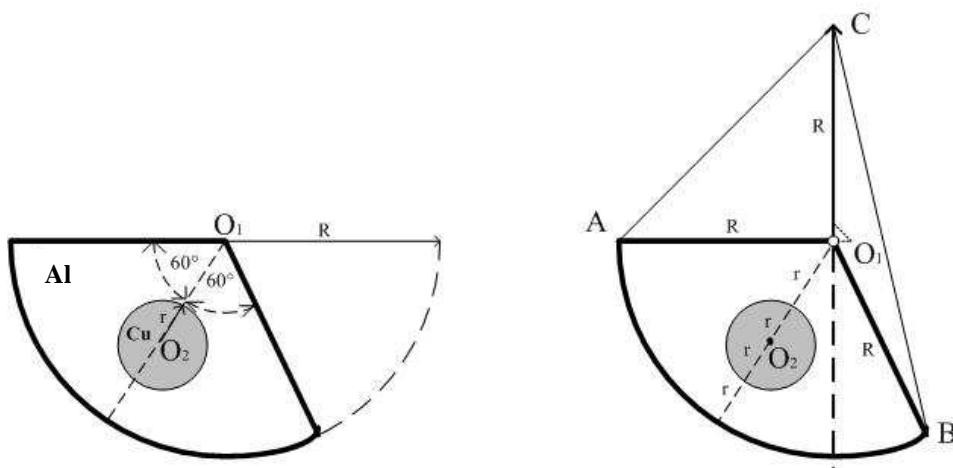




MEHANIKA (OG2M) **(Kolokvijum)**

1. U kružni isečak aluminijumske ploče umetnut je bakarni kružni deo. Ploča se održava u horizontalnom položaju pomoću sfernog zgloba O_1 i užadi AC i BC zanemarljive težine, kao na slici. Tačka C se nalazi na vertikalnom zidu, na udaljenosti R od zgloba. Odrediti silu reakcije zgloba i sile zatezanja u užadima. Podaci za ploču su:

- poluprečnik $R=4r=100$ cm,
- debljina ploče $d=1$ cm,
- specifične gustine za materijale su: $\rho_{Al}=2700 \text{ kg/m}^3$ i $\rho_{Cu}=8900 \text{ kg/m}^3$.

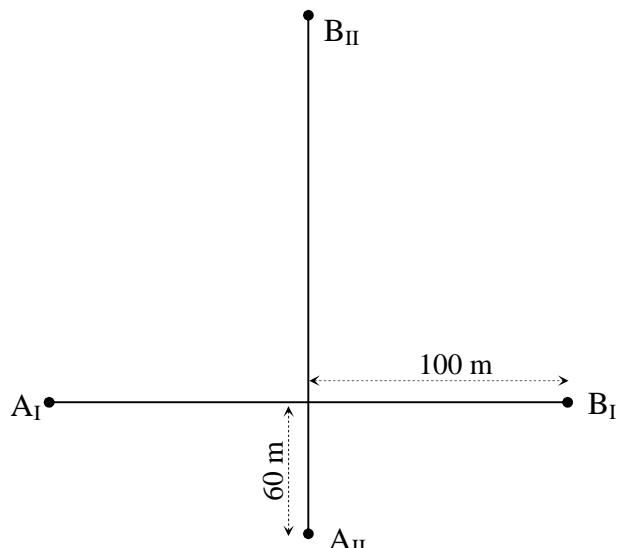


2. Analiziraju se dva nadzemna voda (I i II) koji su relizovani bakarnim provodnicima (užadima) identičnih karakteristika. Provodnici su projektovani tako da su pri temperaturi montaže $t_m=30^\circ\text{C}$ njihovi maksimalni ugibi $f_{mI} = f_{mII} = 6 \text{ m}$.

Vodovi se ukrštaju u rasponima $A_I B_I$ i $A_{II} B_{II}$, pri čemu je $\overline{A_I B_I} = \overline{A_{II} B_{II}} = 200 \text{ m}$. Položaj tačaka vešanja u analiziranim rasponima je prikazan na slici (pogled odozgo). Tačke vešanja u analiziranim rasponima su fiksne i nalaze se iznad ravног terena. Visina tačaka vešanja A_I i B_I je $H_I=11 \text{ m}$.

Pri temperaturi $t=-5^\circ\text{C}$, na provodnike oba dalekovoda se ravnomerno nahuвata led, čija je podužna težina $q_L=2,5 \text{ N/m}$. Proračunati minimalnu visinu tačaka vešanja A_{II} i B_{II} ($H_{II}>H_I$), tako da minimalno međusobno rastojanje između provodnika dalekovoda I i II ne bude manje od $d_{min}=2 \text{ m}$, u uslovima kada sa dalekovoda I sapadne led, a na dalekovodu II ostane dodatni teret usled leda (provodnici oba dalekovoda ostaju na temperaturi $t=-5^\circ\text{C}$).

Parametri užadi su: $A=50 \text{ mm}^2$, $\gamma=8,9 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$, $E=11 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, $\sigma_d=10^8 \text{ Pa}$, $\alpha=17 \cdot 10^{-6} 1/\text{C}$.



MEHANIKA (OG2M)
Rešenja zadataka

1.

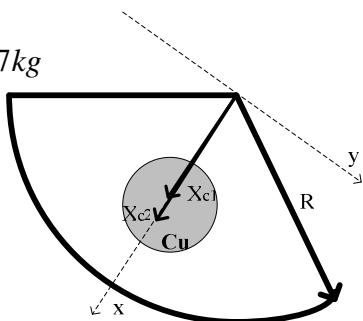
Prvo je potrebno odrediti težište ploče. To je moguće uraditi na više načina. Jedan od načina je da se pretpostavi da je ploča cela od Al, a od Cu kružnog dela oduzima se Al deo.

$$m_1 = m_{Al} = \rho_{Al} \frac{1}{2} \frac{2\pi}{3} R^2 d = 2700 \frac{\pi}{3} 10^{-2} = 28,26 kg$$

$$m_2 = m_{Cu-Al} = r^2 \pi (\rho_{Cu} - \rho_{Fe}) d = 0,25^2 \pi (8900 - 2700) 0,01 = 12,17 kg$$

$$x_{c1} = \frac{2}{3} R \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 0,55 m$$

$$x_{c2} = 2r = 0,5m$$



U zadatku je pet nepoznatih pa je potrebno postaviti pet jenacina:

$$S_A = S_B = S$$

$$X_0 - 2S \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} = 0$$

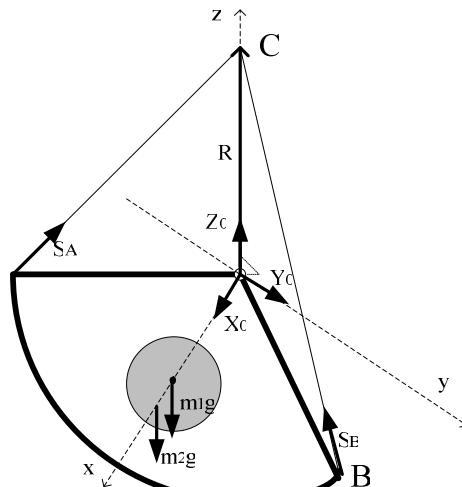
$$Y_0 - S \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} + S \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} = 0$$

$$Z_0 + 2S \cos \frac{\pi}{4} - (m_1 + m_2)g = 0$$

$$(m_2 x_{c2} + m_1 x_{c1})g - 2S \cos \frac{\pi}{4} R \sin \frac{\pi}{6} = 0$$

Rešenje sistema, rezultati, su:

$$S = \frac{(m_2 x_{c2} + m_1 x_{c1})g}{2 \cos \frac{\pi}{4} R \sin \frac{\pi}{6}} = 300,93 N$$



$$Z_0 = -2S \cos \frac{\pi}{4} + (m_1 + m_2)g = -27,73 N$$

$$Y_0 = 0$$

$$X_0 = 2S \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} = 213,43 N$$

2.

U uslovima montaže pri $t=t_m=30^0C$ mehanički napon u analiziranim užadima voda je:

$$\sigma_{ml} = \sigma_{mll} = \sigma_m = \frac{\gamma^2}{2f_m} = \frac{8,9 \cdot 10^4 \cdot 100^2}{2 \cdot 6} = 7,417 \cdot 10^7 Pa.$$

Prororačun ugiba i naprezanja pri temperaturi $t=-5^0C$ bez dodatnog opterećenja:

$$f^3 - f \frac{3}{2} l^2 \left[\frac{\gamma^2 l^2}{6\sigma_0^2} + \alpha(t - t_0) - \frac{\sigma_0}{E} \right] - \frac{3}{4} \frac{\gamma^4}{E} = 0$$

$$f^3 - \frac{3}{2} \cdot 100^2 \left[\frac{(8,9 \cdot 10^4)^2 \cdot 100^2}{6 \cdot (7,41 \cdot 10^7)^2} + 17 \cdot 10^{-6} (t - 30) - \frac{6,36 \cdot 10^7}{11 \cdot 10^{10}} \right] \cdot f - \frac{3}{4} \frac{8,9 \cdot 10^4 \cdot 100^4}{11 \cdot 10^{10}} = 0$$

$$f_{-5}^3 - 16,96 f_{-5} - 60,68 = 0 \Rightarrow f_{-5} = 5,325 \text{ m.}$$

$$\sigma_{-5} = \frac{\gamma^2}{2f_{-5}} = \frac{8,9 \cdot 10^4 \cdot 60^2}{2 \cdot 5,325} = 8,357 \cdot 10^7 \text{ Pa.}$$

Prororačun dužine nezategnutog provodnika pri temperaturi $t = -5^\circ\text{C}$:

$$f_{-5}^3 - \frac{3}{4} l (2L_0 - 2l) f_{-5} - \frac{3}{4} \frac{\gamma_{ekv} l^4}{E} = 0$$

$$(2L_0 - 2l) = \frac{f_{-5}^3 - \frac{3}{4} \frac{\gamma^4}{E}}{\frac{3}{4} l \cdot f_{-5}} = \frac{5,325^3 - \frac{3}{4} \frac{8,9 \cdot 10^4 \cdot 100^4}{11 \cdot 10^{10}}}{\frac{3}{4} 100 \cdot 5,325} = 0,2261 \text{ m}$$

Prororačun maksimalnog ugiba provodnika pri temperaturi $t = t_L = -5^\circ\text{C}$ sa dodatnim opterećenjem usled leda:

$$\gamma_{Lekv} = \frac{q_L}{A} = \frac{2,5}{50 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3, \quad \gamma_{ekv} = \gamma + \gamma_{Lekv} = 13,9 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$$

$$f_L^3 - \frac{3}{4} l (2L_0 - 2l) f_L - \frac{3}{4} \frac{\gamma_{ekv} l^4}{E} = 0$$

$$f_L^3 - 16,957 f_L - 94,773 = 0 \Rightarrow f_L = 5,776 \text{ m.}$$

$$\sigma_L = \frac{\gamma_{ekv} l^2}{2f_L} = \frac{13,9 \cdot 10^4 \cdot 100^2}{2 \cdot 5,776} = 1,203 \cdot 10^8 \text{ Pa.}$$

Provodnik ju u uslovima leda mehanički preopterećen (oko 20 %), u odnosu na dozvoljeno naprezanje. S obzirom na stepen preopterećenja može se zaključiti da je i dalje u zoni elastičnih proporcionalnih deformacija.

Jednačina linije visočijeg provodnika:

$$y = \frac{q_{ekv} x^2}{2H} = \frac{\gamma_{ekv} x^2}{2\sigma_L}.$$

Ugib visočijeg provodnika u tački na mestu ukrštanja:

$$f' = f_L - y(x = x' = 40 \text{ m}) = f_L + \frac{\gamma_{ekv} x'^2}{2\sigma_L} = 5,776 - \frac{13,9 \cdot 10^4 \cdot 40^2}{2 \cdot 1,203 \cdot 10^8} = 4,852 \text{ m.}$$

Potrebna visina tačaka vešanja visočijeg provodnika:

$$H_{II} = H_I - f_{-5} + d_{\min} + f' = 11 - 5,325 + 2 + 4,852 = 12,53 \text{ m.}$$