku od $P_{T2}=75$ MW kupcu u čvoru 4.

Za usluge prenosa TRANSCO treba da od ugovornih strana dobije odgovarajuću nadoknadu. Odrediti veličinu te nadoknade i njenu raspodelu na transakcije T1 i T2 koristeći MW-km metodu. Specifična cena prenosa [MW] prenete snage po [km] dužine ista je za sve vodove i iznosi $F_{l,t}=100$ NJ/(MW·km).

Proračune sprovesti za sva tri kriterijuma (a, b i c) određivanja dodatnih troškova transakcija T1 i T2 datih u knjizi iz Eksploatacije.

Napomena: Za baznu snagu usvojiti $P_B=100$ MW.

Rešenje:

Rešenje problema zahteva da se prvo proračunaju tokovi snaga po granama i to za 3 radna stanja:

1. bazno stanje
2. stanje sa transakcijom T1
3. stanje sa transakcijom T2

Pošto se u tekstu zadatka ne traži određivanje prenosnih gubitaka (podrazumeva se da su oni uključeni u cenu), u svrhu proračuna tokova snaga koristiće se linearni DC model.

Konfiguracija mreže je ista za sva tri scenarija, pa se matrica admitansi čvorova ne menja. Takođe, mreža se može redukovati na 5 čvorova, jer su grane 2-8-5 i 6-7 radijalne, a gubici se zanemaruju. Matrica susceptansi čvorova ima sledeći oblik:

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} -93.70 & 0 & 0 & 66.67 & 27.03 \\ 0 & -52.26 & 32.26 & 20 & 0 \\ 0 & 32.26 & -47.89 & 0 & 15.63 \\ 66.67 & 20 & 0 & -86.67 & 0 \\ 27.03 & 0 & 15.63 & 0 & -42.66 \end{bmatrix} r.j.$$

Ako usvojimo čvor 1 kao *slack*, redukovana matrica susceptansi čvorova se dobija tako što se u matrici susceptansi precrta 1. vrsta i 1. kolona.

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} -52.26 & 32.26 & 20 & 0 \\ 32.26 & -47.89 & 0 & 15.63 \\ 20 & 0 & -86.67 & 0 \\ 0 & 15.63 & 0 & -42.66 \end{bmatrix} r.j.$$

Vektor nepoznatih uglova napona za sva tri scenarija ima istu formu:

$$\boldsymbol{\theta}_r = [\theta_{285} \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_{67}]^T$$

Ugao θ_{285} je ugao u čvoru 5 nakon sažimanja radijalnog dela 2-8-5, a θ_{67} je ugao u čvoru 6 nakon sažimanja čvorova 6-7.

Vektor injehtiranja se razlikuje za sva tri slučaja:

$$\mathbf{P}_r = \begin{array}{c} \text{bazno stanje} \\ \begin{bmatrix} P_{g2} - P_{p8} \\ P_{g3} \\ -P_{p4} \\ -P_{p7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{stanje sa transakcijom T1} \\ \begin{bmatrix} P_{g2} - P_{p8} + P_{T1} \\ P_{g3} \\ -P_{p4} \\ -P_{T1} - P_{p7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{stanje sa transakcijom T2} \\ \begin{bmatrix} P_{g2} - P_{p8} + P_{T2} \\ P_{g3} \\ -P_{p4} - P_{T2} \\ -P_{p7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.75 \\ 1 \\ -3.75 \\ -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Za sva tri scenarija potrebno je rešiti jednačinu: $\mathbf{B}_r \cdot \boldsymbol{\theta}_r = -\mathbf{P}_r$

Tokovi snaga po granama mreže računaju se po jednačini: $P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}^{gr}}$

Tokovi snaga po 2-8-5 i 6-7 dobijeni su bilansiranjem preko odgovarajućih čvorova. Rezultati proračuna dati su u tabelama:

Uglovi napona:

| Uglovi napona čvorova [rad] | Bazno stanje | Transakcija T1 | Transakcija T2 |
|-----------------------------|--------------|----------------|----------------|
| θ_{285} | 0.034532 | 0.1285 | 0.0596 |
| θ_3 | 0.0414 | 0.0873 | 0.0607 |
| θ_4 | -0.0266 | -0.0050 | -0.0295 |
| θ_{67} | -0.0083 | -0.0618 | -0.0012 |

Tokovi snaga:

| Tokovi aktivnih snaga [MW] | Bazno stanje | Transakcija T1 | Transakcija T2 |
|----------------------------|--------------|----------------|----------------|
| P_{45} | -122.3 | -267 | -178.3 |
| P_{67} | 100 | 100 | 100 |
| P_{35} | 22.3 | -133 | 3.3 |
| P_{28} | 150 | 150 | 150 |
| P_{16} | 22.3 | 167 | 3.3 |
| P_{36} | 77.7 | 233 | 96.7 |
| P_{14} | 177.7 | 33 | 196.7 |
| P_{85} | -100 | -100 | -175 |

Troškovi dodatnog angažovanja prenosnih vodova pri tranzitu energije biće određeni prema 3 kriterijuma shodno razmatranjima u knjizi.

Kriterijum a) Prema modulu razlike tokova aktivnih snaga pri transakciji i u baznom stanju

| Grana $i-j$ | $L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ/MW] | $\Delta P^t = P_{ij}^t - P_{ij}^B L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri $t=T1$ | $\Delta P^t = P_{ij}^t - P_{ij}^B L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri $t=T2$ |
|-----------------------------|--|---|---|
| 4 - 5 | 50 | 7235 | 2800 |
| 6 - 7 | 20 | 0 | 0 |
| 3 - 5 | 31 | 4814,3 | 589 |
| 2 - 8 | 47 | 0 | 0 |
| 1 - 6 | 30 | 4341 | 570 |
| 3 - 6 | 64 | 9939,2 | 1216 |
| 1 - 4 | 15 | 2170,5 | 285 |
| 8 - 5 | 37 | 0 | 2775 |
| Troškovi transakcije | | 28500 | 8235 |
| Zbirni troškovi transakcije | | 36735 | |
| Procentualno učešće tran. | | 77,6 % | 22,4 % |

| | | |
|------------------------------|--|--|
| T1 i T2 u zbirnim troškovima | | |
|------------------------------|--|--|

Kriterijum b) Prema modulu razlike tokova aktivnih snaga pri transakciji i u baznom stanju

| Grana <i>i-j</i> | $L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ/MW] | $\Delta P^t = \left(P_{ij}^t - P_{ij}^B \right) L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri <i>t</i> =T1 | $\Delta P^t = \left(P_{ij}^t - P_{ij}^B \right) L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri <i>t</i> =T2 |
|---|--|--|--|
| 4 - 5 | 50 | 7235 | 2800 |
| 6 - 7 | 20 | 0 | 0 |
| 3 - 5 | 31 | 3431,3 | -589 |
| 2 - 8 | 47 | 0 | 0 |
| 1 - 6 | 30 | 4341 | -570 |
| 3 - 6 | 64 | 9939,2 | 1216 |
| 1 - 4 | 15 | -2170,5 | 285 |
| 8 - 5 | 37 | 0 | 2775 |
| Troškovi transakcije | | 22776,4 | 5917 |
| Zbirni troškovi transakcije | | 28693,4 | |
| Procentualno učešće tran. T1 i T2 u zbirnim troškovima | | 79,4 % | 20,6 % |

Kriterijum c) Prema pozitivnoj razlici apsolutnih tokova aktivnih snaga pri transakciji i baznom stanju

| Grana <i>i-j</i> | $L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ/MW] | $\Delta P^t = \left\ P_{ij}^t - P_{ij}^B \right\ L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri <i>t</i> =T1 | $\Delta P^t = \left\ P_{ij}^t - P_{ij}^B \right\ L_{ij}F_{l,t}$ [10 ³ NJ] pri <i>t</i> =T2 |
|---|--|--|--|
| 4 - 5 | 50 | 7235 | 2800 |
| 6 - 7 | 20 | 0 | 0 |
| 3 - 5 | 31 | 3431,3 | 589 |
| 2 - 8 | 47 | 0 | 0 |
| 1 - 6 | 30 | 4341 | 570 |
| 3 - 6 | 64 | 9939,2 | 1216 |
| 1 - 4 | 15 | 2170,5 | 285 |
| 8 - 5 | 37 | 0 | 2775 |
| Troškovi transakcije | | 27117,4 | 8235 |
| Zbirni troškovi transakcije | | 35352,4 | |
| Procentualno učešće tran. T1 i T2 u zbirnim troškovima | | 76,7 % | 23,3 % |