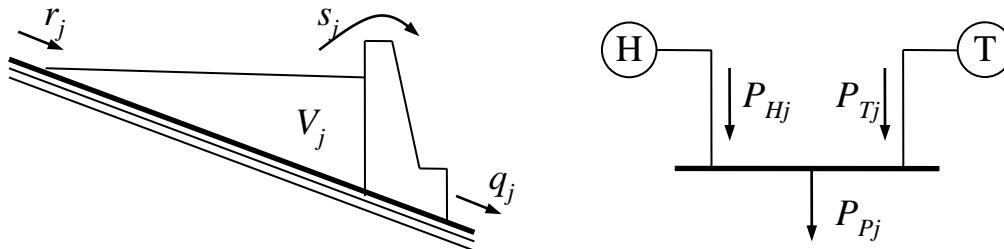


Eksplotacija EES-a

Ekonomski proračuni u eksplotaciji
elektroenergetskih sistema
(Hidro – termo koordinacija)

Hidro – termo koordinacija

- Analiziraće se kratkoročni problem hidro – termo koordinacije gde se zahteva da se određena količina vode koristi na takav način da se minimiziraju troškovi rada termalnih jedinica.
- Ilustracija problema data je na slici. Radi jednostavnosti posmatraće se samo jedna termalna jedinica. Ona može da predstavlja i ekvivalent više termalnih jedinica.



j – interval

r_j – dotok vode u akumulaciju u toku perioda j

V_j – zapremina vode u akumulaciji na kraju perioda j

q_j – protok kroz turbinu u toku perioda j

s_j – preliv i ostali gubici vode u toku perioda j

P_{Hj} – proizvodja HE u toku perioda j

P_{Tj} – proizvodja TE u toku perioda j

P_{Pj} – potrošnja u toku perioda j

Hidro – termo koordinacija

- Optimizacioni problem se može definisati kao minimizacija troškova proizvodnje termo agregata u toku razmatranog perioda uz zadovoljenje ograničenja.
- Funkcija cilja (kriterijumska funkcija) je:

$$\min F_T = \sum_{j=1}^M n_j F_j$$

- Ograničenja koja se moraju zadovoljiti su:

- ograničenje po protoku

$$\sum_{j=1}^M n_j q_j = q_{tot} \quad q_{\min} \leq q_j \leq q_{\max}$$

- balansna jednačina po snagama

$$P_{Pj} - P_{Hj} - P_{Tj} = 0$$

- početni i krajnji uslovi stanja akumulacije

$$V_j \Big|_{j=0} = V_{POC} \quad V_j \Big|_{j=M} = V_{KRAJ}$$

Hidro – termo koordinacija

- Veličina n_j u prethodnim jednačinama predstavlja dužinu trajanja intervala j u satima, a V_{POC} i V_{KRAJ} su početna i krajnja zapremina akumulacije.
- Može se pretpostaviti da HE radi sa konstantnim padom i da je dostupna karakteristika protoka u funkciji snage:

$$q = q(P_H)$$

- Postavljni problem može se rešiti primenom različitih metoda. Neke od njih su:
 - $\lambda-\gamma$ iterativni metod
 - metod linearog programiranja
 - metod dinamičkog programiranja.

Hidro – termo koordinacija

$\lambda-\gamma$ iterativni metod

- Na osnovu postavljenog problema može se formirati Lagranžova funkcija:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^M \left[n_j F(P_{Tj}) + \lambda_j (P_{Pj} - P_{Hj} - P_{Tj}) \right] + \gamma \left[\sum_{j=1}^M n_j q_j(P_{Hj}) - q_{tot} \right]$$

- Za određeni interval $j = k$ važi da je:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Tk}} = 0, \text{ odnosno } n_k \frac{dF_{Tk}}{dP_{Tk}} = \lambda_k$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Hk}} = 0, \text{ odnosno, } m_k \frac{dq_k}{dP_{Hk}} = \lambda_k$$

- Ovako definisani sistem jednačina može da se reši primenom neke matematičke metode.

Hidro – termo koordinacija

$\lambda-\gamma$ iterativni metod

- Prethodno definisani model može da se proširi uvođenjem gubitaka aktivne snage u prenosnoj mreži. U tom slučaju jednačina bilansa po snagama postaje

$$P_{Pj} + P_{Gj} - P_{Hj} - P_{Tj} = 0$$

gde je P_{Gj} snaga gubitaka u intervalu j .

- Lagranžova funkcija je sada:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^M \left[n_j F(P_{Tj}) + \lambda_j (P_{Pj} + P_{Gj} - P_{Hj} - P_{Tj}) \right] + \gamma \left[\sum_{j=1}^M n_j q_j(P_{Hj}) - q_{tot} \right]$$

- Nalaženjem parcijalnih izvoda po promenljivim i njihovo izjednačavanje sa nulom daje jednačine:

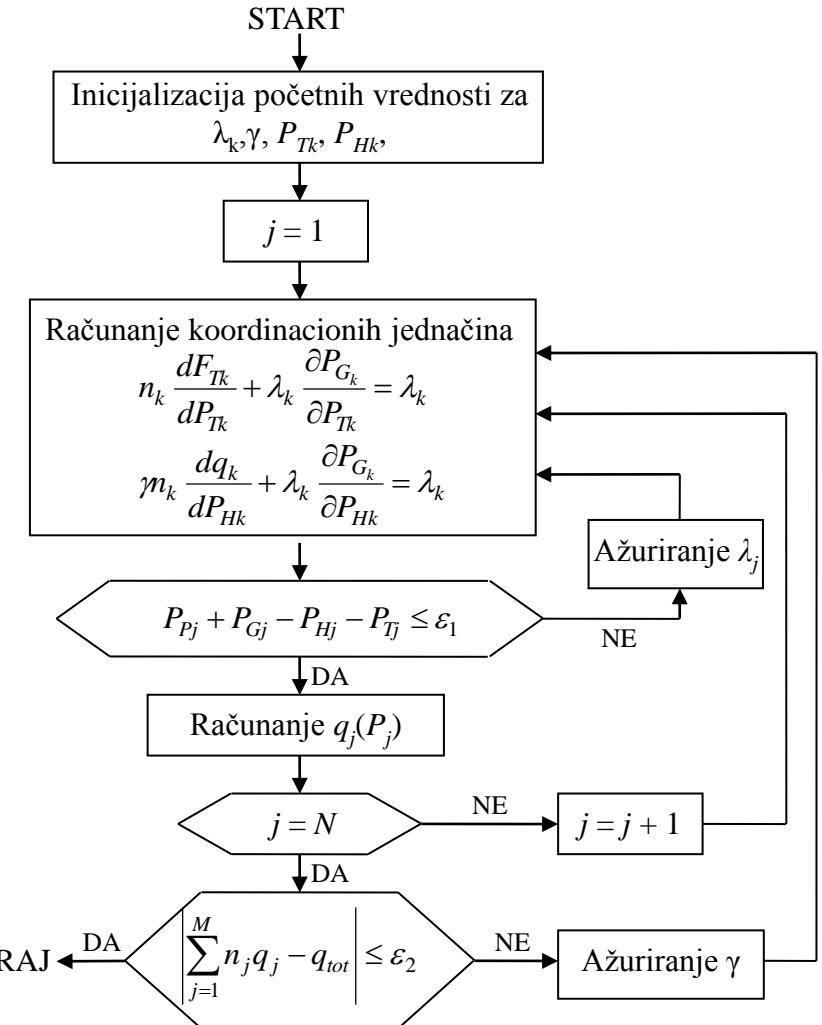
$$n_k \frac{dF_{Tk}}{dP_{Tk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{Gk}}{\partial P_{Tk}} = \lambda_k$$

$$\gamma n_k \frac{dq_k}{dP_{Hk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{Gk}}{\partial P_{Hk}} = \lambda_k$$

Hidro – termo koordinacija

$\lambda-\gamma$ iterativni metod

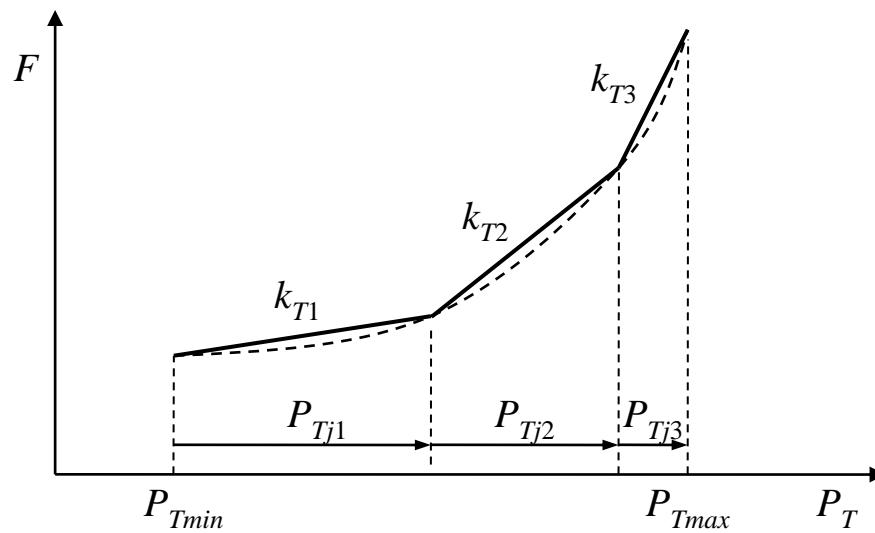
- Ovaj problem je dosta složeniji nego prethodni i rešava se iterativnim putem.
- Algoritam za rešavanje dat je na slici.



Hidro – termo koordinacija

Linearno programiranje

- Kod linearog programiranja (LP) svaki model treba da se predstavi u linearnoj formi.
- Kriva troškova termo agregata može da se predstavi kao deo po deo linearna funkcija troškova kao što je prikazano na slici.



Hidro – termo koordinacija

Linearno programiranje

- Prikazana tri segmenta su modelovana sa veličinama P_{Tj1}, P_{Tj2} i P_{Tj3} . pri čemu se snaga svakog segmenta k meri od početka tog segmenta. Svaki segment ima svoj nagib (k_{T1}, k_{T2} i k_{T3} .).
- Prema tome funkcija troškova u intervalu j , može da se napiše u obliku:

$$F(P_{Tj}) = F(P_{T\min}) + k_{T1}P_{Tj1} + k_{T2}P_{Tj2} + k_{T3}P_{Tj3}$$

gde za svaki segment važi da je:

$$0 \leq P_{Tjk} \leq P_{Tjk}^{\max}, \quad k = 1, 2, 3$$

- Ukupna proizvodnja TE u intervalu j je sada:

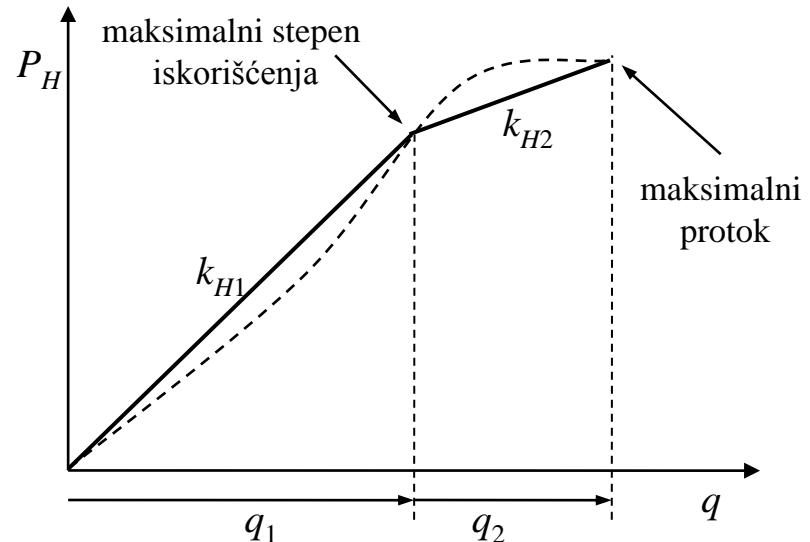
$$P_{Tj} = P_{T\min} + P_{Tj1} + P_{Tj2} + P_{Tj3}$$

Hidro – termo koordinacija

Linearno programiranje

- Funkcija snage HE od protoka se takođe može modelovati kao deo po deo lineaerna kriva.
- Aktuelna kriva nije linearна kao što je prikazano na slici.
- HE retko radi u blizu donjeg dela krive. Ona obično radi ili blizu tačke maksimalne efikasnosti ili maksimalnog protoka.
- Modelom deo po deo linearne karakteristike HE će imati tendenciju da radi u jednoj od te dve tačke.
- Kod ovog modela snaga HE u periodu j može se predstaviti kao linearna suma:
$$P_{Hj} = k_{H1}q_{j1} + k_{H2}q_{j2}$$
- Za svaki segment mora da važi:

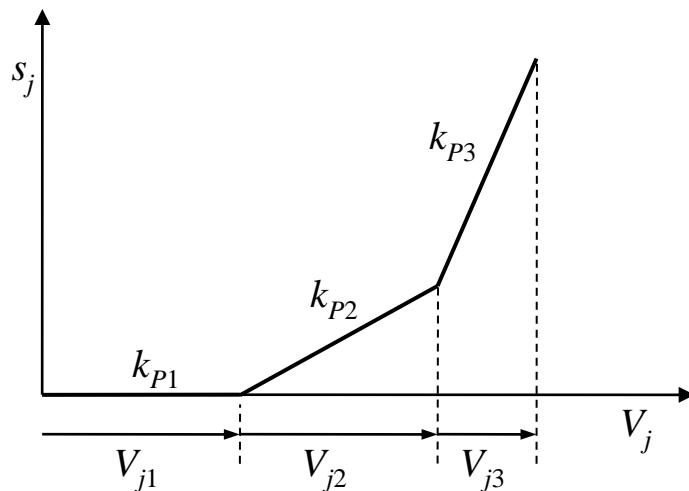
$$0 \leq q_{jk} \leq q_{jk}^{\max}, \quad k = 1, 2$$



Hidro – termo koordinacija

Linearno programiranje

- Preliv iz bazena je modelovan kao funkcija zapreminske rezervoara, a pretpostavlja se da je preliv jednak 0 ako je zapremina vode u rezervoaru manja od date granice.
- Ovo se lako može modelovati deo po deo linearom karakteristikom kao što je dato na slici.



- Sa slike se vidi da je preliv ograničen na 0 ako je zapremina vode u rezervoaru manja od prvog segmenta

Hidro – termo koordinacija

Linearno programiranje

- Preliv se, na osnovu ovog modela, može predstaviti jednačinom.

$$s_j = k_{P1}V_{j1} + k_{P2}V_{j2} + k_{P3}V_{j3}$$

- Takođe, mora se zadovoljiti ograničenje za svaki segment:

$$0 \leq V_{jk} \leq V_{jk}^{\max}, \quad k = 1, 2, 3$$

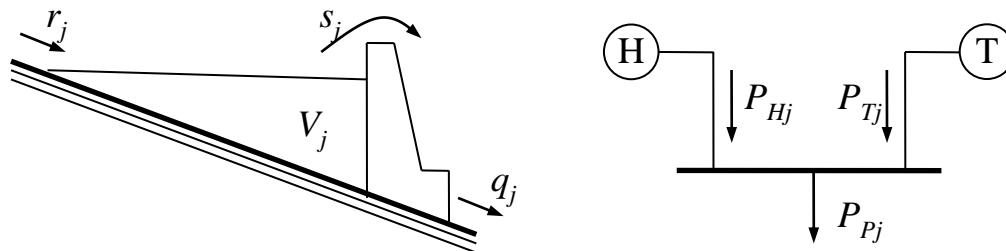
- Ukupna zapremina u intervalu j je sada:

$$V_j = V_{j1} + V_{j2} + V_{j3}$$

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna

- Za sistem sa slike rešiti problem kratkotročne hidro–termo koordinacije.



- Kriva troškova TE data je jednačinom:

$$F = 700 + 4.8P_T + 0.0005P_T^2$$

- U prethodnom izrazu snaga P_T je u MW i $200 \leq P_T \leq 1200$ MW, troškovi u NJ/h. HE je elektrana sa konstantnim padom pri čemu je zavisnost snage od protoka data izrazom:

$$P_H = 100q$$

- Snaga P_H je u MW i $0 \leq P_H \leq 200$ MW. Protok q je u $10^6 \text{ m}^3/\text{h}$.

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna

- Preliv nije uzet u razmatranje. Početna i krajnja zapremina akumulacije je $10 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Donja granica zapremine rezervoara je $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, a gornja $18 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
- Potrebno je koordinisati rad ove dve elektrane u toku jednog dana (24 h) koji je podeljen na 6 pojedinačnih perioda istog trajanja od 4 h ($n_j = 4 \text{ h}$).
- Potrošnja i srednji dotoci u akumulaciono jezero su dati u tabeli:

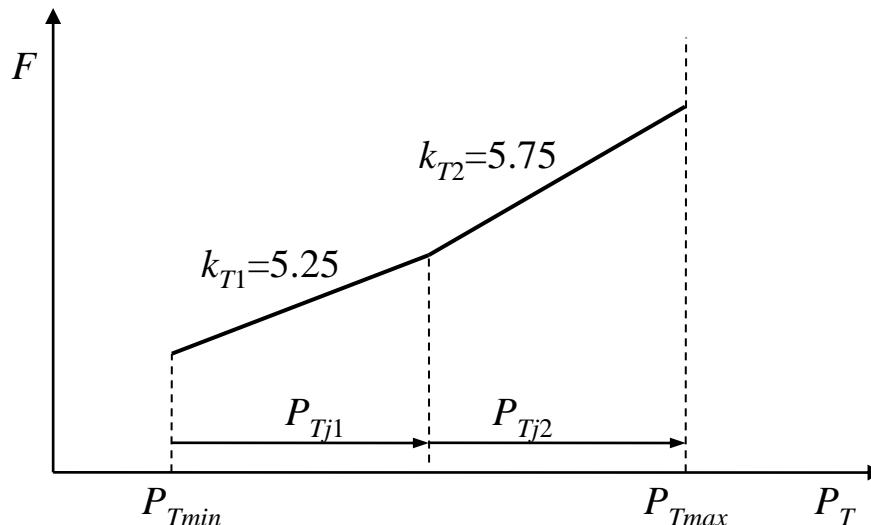
Period j	P_{Pj} [MW]	r_j [$10^6 \text{ m}^3/\text{h}$]
1	600	1
2	1000	1
3	900	1
4	500	1
5	400	1
6	300	1

- U nastavku, radi jednostavnosti, odgovarajuće veličine vezane za dotok, protok i zapreminu će se navoditi u milionima, odnosno bez člana 10^6 .

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Kriva troškova TE će se modelovati sa deo po deo linearom karakteristikom sa dva segmenta kao što je prikazano na slici.



- Za model sa slike važi sledeće:

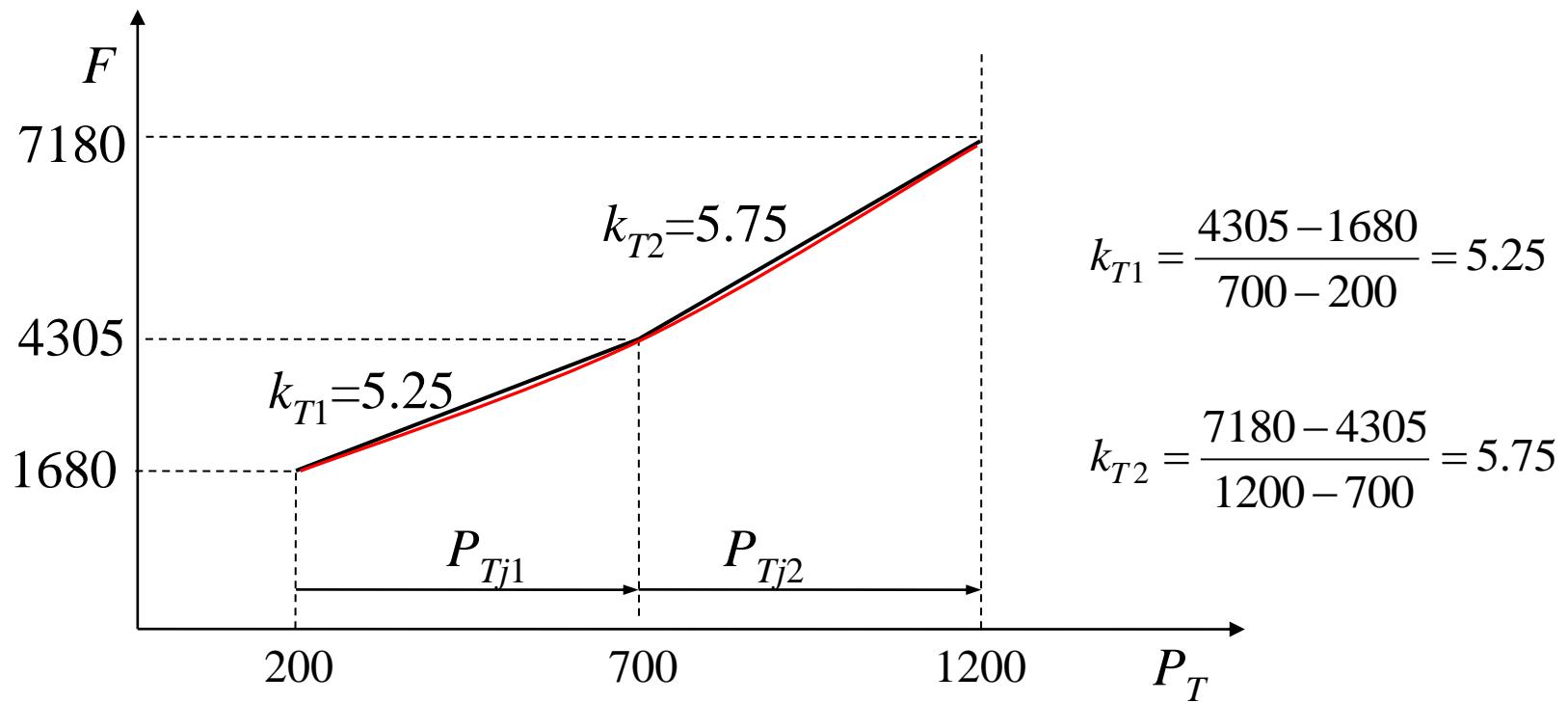
$$P_{T\min} = 200 \text{ MW} \quad P_{T\max} = 1200 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{Tj1} \leq 500 \quad 0 \leq P_{Tj2} \leq 500$$

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Detaljniji prikaz određivanja nagiba dva segmenta dat je na slici. Kriva u crvenoj boji predstavlja kvadratnu krvu troškova.



Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Kriterijumska funkcija je sada:

$$\sum_{j=1}^6 4 \cdot [F(P_{T\min}) + 5.25 \cdot P_{Tj1} + 5.75 \cdot P_{Tj2}] = 24 \cdot F(P_{T\min}) + \sum_{j=1}^6 (21 \cdot P_{Tj1} + 23 \cdot P_{Tj2})$$

- Ograničenje po bilansu rezervoara je:

$$V_j - V_{j-1} - 4 \cdot r_j + 4 \cdot q_j = 0, \quad j = 1, \dots, 6$$

odnosno

$$V_j - V_{j-1} + 4 \cdot q_j = 4, \quad j = 1, \dots, 6$$

- Broj 4 u izrazu se javlja zbog činjenice da svaki period j traje 4 časa, a dotok r_j i protok q_j kroz HE dati su po satu.
- Zapremina rezervoara na početku i kraju dana je bila $V_0 = V_6 = 10 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
- Kod poslednje jednačine slobodan član je prebačen na desnu stranu da se forma jednačina prilagodi algoritmu linearног programiranja.

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Bilansna jednačina po snazi je:

$$P_{Tj} + P_{Hj} - P_{Pj} = 0, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

$$P_{T\min} + P_{Tj1} + P_{Tj2} + P_{Hj} - P_{Pj} = 0, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

odnosno

$$P_{Tj1} + P_{Tj2} + P_{Hj} = P_{Pj} - P_{T\min}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- I kod ovih jednačina ograničenja slobodni članovi su prebačeni na desnu stranu radi forme prilagođene LP-u.
- Funkcija snage HE od protoka je:

$$P_{Hj} = 100q_j, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

odnosno:

$$P_{Hj} - 100q_j = 0, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Proračun će se izvršiti u Matlabu primenom ugrađenje funkcije LINPROG. Ova funkcija rešava LP problem definisan na sledeći način

$$\min_x f^T x$$

pod ograničenjima

$$A \cdot x \leq b$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq}$$

$$Lb \leq x \leq Ub$$

- U prethodnim jednačinama A i A_{eq} su matrice, a f , x , b , b_{eq} , Lb i Ub su odgovarajući vektori.
- Format funkcije LINPROG je:
$$[X, Fval, ExitFlag] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, Lb, Ub)$$
- Veličina X predstavlja vrednosti promenljivih stanja, $Fval$ je vrednost kriterijumske funkcije, a $ExitFlag$ kontrolna promenljiva.

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Pre proračuna potrebno je pripremiti podatke u potrebnoj formi. Ulazni podaci su pripremljeni u EXCEL-u. Izgled tabele sa podacima dat je na slici.

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Pokretanjem programa dobijaju su rezultati dati u tabeli.

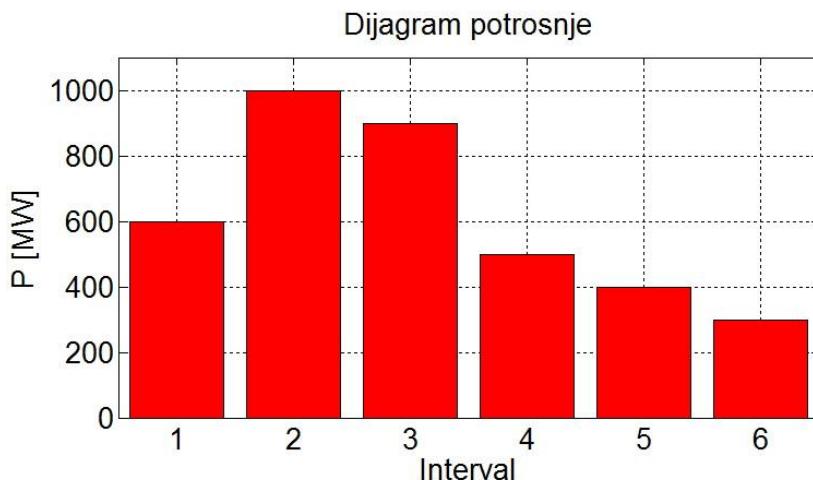
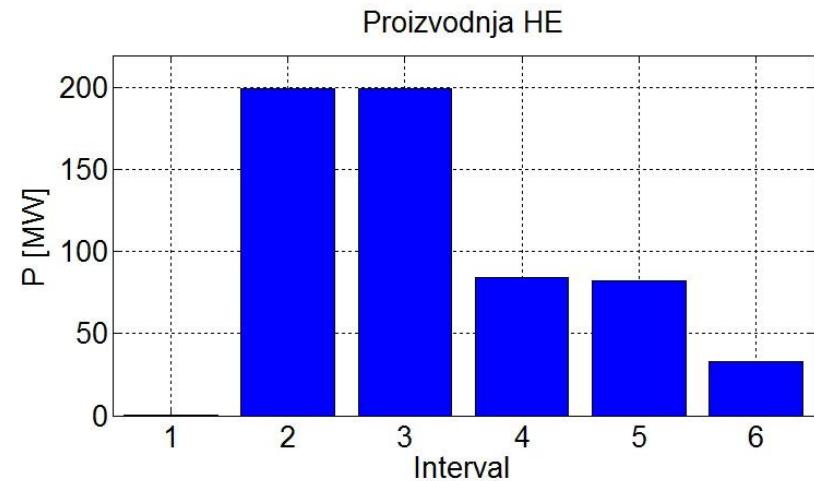
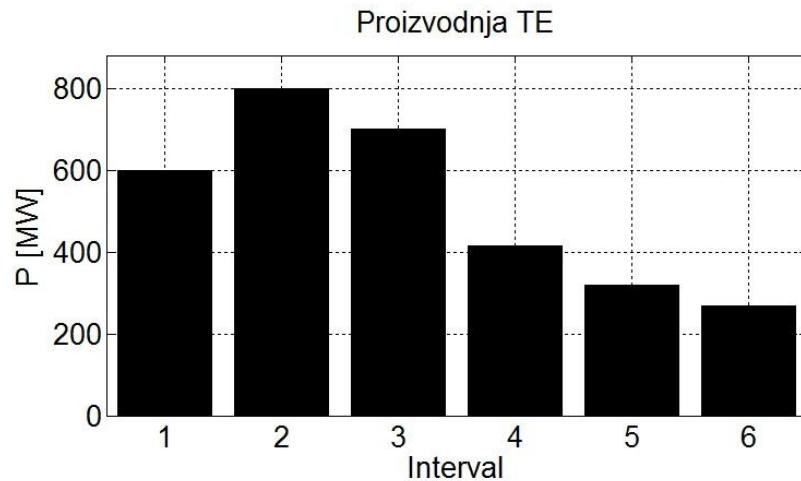
Period j	P_{Pj} [MW]	P_{Tj} [MW]	P_{Hj} [MW]	V_k [10^6 m^3]
1	600	600	0	14
2	1000	800	200	10
3	900	700	200	6
4	500	415.7	84.3	6.63
5	400	317.4	82.6	7.32
6	300	267	33	10

- Vrednost kriterijumske funkcije je 80420 NJ.

Hidro – termo koordinacija

Primer LP proračuna - rešenje

- Rezultati se prikazani i na sledećim graficima



Hidro – termo koordinacija

Dinamičko programiranje

- Problem kratkoročne hidro–termo koordinacije rešiće se i primenom dinamičkog programiranja (DP).
- Analiziraće se isti problem kao i u slučaju LP.
- Za razliku od LP kod ove metode nije potrebno vršiti linearizaciju karakteristika kao što su kriva troškova termo agregata i funkcija izlazne snage HE od protoka.
- Sada se mogu dati osnovne jednačine koje će se koristiti kod metode DP.
- Ako svaki interval j , traje n_j sati, zapremina vode u rezervoaru menja se prema jednačini:

$$V_j = V_{j-1} + n_j(r_j - s_j - q_j)$$

Hidro – termo koordinacija

Dinamičko programiranje

- Kao i kod LP neće se razmatrati preliv, odnosno on neće biti dozvoljen u radu HE. Ako se sa V_i i V_k označe dva različita stanja zapremine rezervoara tako da važi:

$$V_{j-1} = V_i$$

$$V_j = V_k$$

onda je protok kroz turbinu u intervalu j jednak:

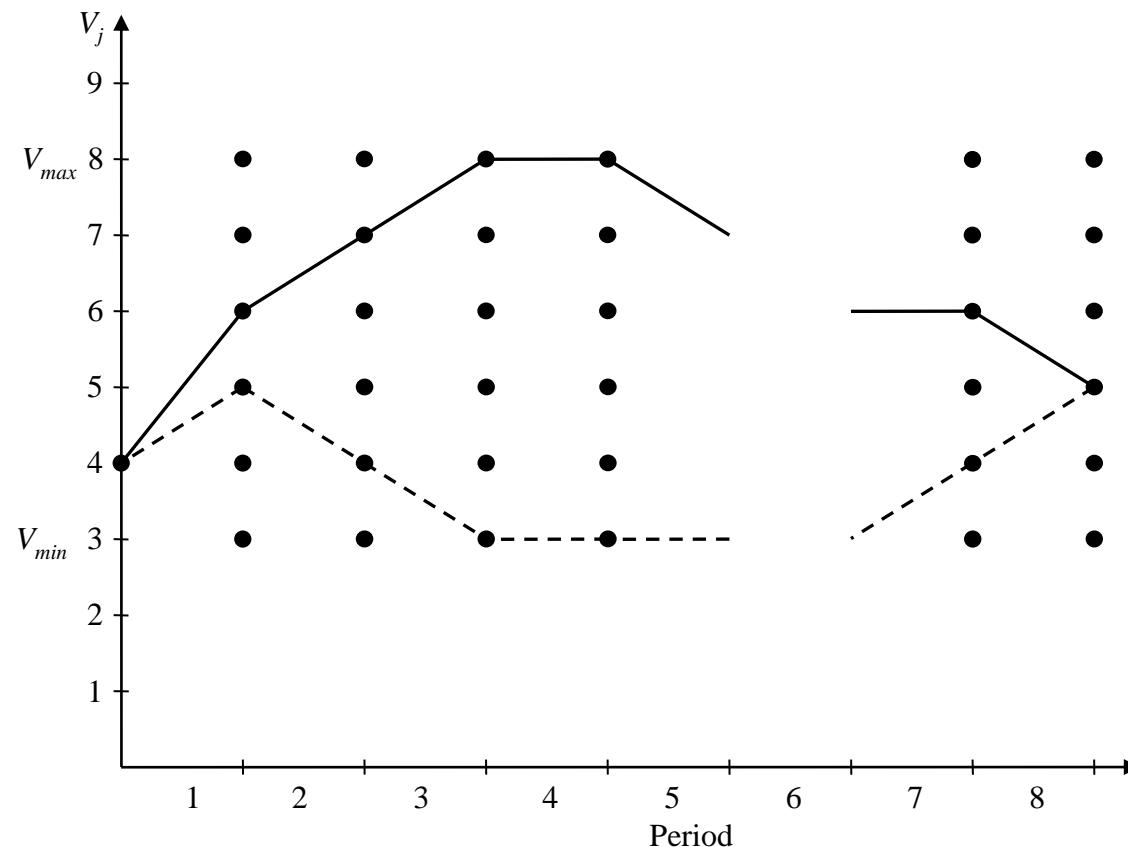
$$q_j = \frac{(V_i - V_k)}{n_j} + r_j$$

- Protok q_j mora biti veći ili jednak nuli i limitiran je maksimalnim protokom q_{max} koji odgovara maksimalnoj izlaznoj snazi HE.
- Rešavanje problema podrazumeva nalaženje puta (trajektorije) sa minimalnim troškovima, a samim tim i zapremine rezervoara na svakoj etapi.

Hidro – termo koordinacija

Dinamičko programiranje

- Kao što je ilustrovano na slici može postojati veliki broj dopustivih puteva.



Hidro – termo koordinacija

Dinamičko programiranje

- DP je u osnovi jednostavna kombinatorna metoda. Uvešće se neke veličine kako bi se pojasnila suština ove metode primenjene na ovaj problem. To su:
 - $\{i\}$ – stanje na početku perioda j ,
 - $\{k\}$ – stanje na kraju perioda j ,
 - $TC_k(j)$ – ukupni troškovi od početnog perioda do kraja perioda j za stanje rezervoara V_k ,
 - $PC(i, j-1 : k, j)$ – troškovi proizvodnje termalne jedinice u periodu j , pri promeni početne zapremine V_i do zampremine na kraju perioda V_k ,
- DP algoritam se može sada opisati jednačinama:

$$TC_k(0) = 0,$$

$$TC_k(j) = \min_{\{i\}} [TC_i(j-1) + PC(i, j-1 : k, j)]$$

Hidro – termo koordinacija

Dinamičko programiranje

- Kod rešavanja ovog problema mora se poznavati dijagram opterećenja kao i dotoci u rezervoar.
- Brzina pražnjenja kroz hidroagregat je, naravno, određena početnom i krajnjom zapreminom rezervoara, i na osnovu toga određuju se vrednosti P_H i P_T .
- Troškovi proizvodnje TE direktno se računaju pomoću krive troškova.
- Pri proračunu može se pokazati da postoje stanja zapremine V_k koja su nedostizna iz nekih početnih stanja zapremine V_i zbog ograničenja rada hidroelektrana.
- Postoje mnoge varijacije hidrauličkih ograničenja koje se mogu uključiti u DP proračun.
- Na primer, brzine protoka mogu biti konstantne tokom određenih intervala kako bi se omogućile migracije riba ili da bi se obezbedila voda za navodnjavanje.

Hidro – termo koordinacija

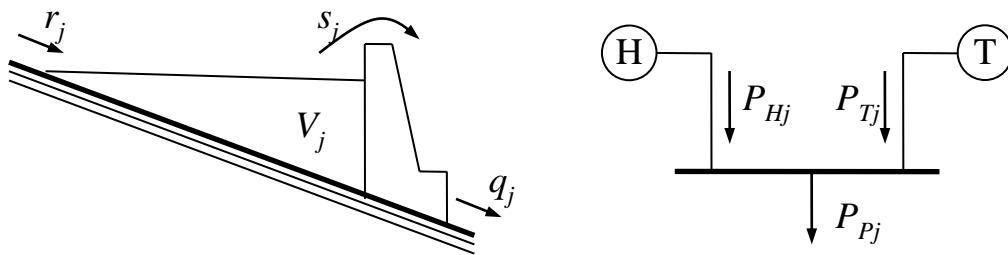
Dinamičko programiranje

- Korišćenje zapreme akumulacije kao promenljive stanja ograničava broj mogućih izlaznih snaga HE koje se razmatraju u svakoj fazi, pošto protok određuje vrednost izlazne snage.
- Ako se uzme u obzir postrojenje sa promenljivim padom, to komplikuje izračunavanje izlazne snage jer se za njeno određivanje mora koristiti prosečna visina.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna

- Uradiće se isti primer kao kod LP proračuna.
- Za sistem sa slike rešiti problem kratkotročne hidro–termo koordinacije.



- Kriva troškova TE data je jednačinom:

$$F = 700 + 4.8P_T + 0.0005P_T^2$$

- U prethodnom izrazu snaga P_T je u MW i $200 \leq P_T \leq 1200$ MW, troškovi u NJ/h. HE je elektrana sa konstantnim padom pri čemu je zavisnost snage od protoka data izrazom:

$$P_H = 100q$$

- Snaga P_H je u MW i $0 \leq P_H \leq 200$ MW. Protok q je u $10^6 \text{ m}^3/\text{h}$.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna

- Preliv nije uzet u razmatranje. Početna i krajnja zapremina akumulacije je $10 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Donja granica zapremine rezervoara je $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, a gornja $18 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
- Potrebno je koordinisati rad ove dve elektrane u toku jednog dana (24 h) koji je podeljen na 6 pojedinačnih perioda istog trajanja od 4 h ($n_j = 4 \text{ h}$).
- Potrošnja i srednji dotoci u akumulaciono jezero su dati u tabeli:

Period j	P_{Pj} [MW]	r_j [$10^6 \text{ m}^3/\text{h}$]
1	600	1
2	1000	1
3	900	1
4	500	1
5	400	1
6	300	1

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Da je ovo realni problem, pretraga bi mogla da počne sa grubljom podelom za vremenske intervale i za stanje zapremine akumulacije.
- To bi omogućilo kasniju finiju potragu za optimalnom putanjom nakon što bi se grubom pretraga približili rešenju.
- Finija podela vremenskih intervala i stanja zapremine akumulacije mogla bi se iskoristiti za nalaženje bolje putanje.
- Potrebno je naglasiti da DP dobro funkcioniše za probleme sa konveksnim (konkavnim) funkcijama.
- U ovom primeru, primeniće se vremenska podela od 4 h, a podela za stanje zapremine od $2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
- Prema tome, moguća stanja zapremine, s obzirom na ograničenja, su $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, $8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, $10 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, $12 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, $14 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, $16 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ i $18 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
- U nastavku, radi jednostavosti, odgovarajuće veličine će se navoditi u milionima, odnosno bez člana 10^6 .

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- U toku bilo kog perioda protok kroz HE je:

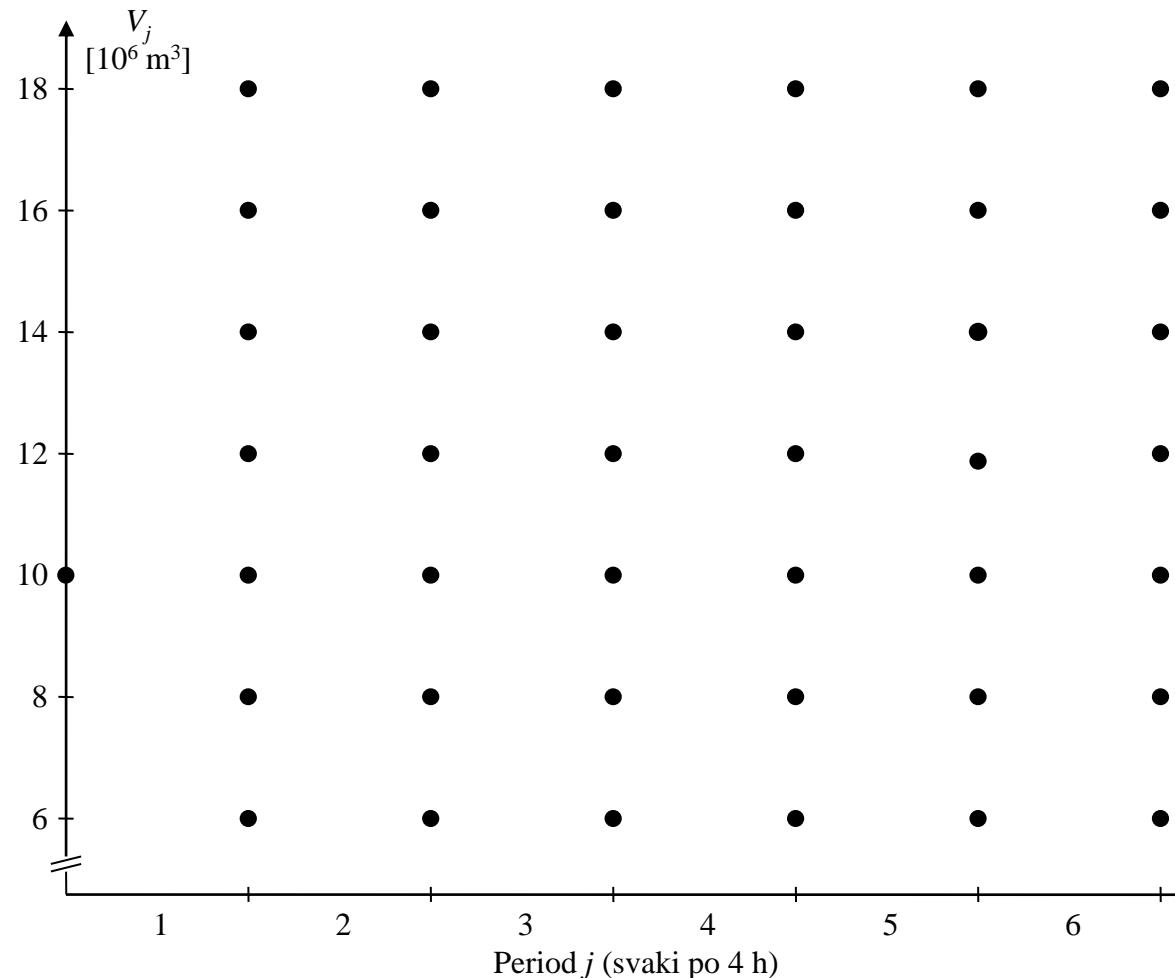
$$q_j = \frac{(V_{j-1} - V_j)}{4} + 1$$

- Protok mora biti veći ili jednak nuli i ograničen na vrednost $2 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{h}$. U ovom primeru koristi se eksplisitna jednačina koja daje snagu HE u funkciji od protoka. Veza ove dve veličine kod DP algoritma može biti i u obliku tabele.
- DP procedura se može ilustrovati formiranjem odgovarajućih tabela. Proračun počinje od stanja rezervoara kome odgovara vrednost zapremine $V_i = 10$, odnosno $10 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Diskretizacija u pogledu zapemine i vremena ilustrovana je na slici



Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Iz tog početnog stanja akumulacija može u toku 1. perioda, s obzirom na dotok i na moguće vrednosti protoka, da pređe u pet mogućih stanja zapremine (6, 8, 10, 12 i 14).
- Početno stanje zapremine obeleženo je sa V_i a krajnje sa V_k . To je prikazano u tabeli u prvoj i drugoj koloni.

$j = 1$		$P_p(1) = 600 \text{ MW}$			$\{i\}=10$	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
14	10	0	0	600	15040	15040
12	10	0.5	50	550	13965	13965
10	10	1	100	500	12900	12900
8	10	1.5	150	450	11845	11845
6	10	2	200	400	10800	10800

Hidro – termo koordinacija

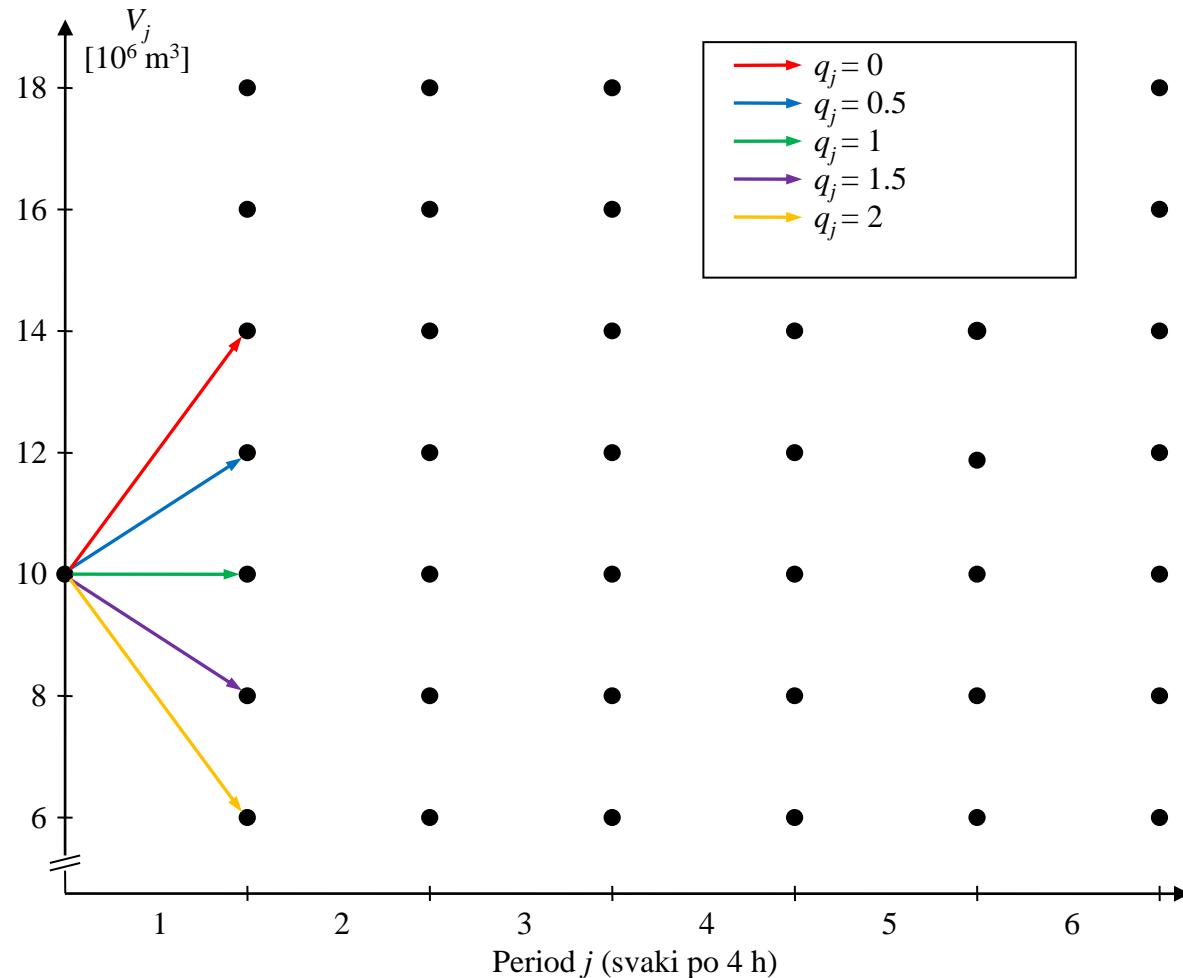
Primer DP proračuna - rešenje

- Svakom prelazu iz stanja i u stanje k odgovara vrednost protoka a samim tim i vrednost izlazne snage HE, P_H .
- Imajući u vidu balansnu jednačinu koja mora da se zadovolji, na osnovu potrošnje u 1. periodu i proizvodnje HE može se odrediti snaga TE, P_T .
- Odgovarajući protoci, i snage P_H i P_T date su takođe u tabeli.
- Na osnovu snage P_T , mogu se izračunati troškovi proizvodnje TE, odnosno troškovi prelaza iz početnog u neko od mogućih stanja (veličina PC u tabeli). I troškovi su takođe dati u tabeli.
- U poslednjoj koloni minimalna vrednost ukupnih troškova je data u crvenoj boji. Ta konvencija će se zadržati i kod analize za ostale periode.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Ova faza proračuna ilustrovana je na slici.



Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Proračun u drugom periodu je malo komplikovaniji.
- U prvom periodu bilo je samo jedno početno stanje odnosno skup početnih stanja imao je samo jedan član ($\{i\}=[10]$).
- U drugom periodu broj početnih stanja je 5 ($\{i\}=[6,8,10,12,14]$).
- Iz tih stanja može se preći u nova stanja na kraju drugog perioda.
- Svi mogući prelazi iz stanja i u stanja k sumirani su u tabeli.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

$j = 2$		$P_p(2) = 1000 \text{ MW}$			{i}=[6,8,10,12,14]	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
18	14	0	0	1000	24000	39040
16	14	0.5	50	950	22845	37885
	12	0	0	1000	24000	37965
14	14	1	100	900	21700	36740
	12	0.5	50	950	22845	36810
	10	0	0	1000	24000	36900
	14	1.5	150	850	20565	35605
12	12	1	100	900	21700	35665
	10	0.5	50	950	22845	35745
	8	0	0	1000	24000	35845
	14	2	200	800	19440	34480
10	12	1.5	150	850	20565	34530
	10	1	100	900	21700	34600
	8	0.5	50	950	22845	34690
	6	0	0	1000	24000	34800
	12	2	200	800	19440	33405
8	10	1.5	150	850	20565	33465
	8	1	100	900	21700	33545
	6	0.5	50	950	22845	33645
	10	2	200	800	19440	32340
6	8	1.5	150	850	20565	32410
	6	1	100	900	21700	32500

Hidro – termo koordinacija

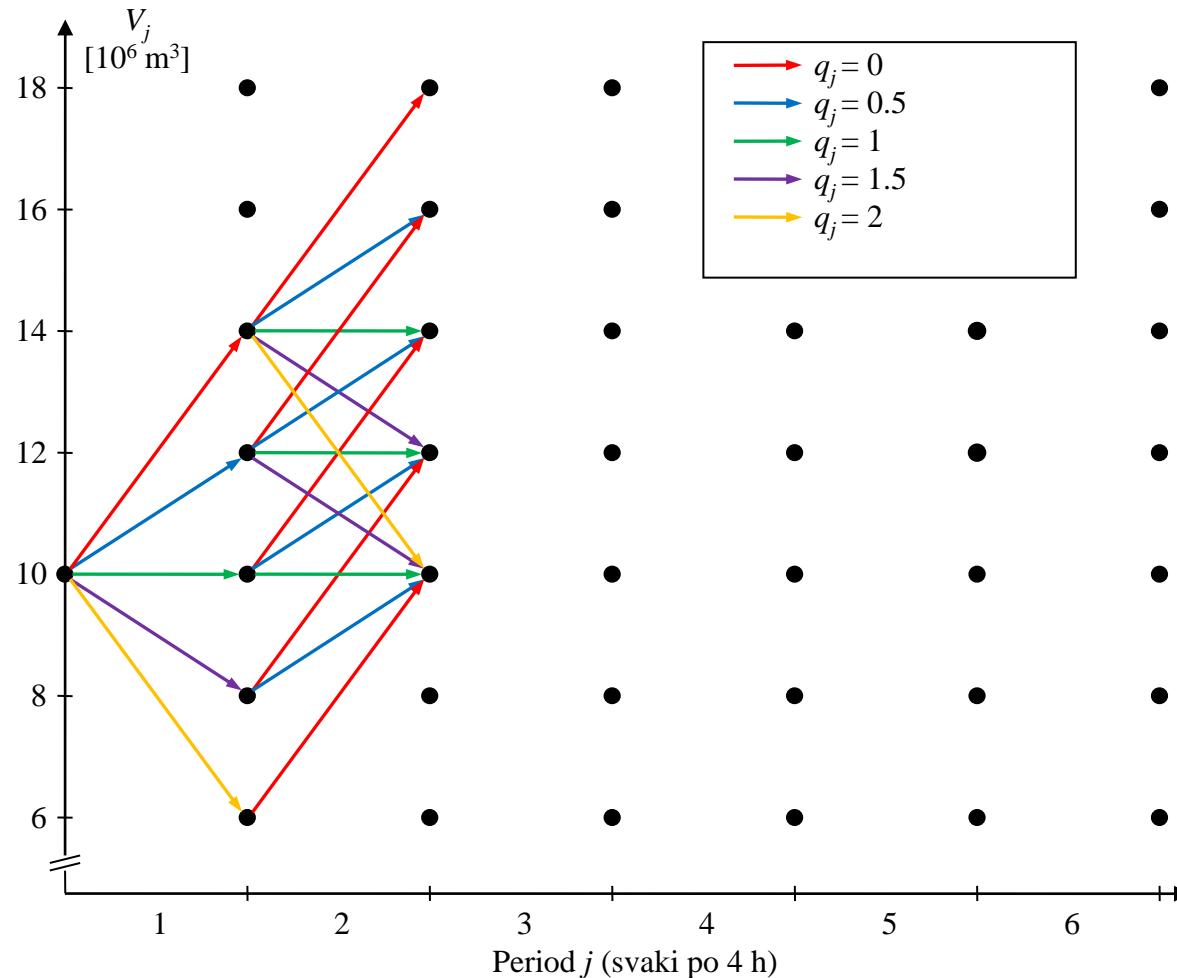
Primer DP proračuna - rešenje

- Na primer u stanje 18 može se preći samo iz stanja 14, u stanje 16 može se preći iz stanja 14 i 12, u stanje 14 može se preći iz stanja 14, 12 i 10, itd.
- Svakom prelazu odgovara vrednost protoka, snage HE i snage TE.
- Svakom prelazu odgovaraju troškovi proizvodnje TE.
- U poslednjoj koloni tabele dati su ukupni troškovi putanje od početka proračuna pa do kraja drugog perioda.
- Minimalne vrednosti troškova za odgovarajuće stanje su obojene crvenom bojom.
- Ukupni trošak (TC_k) se računa na sledeći način.
- Na primer troškovi prelaza iz stanja 14 u stanje 18 su 24000.
- Minimalni troškovi da se dođe u stanje 14 na kraju prvog perioda mogu se dobiti iz prethodne tabele i iznose 15040, pa su sada ukupni troškovi da se stigne u stanje 18 odgovarajućom putanjom jednaki 39400.
- Na ovaj način mogu se izračunati troškovi za sve putanje.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Faza proračuna ilustrovana je na slici (nisu nacrtani svi prelazi iz tabele).



Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
3. period

$j = 3$		$P_P(3) = 900 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$
18	18	1	100	800	19440 58480
	16	0.5	50	850	20565 58450
	14	0	0	900	21700 58440
16	18	1.5	150	750	18325 57365
	16	1	100	800	19440 57325
	14	0.5	50	850	20565 57305
	12	0	0	900	21700 57305
14	18	2	200	700	17220 56260
	16	1.5	150	750	18325 56210
	14	1	100	800	19440 56180
	12	0.5	50	850	20565 56170
	10	0	0	900	21700 56180
12	16	2	200	700	17220 55105
	14	1.5	150	750	18325 55065
	12	1	100	800	19440 55045
	10	0.5	50	850	20565 55045
	8	0	0	900	21700 55105
10	14	2	200	700	17220 53960
	12	1.5	150	750	18325 53930
	10	1	100	800	19440 53920
	8	0.5	50	850	20565 53970
	6	0	0	900	21700 54040
8	12	2	200	700	17220 52825
	10	1.5	150	750	18325 52805
	8	1	100	800	19440 52845
	6	0.5	50	850	20565 52905
6	10	2	200	700	17220 51700
	8	1.5	150	750	18325 51730
	6	1	100	800	19440 51780

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
4. period

$j = 4$		$P_P(4) = 500 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]		
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
18	18	1	100	400	10800	69240
	16	0.5	50	450	11845	69150
	14	0	0	500	12900	69070
16	18	1.5	150	350	9765	68205
	16	1	100	400	10800	68105
	14	0.5	50	450	11845	68015
	12	0	0	500	12900	67945
14	18	2	200	300	8740	67180
	16	1.5	150	350	9765	67070
	14	1	100	400	10800	66970
	12	0.5	50	450	11845	66890
	10	0	0	500	12900	66820
12	16	2	200	300	8740	66045
	14	1.5	150	350	9765	65935
	12	1	100	400	10800	65845
	10	0.5	50	450	11845	65765
	8	0	0	500	12900	65705
10	14	2	200	300	8740	64910
	12	1.5	150	350	9765	64810
	10	1	100	400	10800	64720
	8	0.5	50	450	11845	64650
	6	0	0	500	12900	64600
8	12	2	200	300	8740	63785
	10	1.5	150	350	9765	63685
	8	1	100	400	10800	63605
	6	0.5	50	450	11845	63545
6	10	2	200	300	8740	62660
	8	1.5	150	350	9765	62570
	6	1	100	400	10800	62500

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
5. period

		$j = 5$	$P_P(5) = 400 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]		
	V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
14	18	2	200	200	6720	75790	
	16	1.5	150	250	7725	75670	
	14	1	100	300	8740	75560	
	12	0.5	50	350	9765	75470	
	10	0	0	400	10800	75400	
12	16	2	200	200	6720	74665	
	14	1.5	150	250	7725	74545	
	12	1	100	300	8740	74445	
	10	0.5	50	350	9765	74365	
	8	0	0	400	10800	74345	
10	14	2	200	200	6720	73540	
	12	1.5	150	250	7725	73430	
	10	1	100	300	8740	73340	
	8	0.5	50	350	9765	73310	
	6	0	0	400	10800	73300	
8	12	2	200	200	6720	72425	
	10	1.5	150	250	7725	72325	
	8	1	100	300	8740	72285	
	6	0.5	50	350	9765	72265	
6	10	2	200	200	6720	71320	
	8	1.5	150	250	7725	71270	
	6	1	100	300	8740	71240	

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Proračun u poslednjem intervalu dat je u tabeli.

$j = 6$		$P_P(6) = 300 \text{ MW}$			{i}=[6,8,10]	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
	10	1	100	200	6720	80020
10	8	0.5	50	250	7725	79990
	6	0	0	300	8740	79980

- Po uslovu zadatka zapremina rezervoara na kraju ovog intervala jednaka je 10.
- Zbog ograničenja rada termo agregata u ovo stanje može se preći samo iz tri prethodna stanja. To su stanja 10, 8 i 6.
- Minimalna vrednost u poslednjoj koloni tabele predstavlja minimalnu vrednost putanje od početka 1. perioda do kraja 6. perioda, odnosno u toku 24-časovnog perioda.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Sada se vraćanjem unazad kroz tabele može odrediti optimalna putanja. Iz tabele za 6. period vidi se da se minimalna vrednost ima za prelaz iz stanja 6 u stanje 10.

$j = 6$		$P_P(6) = 300 \text{ MW}$			{i}=[6,8,10]	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
10	10	1	100	200	6720	80020
10	8	0.5	50	250	7725	79990
10	6	0	0	300	8740	79980

- Sada je potrebno videti u 5. periodu koji je optimalni prelaz u stanje 6. Može se videti da je to prelaz iz stanja 6.
- Isti rezon može da se primeni i na ostale periode.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
5. period

		$j = 5$	$P_P(5) = 400 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]		
	V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
14	18	2	200	200	6720	75790	
	16	1.5	150	250	7725	75670	
	14	1	100	300	8740	75560	
	12	0.5	50	350	9765	75470	
	10	0	0	400	10800	75400	
12	16	2	200	200	6720	74665	
	14	1.5	150	250	7725	74545	
	12	1	100	300	8740	74445	
	10	0.5	50	350	9765	74365	
	8	0	0	400	10800	74345	
10	14	2	200	200	6720	73540	
	12	1.5	150	250	7725	73430	
	10	1	100	300	8740	73340	
	8	0.5	50	350	9765	73310	
	6	0	0	400	10800	73300	
8	12	2	200	200	6720	72425	
	10	1.5	150	250	7725	72325	
	8	1	100	300	8740	72285	
	6	0.5	50	350	9765	72265	
6	10	2	200	200	6720	71320	
	8	1.5	150	250	7725	71270	
	6	1	100	300	8740	71240	

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
4. period

$j = 4$		$P_P(4) = 500 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]		
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
18	18	1	100	400	10800	69240
	16	0.5	50	450	11845	69150
	14	0	0	500	12900	69070
16	18	1.5	150	350	9765	68205
	16	1	100	400	10800	68105
	14	0.5	50	450	11845	68015
	12	0	0	500	12900	67945
14	18	2	200	300	8740	67180
	16	1.5	150	350	9765	67070
	14	1	100	400	10800	66970
	12	0.5	50	450	11845	66890
	10	0	0	500	12900	66820
12	16	2	200	300	8740	66045
	14	1.5	150	350	9765	65935
	12	1	100	400	10800	65845
	10	0.5	50	450	11845	65765
	8	0	0	500	12900	65705
10	14	2	200	300	8740	64910
	12	1.5	150	350	9765	64810
	10	1	100	400	10800	64720
	8	0.5	50	450	11845	64650
	6	0	0	500	12900	64600
8	12	2	200	300	8740	63785
	10	1.5	150	350	9765	63685
	8	1	100	400	10800	63605
	6	0.5	50	450	11845	63545
6	10	2	200	300	8740	62660
	8	1.5	150	350	9765	62570
	6	1	100	400	10800	62500

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
3. period

$j = 3$		$P_P(3) = 900 \text{ MW}$		{i}=[6,8,10,12,14,16,18]		
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
18	18	1	100	800	19440	58480
	16	0.5	50	850	20565	58450
	14	0	0	900	21700	58440
16	18	1.5	150	750	18325	57365
	16	1	100	800	19440	57325
	14	0.5	50	850	20565	57305
	12	0	0	900	21700	57305
14	18	2	200	700	17220	56260
	16	1.5	150	750	18325	56210
	14	1	100	800	19440	56180
	12	0.5	50	850	20565	56170
	10	0	0	900	21700	56180
12	16	2	200	700	17220	55105
	14	1.5	150	750	18325	55065
	12	1	100	800	19440	55045
	10	0.5	50	850	20565	55045
	8	0	0	900	21700	55105
10	14	2	200	700	17220	53960
	12	1.5	150	750	18325	53930
	10	1	100	800	19440	53920
	8	0.5	50	850	20565	53970
	6	0	0	900	21700	54040
8	12	2	200	700	17220	52825
	10	1.5	150	750	18325	52805
	8	1	100	800	19440	52845
	6	0.5	50	850	20565	52905
	6	2	200	700	17220	51700
6	8	1.5	150	750	18325	51730
	6	1	100	800	19440	51780

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

Tabela za
2. period

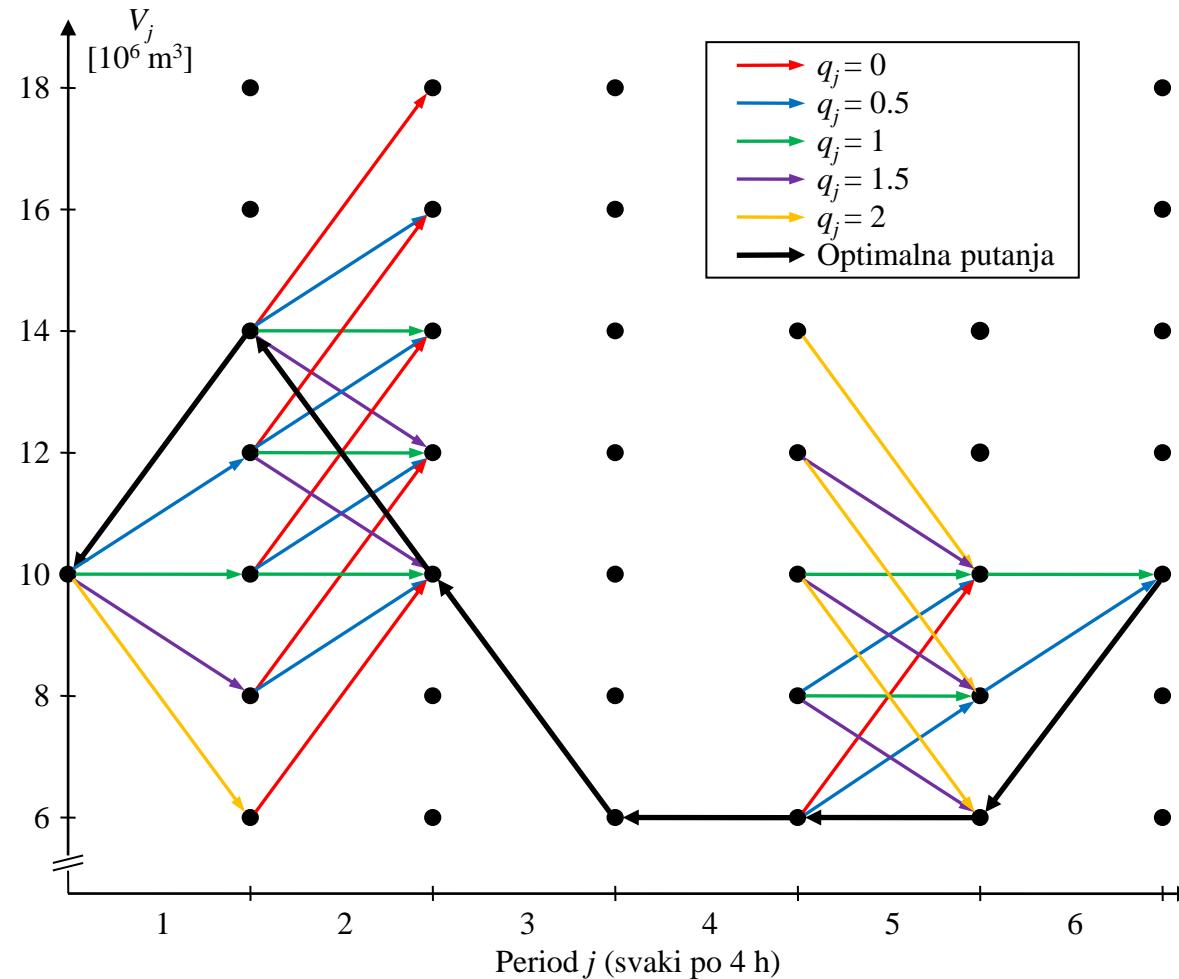
$j = 2$		$P_P(2) = 1000 \text{ MW}$			$\{i\} = [6,8,10,12,14]$	
V_k	V_i	q	P_H	P_T	$PC(i,j-1:k,j)$	$TC_k(j)$
18	14	0	0	1000	24000	39040
	14	0.5	50	950	22845	37885
	12	0	0	1000	24000	37965
16	14	1	100	900	21700	36740
	12	0.5	50	950	22845	36810
	10	0	0	1000	24000	36900
14	14	1.5	150	850	20565	35605
	12	1	100	900	21700	35665
	10	0.5	50	950	22845	35745
	8	0	0	1000	24000	35845
12	14	2	200	800	19440	34480
	12	1.5	150	850	20565	34530
	10	1	100	900	21700	34600
	8	0.5	50	950	22845	34690
	6	0	0	1000	24000	34800
10	12	2	200	800	19440	33405
	10	1.5	150	850	20565	33465
	8	1	100	900	21700	33545
	6	0.5	50	950	22845	33645
8	10	2	200	800	19440	32340
	8	1.5	150	850	20565	32410
	6	1	100	900	21700	32500

- Konačno u stanje 14 u prvom periodu moglo se preći samo iz stanja 10. To je stanje od koga je i krenuo proračun. Na taj način dobijena je optimalna putanja.

Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Optimalna putnaja prikazana je na slici.



Hidro – termo koordinacija

Primer DP proračuna - rešenje

- Na osnovu stanja zapremine i protoka u pojedinim periodima može se odrediti snaga proizvodnje HE, a samim tim i proizvodnja TE. Rezultati se mogu sumirati u tabeli.

Period j	P_{Pj} [MW]	P_{Tj} [MW]	P_{Hj} [MW]	V_k [10^6 m^3]
1	600	600	0	14
2	1000	800	200	10
3	900	700	200	6
4	500	400	100	6
5	400	300	100	6
6	300	300	0	10

- Vrednost kriterijumske funkcije je 79980 NJ.