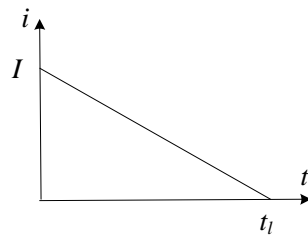


1. Gašenje luka jednosmerne struje

1. Parametri kola jednosmerne struje u kome se vrši prekidanje struje su: aktivni otpor kola je $R=1 \Omega$ i induktivnost kola je $L=0,1 \text{ H}$. U procesu gašenja luka struja opada linearno kao na slici 26.1. Vreme gašenja luka je $t_l=0,1 \text{ s}$, a napon izvora je $E=200\text{V}$.

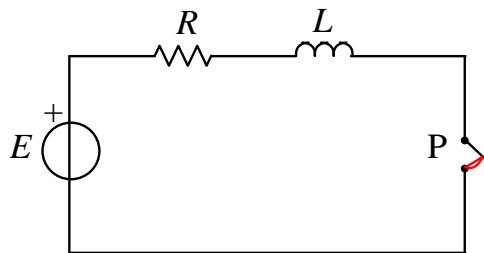
- Odrediti pad napona na električnom luku u trenutku njegovog gašenja (napon gašenja luka).
- Odrediti energiju koja se oslobađa u električnom luku.



Slika: *Linearno smanjenje struje pri gašenju luka jednosmerne struje*

Rešenje:

- Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje je prikazano na slici 26.2:



Slika 26.2: *Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje*

Stacionarna struja u kolu pre početka razdvajanja kontakata je:

$$I = \frac{E}{R} = 200 \text{ A}$$

Otvaranjem kontakata uspostavlja se električni luk a struja se u procesu gašenja luka u vremenu t_l linearno smanjuje od vrednosti I do vrednosti 0:

$$i = \begin{cases} I \cdot \left(1 - \frac{t}{t_l}\right) & \text{za } 0 < t < t_l \\ 0 & \text{za } t > t_l \end{cases}$$

Jednačina dinamičke ravnoteže u procesu gašenja luka (jednačina prema II Kirhofovom zakonu) je:

$$E = Ri + L \frac{di}{dt} + u_l$$

gde je u_l pad napona na električnom luku (napon na luku).

Pad napona na induktivnosti u toku procesu gašenja luka je:

$$L \frac{di}{dt} = E - Ri - u_l = -\Delta U$$

gde je $\Delta U = u_l - (E - Ri)$ razlika napona luka i napona koji daje izvor.

U procesu gašenja luka je

$$\frac{di}{dt} = -\frac{I}{t_l}$$

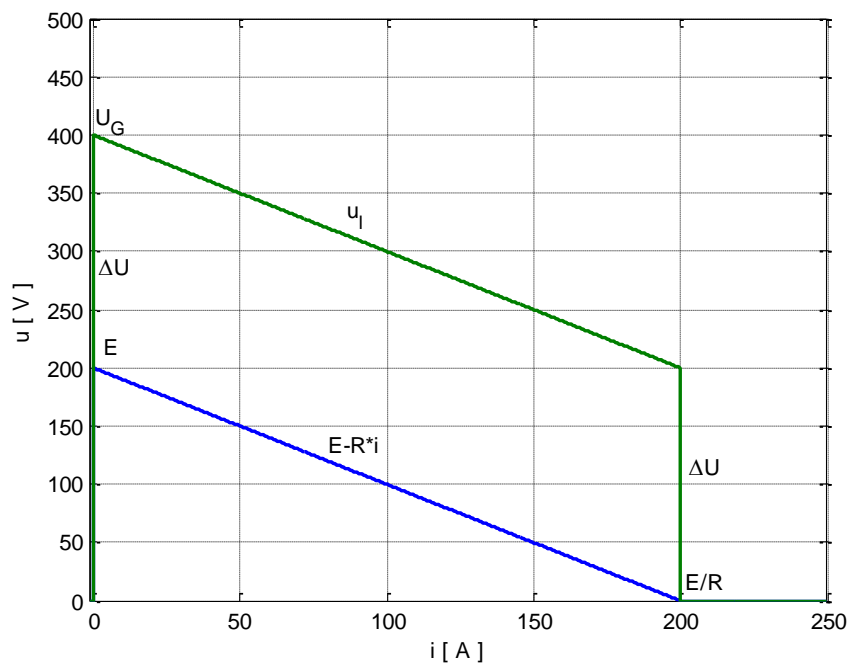
tako da je napon na induktivnosti konstantan, odnosno biće konstanta i napon ΔU :

$$\Delta U = -L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{I}{t_l} = 200 \text{ V}$$

Pad napona na električnom luku u trenutku njegovog gašenja (napon gašenja luka):

$$U_G = E + \Delta U = 400 \text{ V}$$

Na slici 26.3 je prikazan pad napona na električnom luku u_l u funkciji struje (volt-amperska karakteristika) i napon koji daje izvor $E - R \cdot i$ u procesu gašenja luka u zavisnosti od struje. Na $U - I$ dijagramu napon ΔU je konstan pri smanjenju struje.



Slika : Napon na električnom luku i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

b) Energija koja se oslobađa u električnom luku u toku njegovog gorenja je:

$$A_l = \int_0^{t_l} u_l \cdot i \cdot dt = \int_0^{t_l} (E - Ri - L \frac{di}{dt}) \cdot i \cdot dt = \int_0^{t_l} (Ei - Ri^2) \cdot dt - L \int_I^0 i \cdot di$$

Zamenom izraza za promenu struje u procesu gašenja luka, dobija se:

$$A_l = EI \int_0^{t_l} \left(1 - \frac{t}{t_l}\right) \cdot dt - RI^2 \int_0^{t_l} \left(1 - \frac{t}{t_l}\right)^2 \cdot dt + L \int_l^0 i \cdot di$$

Rešavanjem integrala u prethodnom izrazu dobija se:

$$A_l = \frac{1}{6} \frac{E^2}{R} t_l + \frac{1}{2} L \frac{E^2}{R^2} = 666,7 + 2000 = 2666,7 \text{ J}$$

Na osnovu prethodnog izraza se zaključuje se da je jedan oslobođene energije proizveo generator (666,7 J) a da je drugi deo bio akumulisan u indiktivnosti u kolu (2000 J).

2. Parametri kola jednosmerne struje u kome se vrši prekidanje struje su: aktivni otpor kola je $R=1 \Omega$ i induktivnost kola je $L=0,1 \text{ H}$. U procesu gašenja luka struja opada prema sledećem izrazu:

$$i = I \cdot \left(1 - \frac{t^2}{t_l^2}\right)$$

Vreme gašenja luka je $t_l=0,1 \text{ s}$, a napon izvora je $E=200\text{V}$.

- Odrediti pad napona na električnom luku u trenutku njegovog gašenja (napon gašenja luka).
- Odrediti energiju koja se oslobađa u električnom luku.

Rešenje:

- Pad napona na induktivnosti u toku procesu gašenja luka je:

$$L \frac{di}{dt} = E - Ri - u_l = -\Delta U$$

gde je $\Delta U = u_l - (E - Ri)$ razlika napona luka i napona koji daje izvor.

U procesu gašenja luka je

$$\frac{di}{dt} = -\frac{2I}{t_l^2} \cdot t$$

tako da je napon na induktivnosti linearna funkcija vremena. Zbog toga razlika napona luka i napona koji daje izvor linearno raste u procesu gašenja luka:

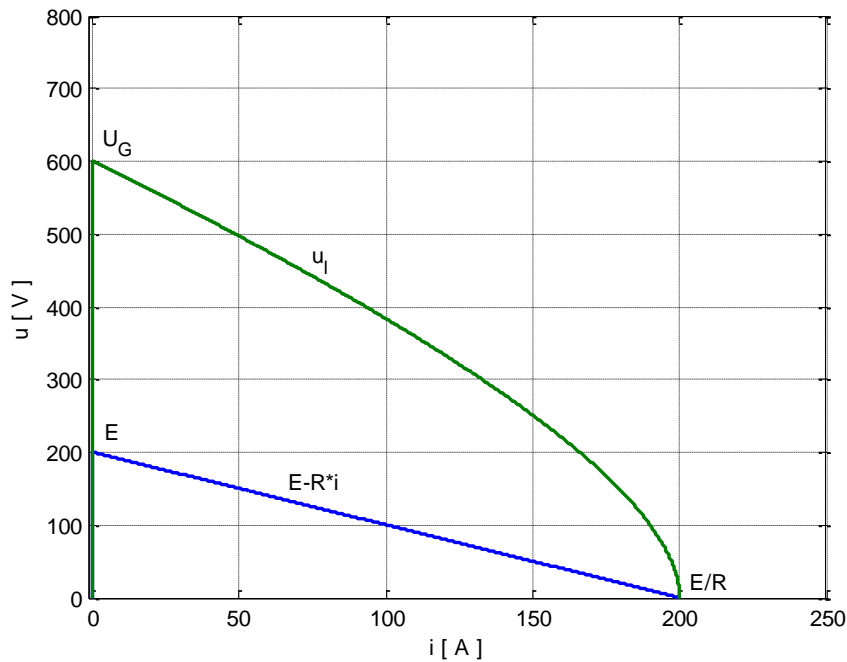
$$\Delta U = -L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2I}{t_l^2} \cdot t$$

Pad napona na električnom luku u trenutku njegovog gašenja (napon gašenja luka):

$$U_G = E + L \cdot \frac{2I}{t_l^2} \cdot t_l = E + L \cdot \frac{2I}{t_l} = 600 \text{ V}$$

Na slici 26.3 je prikazan pad napona na električnom luku u_l u funkciji struje (volt-amperska karakteristika) i napon koji daje izvor $E-R \cdot i$ u procesu gašenja luka u zavisnosti od struje. Napon ΔU je linearna funkcija vremena a na $U-I$ dijagramu zavisi od struje prema sledećem izrazu:

$$\Delta U = L \cdot \frac{2I}{t_l^2} \cdot t = L \cdot \frac{2I}{t_l^2} \cdot t_l \sqrt{1 - \frac{t}{t_l}} = L \cdot \frac{2I}{t_l} \cdot \sqrt{1 - \frac{t}{t_l}}$$



Slika: Napon na električnom luku i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

- b) Energija koja se oslobađa u električnom luku u toku njegovog gorenja je:

$$A_l = \int_0^{t_l} u_l \cdot i \cdot dt = \int_0^{t_l} \left(E - Ri - L \frac{di}{dt} \right) \cdot i \cdot dt = \int_0^{t_l} (Ei - Ri^2) \cdot dt - L \int_I^0 i \cdot di$$

Zamenom izraza za promenu struje u procesu gašenja luka, dobija se:

$$A_l = EI \int_0^{t_l} \left(1 - \frac{t^2}{t_l^2} \right) \cdot dt - RI^2 \int_0^{t_l} \left(1 - \frac{t^2}{t_l^2} \right)^2 \cdot dt + L \int_I^0 i \cdot di$$

Rešavanjem integrala u prethodnom izrazu dobija se:

$$A_l = \frac{2}{15} \frac{E^2}{R} t_l + \frac{1}{2} L \frac{E^2}{R^2} = 533,3 + 2000 = 2533,3 \text{ J}$$

Na osnovu prethodnog izraza se zaključuje se da je od ukupne količine oslobođene energije generator proizveo (533,7 J) a preostalih 2000 J je posledica akumulisane energije u induktivnostima u kolu.

3. Pri isključenju motora čija je struja $I=10$ A i napon $E=500$ V uspostavlja se luk jednosmerne struje. Kontakti se za vreme $t=0,1$ s razmiču na odstojanje $d=5$ cm. Statička volt-amperska karakteristika luka je opisana Ayrton-ovom empirijskom formulom:

$$u_l = 30 + \frac{10}{i} + \left(10 + \frac{30}{i} \right) \cdot d$$

gde su vrednosti konstanti $\alpha=30$ V, $\beta=10$ V/cm, $\gamma=10$ VA, $\delta=30$ VA/cm.

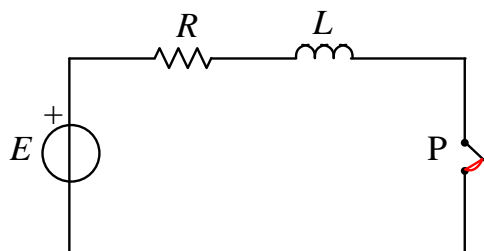
a) Odrediti stabilnu tačku gorenja luka (napon i struju luka).

b) Odrediti **kritičnu dužinu luka i kritičnu struju u kolu.**

Nacrtati zavisnost napona električnog luka i napona koji daje izvor u finkciji struje u procesu gašenja luka.

Rešenje:

- a) Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje je prikazano na slici 28.1:



Slika 28.1: Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje

Aktivna otpornost kola R iznosi:

$$R = \frac{E}{I} = 60 \Omega$$

Zadatak se može rešiti grafičkim postupkom. Volt-amperska karakteristika luka za $d=5$ cm je:

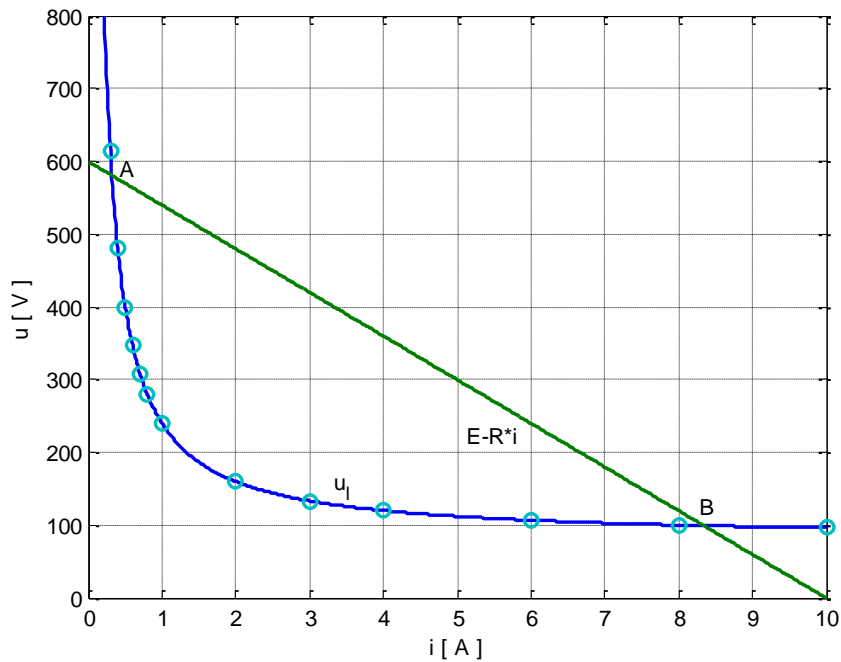
$$u_l = 80 + \frac{160}{i}$$

Za nekoliko vrednosti struje i izračunate su vrednosti napona na električnom luku i prikazane su u tabeli 28.1

Tabela 28.1: Vrednosti za volt-ampersku karakteristiku električnog luka

i [A]	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1	2	3	4	6	8	10
u_l [V]	880	613	480	400	346	308	280	240	160	133	120	106	100	96

Na slici 28.2 je prikazan pad napona na električnom luku u_l u zavisnosti od struje (volt-amperska karakteristika električnog luka) i napon koji daje izvor $E-R \cdot i$ u zavisnosti od struje.



Slika: Napon na električnom luku i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

U stacionarnom stanju je:

$$L \frac{di}{dt} = E - Ri - u_l = 0$$

Stacionarne tačke gorenja luka se dobijaju u preseku karakteristike napona električnog luka i karakteristike napona koji daje izvor (označene sa A i B na slici 28.2). Iz prethodne jednačine je:

$$E - Ri - \left(\alpha + \beta d + \frac{\gamma + \delta d}{i} \right) = 0$$

odnosno:

$$Ri^2 + (\alpha + \beta d - E)i + (\gamma + \delta d) = 0$$

Rešavanjem prethodne kvadratne jednačine po struji za rastojanje $d=5$ cm dobijaju se dve vrednosti za struju $i_A=0,32$ A i $i_B=8,35$ A koje definišu stacionarne tačke gorenja luka u kolu:

$$A (0,32 \text{ A}; 580,8 \text{ V})$$

$$B (8,35 \text{ A}; 99,17 \text{ V})$$

Stabilna tačka gorenja luka je B(8,35A;99,17V), a nestabilna A(0,32A;580,83V).

b) Luk se gasi ako postane nestabilan, a to se dešava ako je u celom opsegu struja prilikom gašenja luka, karakteristika napona luka u_l iznad karakteristike napona koji daje izvor $E - Ri$, odnosno ako je pad napona na induktivnosti manji od nule u celom opsegu struja. Ovaj uslov za gašenje luka se može postići povećanjem rastojanja između kontakata (razvlačenjem luka) ili ubacivanjem dodatne optornosti u kolo.

Kritična dužina luka pri kojoj se postiže uslov za uspešno gašenje luka je dužina luka pri kojoj postoji samo jedna dodirna tačka karakterike luka i karakteristike napona koji daje izvor na $U-I$ dijagramu. To znači da će jednačina ravnoteže u stacionarnom stanju

$$L \frac{di}{dt} = E - Ri - u_l = 0$$

imati samo jedno rešenje. Na osnovu prethodnog, kvadratna jednačina po struji

$$Ri^2 + (\alpha + \beta d - E)i + (\gamma + \delta d) = 0$$

imaće samo jedno rešenja ako diskriminanta jednačine jednaka nuli:

$$(\alpha + \beta d - E)^2 - 4R(\gamma + \delta d) = 0$$

Iz prethodnog uslova dobija se sledeća kvadratna jednačina po kritičnoj dužini luka:

$$\beta^2 d^2 + (2(\alpha - E)\beta - 4R\delta)d + (\alpha - E)^2 - 4R\gamma = 0$$

Rešavanjem prethodne jednačine dobija se izraz za kritičnu dužinu luka pri kojoj se postiže uslov za uspešno gašenje luka:

$$d = \frac{E - \alpha}{\beta} + \frac{2R\delta}{\beta^2} - \sqrt{\left(\frac{E - \alpha}{\beta} + \frac{2R\delta}{\beta^2}\right)^2 - \frac{(E - \alpha)^2 - 4R\gamma}{\beta^2}}$$

Za $\alpha=30$ V, $\beta=10$ V/cm, $\gamma=10$ VA, $\delta=30$ VA/cm, $E=600$ i $R=60$ dobija se:

$$d = 19.35 \text{ cm}$$

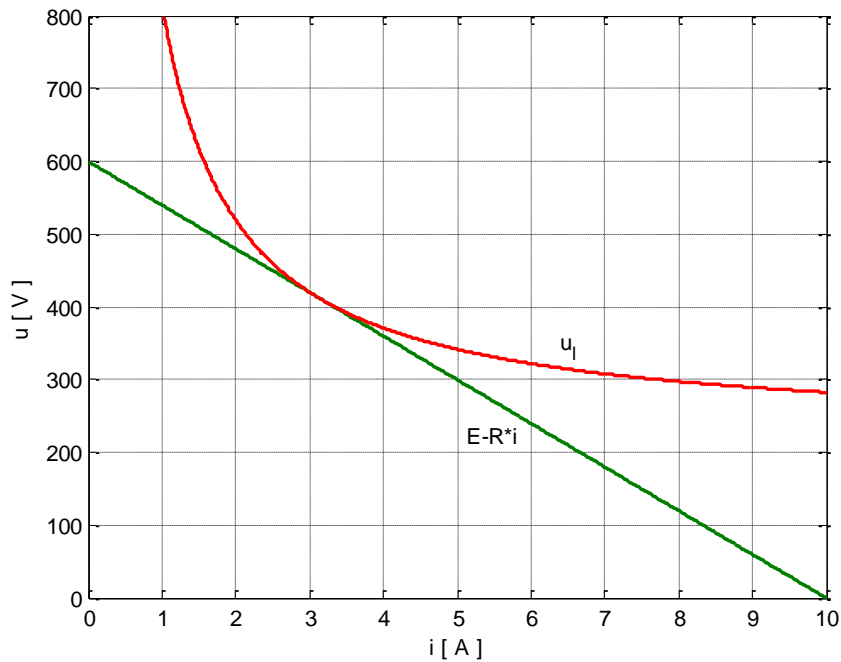
U rešavanju prethodne kvadratne jednačine je usvojen znak “-“ da bi bio ispunjen uslov

$$d < \frac{E - \alpha}{\beta}$$

što znači da napon luka pri proticanju velike struje ($i \rightarrow \infty$) mora biti manji od elektromotorne sile izvora E :

$$\alpha + \beta d < E$$

Na slici je prikazan pad napona na električnom luku u_l u zavisnosti od struje (volt-amperska karakteristika električnog luka) pri kritičnoj dužini luka i napon koji daje izvor $E-R \cdot i$ u zavisnosti od struje.



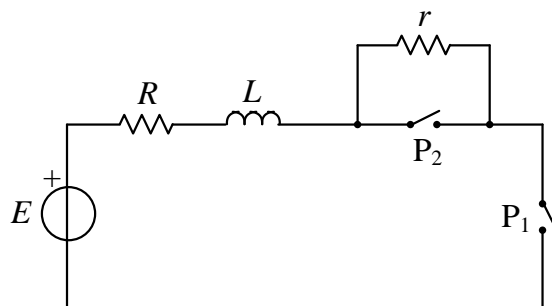
Slika: Napon na električnom luku pri kritičnoj dužini luka i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

4. Pri isključenju motora čija je struja $I=10$ A i napon $E=500$ V uspostavlja se luk jednosmerne struje. Statička volt-amperna karakteristika luka je opisana Ayrton-ovom empirijskom formulom:

$$u_l = 30 + \frac{10}{i} + \left(10 + \frac{30}{i}\right) \cdot d$$

gde su vrednosti konstanti: $\alpha=30$ V, $\beta=10$ V/cm, $\gamma=10$ VA, $\delta=30$ VA/cm. Prekidanje struje u kolu se vrši ubacivanjem dodatnog otpora prema slici 29.1. Kontakti prekidača se razmiču na rastojanje $d=12$ cm.

Odrediti minimalnu vrednost dodatnog otpor r koji treba uključiti u električno kolo da bi došlo do gašenja električnog luka u prekidaču P_1 .



Slika: Kolo jednosmerne struje u kome se prekidanje struje vrši ubacivanjem dodatnog otpornika

Rešenje:

a) Aktivna otpornost kola R pre početka procesa prekidanja struje iznosi:

$$R = \frac{E}{I} = 60 \Omega$$

Ubacivanjem dodatne otpornosti u kolo postiže se smanjenje stacionarne struje u kolu na vrednost :

$$I_1 = \frac{E}{R+r}$$

U stacionarnom stanju jednačina ravnoteže napona u kolu sa priključenim dodatnim otporom je:

$$E - (R+r)i - \left(\alpha + \beta d + \frac{\gamma + \delta d}{i} \right) = 0$$

odnosno:

$$(R+r)i^2 + (\alpha + \beta d - E)i + (\gamma + \delta d) = 0$$

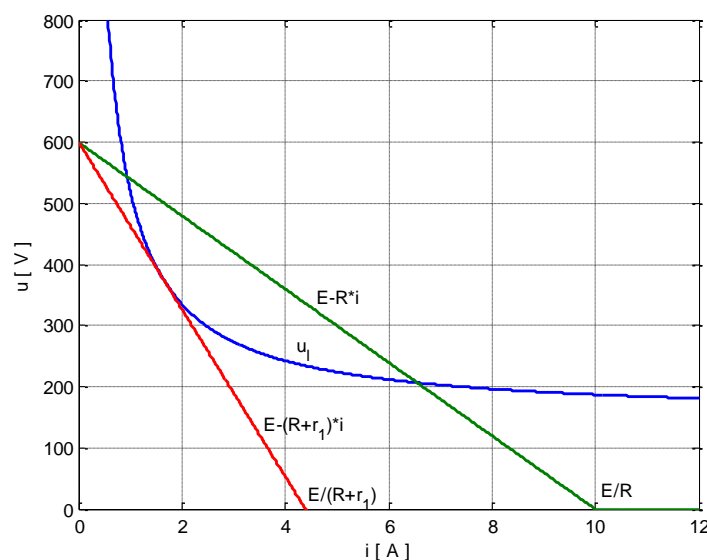
Minimalna vrednost dodatne otpornosti r_1 pri kojoj se postiže uslov za uspešno gašenje luka u glavnom prekidaču P_1 je vrednost otpornosti pri kojoj karakteristika luka na $U-I$ dijagramu ima jednu dodirnu tačku sa karakteristike napona koji daje izvor. To znači da će jednačina ravnoteže u stacionarnom stanju imati samo jedno rešenja ako je diskriminanta kvadratne jednačine po struji i jednaka nuli:

$$(\alpha + \beta d - E)^2 - 4 \cdot (R+r_1) \cdot (\gamma + \delta d) = 0$$

Rešavanjem prethodne jednačine dobija se izraz za minimalnu vrednost dodatne otpornosti pri kojoj se postiže uslov za uspešno gašenje luka u prekidaču P_1 je:

$$r_1 = \frac{(\alpha + \beta d - E)^2}{4 \cdot (\gamma + \delta d)} - R = 76,82 \Omega$$

Na slici je prikazana volt-amperska karakteristika električnog luka (u_l), karakteristika koju daje izvor bez dodatog otpora ($E-R \cdot i$) i sa dodatim otporom ($E-(R+r_1) \cdot i$).

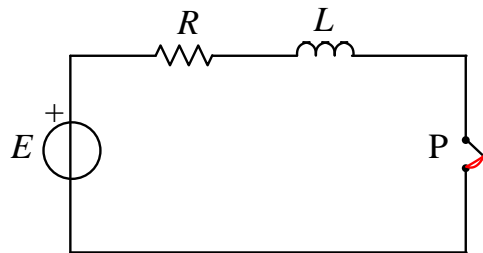


Slika: Volt-amperska karakteristika električnog luka (u_l), karakteristika koju daje izvor bez dodatog otpora ($E-R \cdot i$) i sa dodatim otporom ($E-(R+r_1) \cdot i$)

5. Struja u kolu jednosmerne struje je $I=10$ A a elektromotorna sila izvora je $E=600$ V. Induktivnost kola je $L=0,1$ H. Proveriti da li se magnetskim razvlačenjem luka na dužinu od $d=30$ cm može postići gašenje luka i odrediti vreme trajanja luka.

Rešenje:

Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje je prikazano na slici 30.1:



Slika: Kolo jednosmerne struje u kome se razmatra prekidanje struje

Pad napona na induktivnosti u toku procesa gašenja luka je:

$$L \frac{di}{dt} = E - Ri - u_l = -\Delta U$$

gde je $\Delta U = u_l - (E - Ri)$ razlika napona luka i napona koji daje izvor.

Uslov za uspešno gašenje električnog luka je da pad napona na induktivnosti bude manji od nule, odnosno da napon ΔU bude veći od nule u celom opsegu struja pri gašenju električnog luka. U tu svrhu, treba proveriti da li je u celom opsegu struja prilikom gašenja luka, karakteristika napona luka u_l iznad karakteristike napona koji daje izvor $E - Ri$.

Volt-amperska karakteristika luka za $d=30$ cm je:

$$u_l = 330 + \frac{910}{i}$$

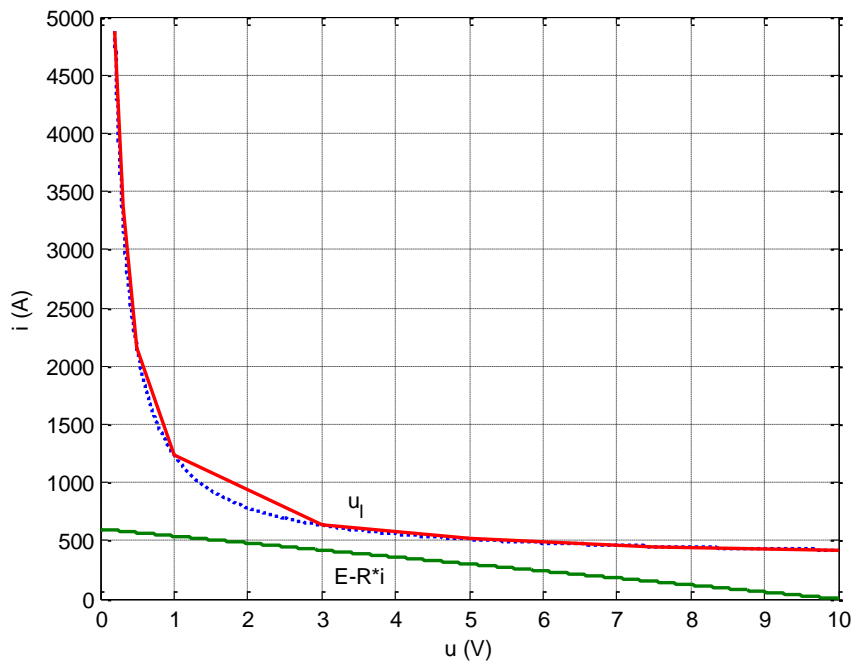
Za nekoliko vrednosti struje i izračunate su vrednosti napona na električnom luku i prikazane su u tabeli

Tabela : Vrednosti za volt-ampersku karakteristiku električnog luka

i [A]	0,2	0,3	0,5	0,8	1	3	5	7,5	10	∞
u_l [V]	4880	3363,3	2150	1467,5	1240	633,3	512	451,3	421	333

Na slici je prikazan pad napona na električnom luku u_l u zavisnosti od struje (volt-amperska karakteristika električnog luka) i napon koji daje izvor $E - R \cdot i$ u zavisnosti od struje. Volt-amperska karakteristika luka je dobijena na osnovu diskretnih vrednosti iz tabele 30.1., a isprekidanom linijom je prikazana ista karakteristika sa većim brojem uzoraka. Uslov za

uspešno gašenje električnog luka je ispunjen pošto je u celom opsegu struja prilikom gašenja luka karakteristika napona luka u_l iznad karakteristike napona koji daje izvor $E-Ri$.



Slika : Napon na električnom luku i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

Pad napona na induktivnosti u toku procesu gašenja luka je:

$$L \frac{di}{dt} = -\Delta U$$

Pošto je ispunjen uslov nestabilnog gorenja luka, napon ΔU je veći od nule na celom opsegu struja. Iz prethodnog izraza se može izraziti vreme trajanja luka:

$$t = -L \int_I^0 \frac{di}{\Delta U}$$

gde je I stacionarna vrednost struje u kolu pre početka razdvajanja kontakata. U prethodnom izraz je pretpostavljeno da se razmicanje kontakata vrši velikom brzinom tako da se vreme razmicanje kontakata može zanemariti u odnosu na ukupno vreme trajanja luka.

Procena vremena trajanja luka u kolu jednosmerne struje se vrši grafo-analitičkim postupkom. Na narednoj slici su prikazane karakteristike pri nestabilnom gorenju lika sa slike tako što je horizontalna osa orijentisana na levo i označava napon a vertikalna osa označava struju. Na dijagramu u sredini vertikalna osa za struju je zajednička sa prethodnim dijagramom a na horizontalnoj osi se nanosi veličina $1/\Delta U$. Površina levo od dobijene krive pri promeni struje od vrednosti I do tekuće vrednosti i predstavlja integral struje:

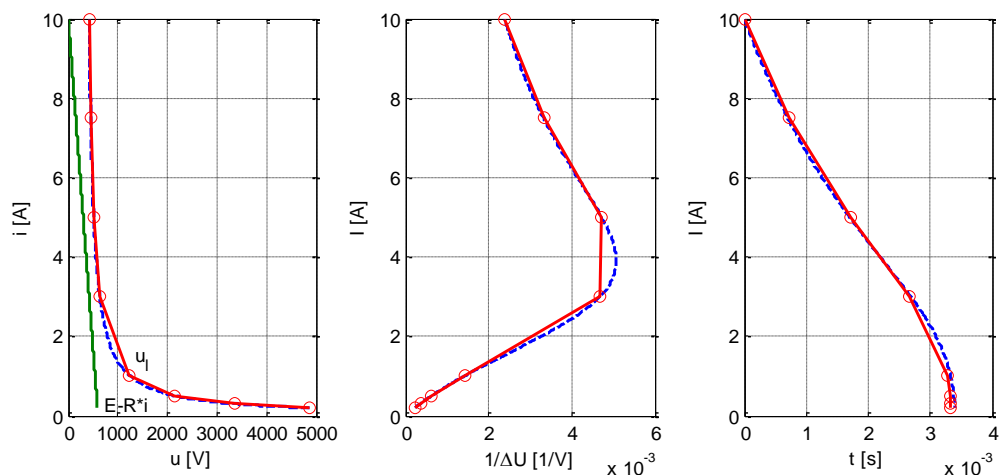
$$\Delta S = - \int_I^i \frac{di}{\Delta U}$$

Kada se površina ΔS pomnoži sa induktivnošću L dobija se vreme za koje se struja od vrednosti I smanji do tekuće vrednosti i :

$$t = L \cdot \Delta S$$

Vreme trajanja električnog luka se dobija ako površina ΔS obuhvati integral struje od vrednosti I do vrednosti 0.

Na slici je prikazan opisani grafo-analitički postupak za procenu trajanja električnog luka.



Slika: Grafo-analitički postupak za procenu trajanja električnog luka

U tabeli su prikazane vrednosti za struju, vrednosti za napon koji daje izvor $E-R \cdot i$, vrednosti za napon na električnom luku, vrednosti za napon ΔU , vrednosti za veličninu $1/\Delta U$, vremenski intervali Δt između diskretnih vrednosti za struju, kao i kumulativno vreme, odnosno vreme potrebno da se struja od početne vrednosti I smanji na tekuću vrednost.

Tabela: Tabelarni prikaz grafo-analitičkog postupka za procenu trajanja električnog luka

k	1	2	3	4	5	6	7	8
i [A]	10	7,5	5	3	1	0,5	0,3	0,2
$E-R \cdot i$ [V]	0	150	300	420	540	570	582	588
u_l [V]	421	451,3	512	633,3	1240	2150	3363	4880
Δu [V]	421	301,3	212	213,3	700	1580	2781,3	4292
$\frac{1}{\Delta u} (\cdot 10^{-3})$	2,38	3,32	4,72	4,69	1,43	0,63	0,36	0,23
Δt [ms]		0,712	1,004	0,940	0,612	0,052	0,01	0,003
t [ms]		0,712	1,716	2,657	3,268	3,320	3,330	3,333

S obzirom da vremenski intervali Δt predstavljaju vreme između susednih diskretnih vrednosti za struju, zbog povećanja tačnosti oni su izračunati na osnovu dve susedne vrednosti $1/\Delta U$:

$$t_{k+1} = L \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\Delta U_k} + \frac{1}{\Delta U_{k+1}} \right) \cdot (i_k - i_{k+1})$$

Ukupno vreme trajanja električnog luka je:

$$t = L \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta U_k} + \frac{1}{\Delta U_{k+1}} \right) (i_k - i_{k+1}) = 3,333 \text{ ms}$$

6. Parametri kola jednosmerne struje su: aktivna otpornost $R=10 \Omega$ i napon izvora $E=350 \text{ V}$. Volt-amperska karakteristika luka je oblika:

$$u_l = C \cdot i^{-\eta} \cdot d$$

gde su: $C=50$, $\eta=0,5$ a d je dužina luka u cm.

- Odrediti stabilnu tačku gorenja luka (napon i struju luka) ako je njegova dužina $d=10 \text{ cm}$.
- Odrediti kritičnu dužinu luka i kritičnu struju u kolu.

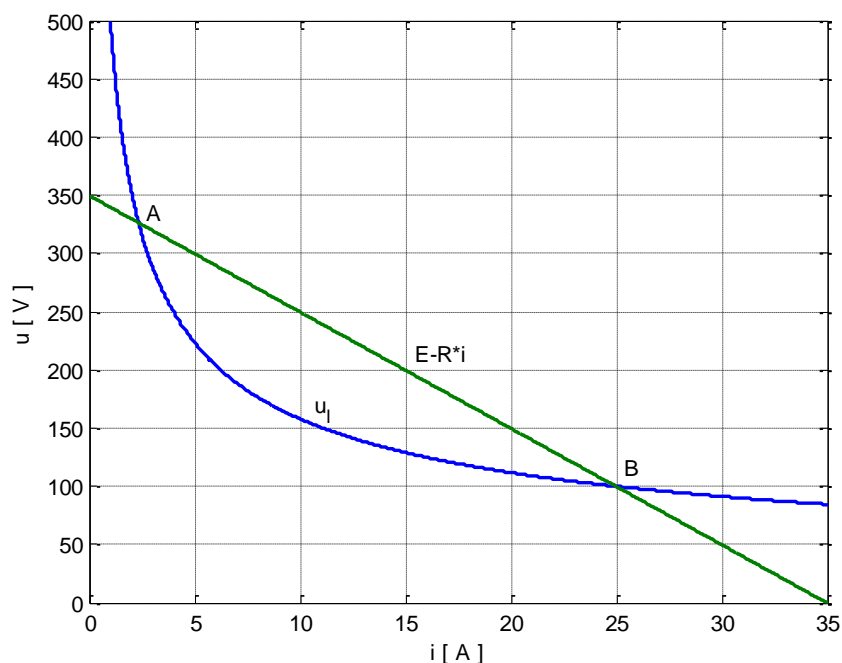
Rešenje:

a) Jednačina dinamičke ravnoteže napona u procesu gašenja luka je:

$$E - Ri - L \frac{di}{dt} = u_l$$

gde je u_l pad napona na električnom luku (napon na luku).

Na slici 31.1 je prikazan pad napona na električnom luku u_l u zavisnosti od struje (volt-amperska karakteristika električnog luka) i napon koji daje izvor $E-R \cdot i$ u zavisnosti od struje.



Slika: Napon na električnom luku i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

U stacionarnom stanju je pad napona na induktivnosti je jednak nuli, tako da se stacionarne tačke gorenja luka dobijaju u preseku karakteristike koju daje izvor $E-R \cdot i$ i karakteristike električnog luka u :

$$E - Ri = u_i = Ci^{-n}d$$

Zamenom brojnih vrednosti prethodna jednačina postaje:

$$350 - 10 \cdot i = 50i^{-0,5} \cdot 10$$

odnosno:

$$10 \cdot i\sqrt{i} - 350\sqrt{i} + 500 = 0$$

Uvođenjem smene $x = \sqrt{i}$, prethodna jednačina postaje:

$$10x^3 - 350x + 500 = 10x^3 - 250x - 100x + 500 = 10x(x-5)(x+5) - 100(x-5) = 0$$

odnosno:

$$(x-5)(10x^2 + 50x - 100) = 0$$

Rešenja prethodne jednačine koja odgovaraju stacionarnim tačkama su:

$$x = 5; \quad x = 1,531$$

Struje koje odgovaraju stacionarnim tačkama gorenja luka su:

$$i = 2,34 \text{ A}; \quad i = 25 \text{ A}$$

Stacionarne tačke gorenja luka u kolu su :

$$A (2,34 \text{ A}; 326,6 \text{ V})$$

$$B (25 \text{ A}; 100 \text{ V})$$

Stabilna tačka gorenja luka je B(25A;100 V), a nestabilna A(2,34 A;326,6 V).

b) U stacionarnom stanju je:

$$E - Ri = u_i = Ci^{-n}d$$

Dužina električnog luka na osnovu prethodne jednačine je:

$$d = \frac{E - Ri}{Ci^{-n}} = \frac{i^n E}{C} \left(1 - \frac{Ri}{E} \right)$$

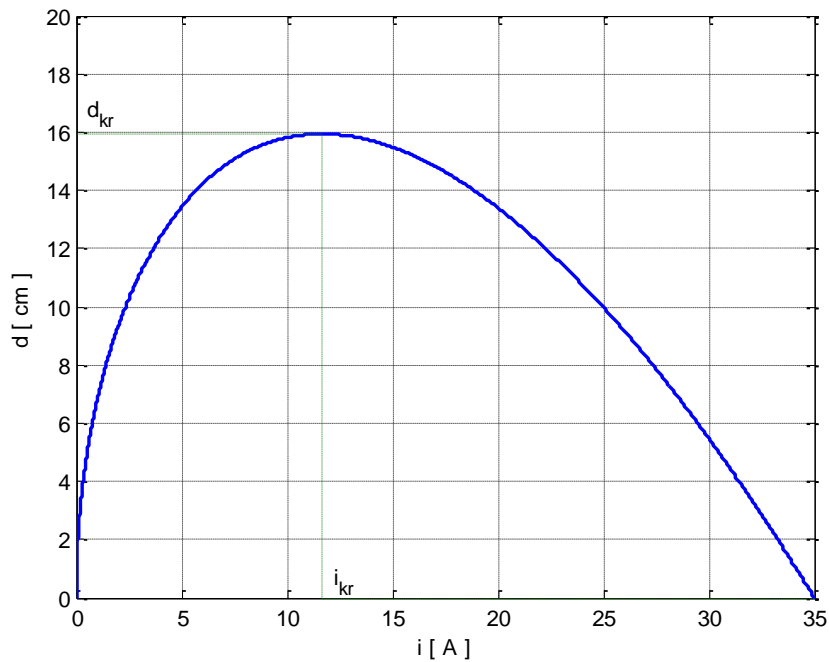
Stacionarna struja u kolu pre početka procesa prekidanja struje je:

$$I = \frac{E}{R}$$

tako da je dužina električnog luka:

$$d = \frac{i^n E}{C} \left(1 - \frac{i}{I} \right)$$

Zavisnost dužine električnog luka od stacionarne struje gorenja luka je prikazana na slici.



Slika: Zavisnost dužine električnog luka od stacionarne struje gorenja luka

Na osnovu grafika sa slike se vidi da pri jednoj dužini luka postoje dve vrednosti za stacionarnu struju gorenja luka koje odgovaraju presečnim tačkama karakteristike električnog luka u_l sa karakteristikom koju daju izvor $E-R \cdot i$. Međutim, pri kritičnoj dužini električnog luka d_{kr} postoji samo jedna vrednost za stacionarnu struju i_{kr} koja odgovara slučaju kada karakteristika električnog luka u_l ima jednu dodirnu tačku sa karakteristikom koju daju izvor $E-R \cdot i$. Kritična dužina luka predstavlja ekstremnu vrednost funkcije dužine luka na slici 31.2 i određuje se izjednačavanjem sa nulom prvog izvoda dužine luka u funkciji stacionarne struje:

$$\frac{\partial d}{\partial i} = \frac{E}{C} \eta \cdot i^{\eta-1} \left(1 - \frac{Ri}{E}\right) + \frac{E}{C} i^{\eta} \left(-\frac{R}{E}\right) = \frac{E}{C} \eta \cdot i^{\eta-1} - \frac{R}{C} i^{\eta} (\eta + 1) = 0$$

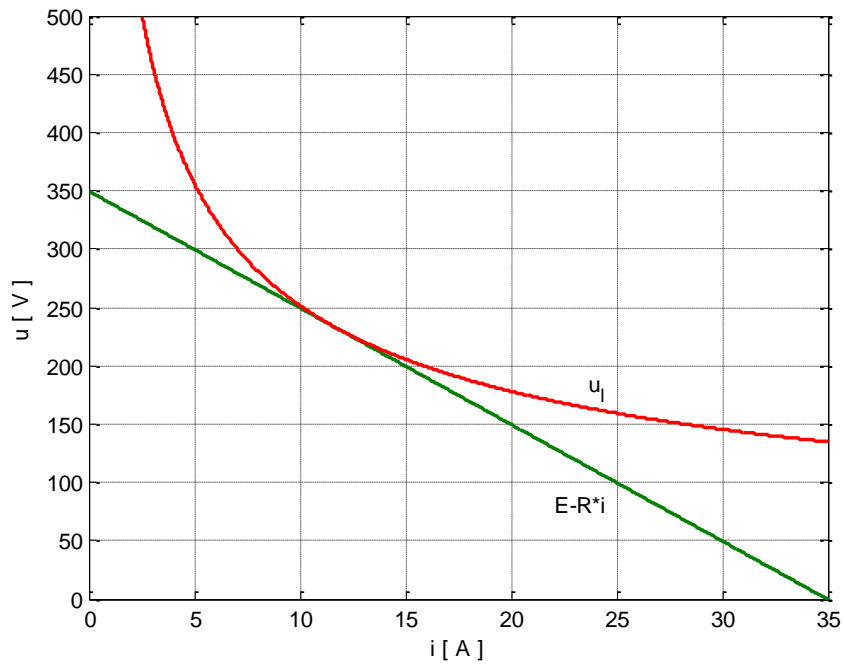
Iz prethodnog izraza se dobija izraz za kritičnu stacionarnu struju u kolu:

$$i_{kr} = \frac{\eta}{\eta + 1} \cdot \frac{E}{R} = 11,67 \text{ A}$$

Kritična dužina električnog luka je:

$$d_{kr} = \frac{i_{kr}^{\eta} E}{C} \left(1 - \frac{Ri_{kr}}{E}\right) = \frac{E^{\eta+1}}{CR^{\eta}} \frac{\eta^{\eta}}{(\eta + 1)^{\eta+1}} = 15,94 \text{ cm}$$

Na slici 31.3 je prikazan pad napona na električnom luku u_l u zavisnosti od struje (volt-amperska karakteristika električnog luka) pri kritičnoj dužini luka i napon koji daje izvor $E-R \cdot i$ u zavisnosti od struje.



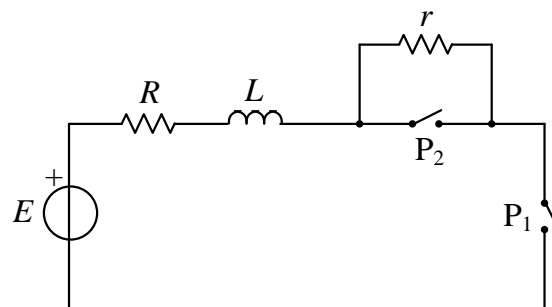
Slika: Napon na električnom luku pri kritičnoj dužini luka i napon koji daje izvor, u zavisnosti od struje

7. Parametri kola jednosmerne struje su: aktivna otpornost $R=10 \Omega$ i napon izvora $E=350 \text{ V}$. Volt-amperska karakteristika luka je oblika:

$$u_l = C \cdot i^{-\eta} \cdot d$$

gde su: $C=50$ i $\eta=0,5$. Prekidanje struje u kolu se vrši ubacivanjem dodatnog otpora prema slici. Kontakti prekidača se razmiču na rastojanje $d=10 \text{ cm}$.

Odrediti minimalnu vrednost dodatnog otpor r koji treba uključiti u električno kolo da bi došlo do gašenja električnog luka u glavnom prekidaču P_1 .



Slika: Kolo jednosmerne struje u kome se prekidanje struje vrši ubacivanjem dodatnog otpornika

Rešenje:

Aktivna otpornost kola R pre početka procesa prekidanja struje iznosi:

$$R = \frac{E}{I} = 60 \Omega$$

U stacionarnom stanju jednačina ravnoteže napona u kolu sa priključenim dodatnim otporom je:

$$E - (R + r)i - C \cdot i^{-\eta} \cdot d = 0$$

Vrednost dodatnog otpora na osnovu prethodne jednačine je:

$$r = \frac{E - C \cdot i^{-\eta} \cdot d}{i} - R$$

Minimalna vrednost dodatne otpornosti r_1 pri kojoj se postiže uslov za uspešno gašenje luka u glavnom prekidaču P_1 je vrednost otpornosti pri kojoj karakteristika luka na $U-I$ dijagramu ima jednu dodirnu tačku sa karakteristike napona koji daje izvor. Minimalna vrednosti dodatne otpornosti se određuje izjednačavanjem sa nulom prvog izvoda dodatnog otpora u funkciji stacionarne struje:

$$\frac{\partial r}{\partial i} = \frac{C\eta i^{-\eta-1} d \cdot i - (E - C i^{-\eta} d)}{i^2} = 0$$

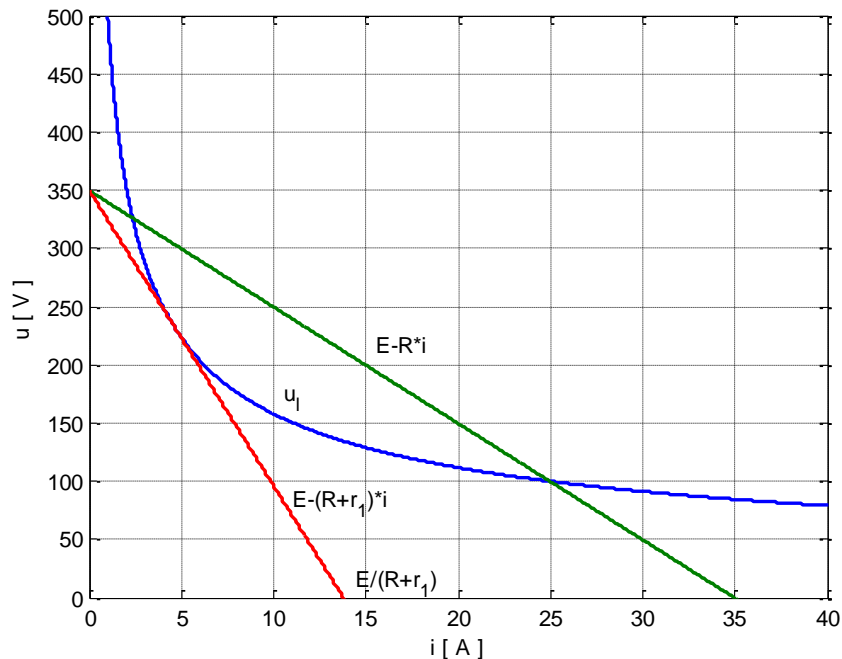
Iz prethodnog izraza se dobija izraz za kritičnu stacionarnu struju u kolu:

$$i_{kr} = \left(\frac{E}{Cd(\eta+1)} \right)^{-\frac{1}{\eta}}$$

Minimalna vrednost dodatne otpornosti r je:

$$r_1 = \frac{E - C \cdot i_{kr}^{-\eta} \cdot d}{i_{kr}} - R = E \frac{\eta}{\eta+1} \left(\frac{E}{Cd(\eta+1)} \right)^{\frac{1}{\eta}} - R = 15,41 \Omega$$

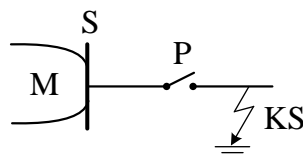
Na slici je prikazana volt-amperska karakteristika električnog luka (u_l), karakteristika koju daje izvor bez dodatog otpora ($E-R \cdot i$) i sa dodatim otporom ($E-(R+r_1) \cdot i$).



Slika: Volt-amperska karakteristika električnog luka (u_l), karakteristika koju daje izvor bez dodatog otpora ($E-R \cdot i$) i sa dodatim otporom ($E-(R+r_1) \cdot i$)

2. Isključenje struja kratkih spojeva i malih induktivnih struja

8. Na slici je prikazano isključenje sabirničkog kratkog spoja (kratkog spoja na odvodu neposredno iza sabirnica). Sabirnice se napajaju iz mreže naznačenog napona 400 kV.



Slika: Kratak spoj iza sabirnica koje se napajaju iz mreže

Parametri sistema su:

- ekvivalentna induktivnost mreže: $L = 5 \text{ mH}$,
- ekvivalentna otpornost mreže $R = 2 \Omega$,
- kapacitivnost sabirnica $C = 10 \mu\text{F}$,
- temena fazna vrednost elektromotorne sile mreže $E_m = \sqrt{2} \cdot 35 / \sqrt{3} = 28,58 \text{ kV}$.

Ekvivalentna elektromotorna sila mreže se menja po prostoperiodičnom zakonu:

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$$

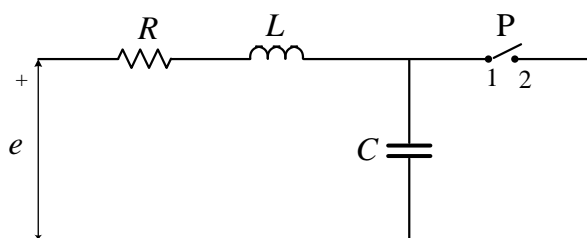
gde je ω industrijska učestanost i φ početna faza elektromotorne sile.

Odrediti maksimalnu vrednost prelaznog povratnog napona pri isključenju sabirničkog kratkog spoja

- bez uvažavanja napona na električnom luku.
- sa uvažavanjem napona na električnom luku $\Delta U_G = 4 \text{ kV}$.

Rešenje:

a) Na slici je prikazana monofazna ekvivalentna šema za proračun prelaznog povratnog napona pri isključenju sabirničkog kratkog spoja.



Slika: Monofazna ekvivalentna šema za proračun prelaznog povratnog napona pri isključenju sabirničkog kratkog spoja

Diferencijalne jednačine koje opisuju prelazni proces u kolu na slici, nakon otvaranja kontakata prekidača i prekida struje sabirničkog kratkog spoja (nakon gašenja električnog luka), su:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_c = e(t)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt}$$

Početni uslovi u kolu su: $i(t=0)=0$ jer se električni luk gasi pri prolasku struje kroz nulu i $u(t=0)=0$ jer se zanemaruje pad napona na luku, pa je napon na kondenzatoru C do trenutka gašenja luka jednak nuli.

Rešavanjem prethodnog sistema diferencijalnih jednačina uz uvažavanje početnih uslova, dobija se izraz za vremensku promenu napona na kondenzatoru C :

$$u_c(t) = k_f E_m \cos(\omega t) - k_f E_m \cos(\alpha \omega_1 t) e^{-\delta t}$$

gde su:

- slobodna kružna učestanost (bez uvažavanja gubitaka) $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4472 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (kružna učestanost je s^{-1})

- koeficijent prigušenja $\delta = \frac{R}{2L} = 200$

- koeficijent promene učestanosti usled dejstva prigušenja $\alpha = \sqrt{1 - \frac{\delta^2}{\omega_1^2}} \approx 1$

- koeficijent Ferantijevog efekta $k_f = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \approx 1$

Prelazni povratni napon u_{PPN} predstavlja napon između kontakata prekidača u prelaznom režimu nakon prekida struje i jednak je naponu na kondenzatoru C (na kapacitivnosti sabirnica):

$$u_{PPN}(t) = u_c(t) = k_f E_m \cos(\omega t) - k_f E_m \cos(\alpha \omega_1 t) e^{-\delta t}$$

Maksimalna vrednost prelaznog povratnog napona se postiže u trenutku prvog maksimuma prelaznog povratnog prenapona i taj trenutak je najkritičniji za ponovno paljenje luka:

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_1} = 7,02 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

U prethodnom izrazu je zanemaren uticaj otpornosti u kolu na promenu sopstvene učestanosti.

Maksimalna vrednost prelaznog povratnog napona je:

$$U_{PPN \max} = u_{PPN}(t_m) = k_f E_m + k_f E_m e^{-\delta t_m} = 53,67 \text{ kV}$$

b) U slučaju uvažavanja napona luka, u ekvivalentnoj šemi sa slike napon na kondenzatoru C u trenutku $t=0$ je jednak naponu luka. Zbog toga su početni uslovi uslovi za rešavanje

diferencijalnih jednačina koje opisuju prelazni proces u kolu sa slike nakon gašenja električnog luka:

$$i(t=0) = 0$$

$$u_c(t=0) = -\Delta U_G$$

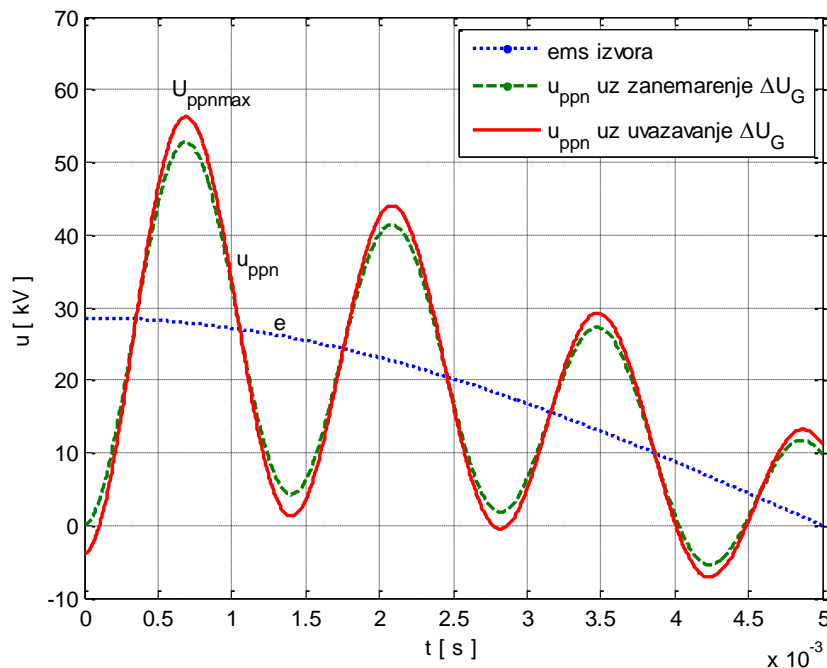
Rešavanjem sistema diferencijalnih jednačina koje opisuju kolo sa slike uz uvažavanje početnih uslova, dobija se izraz za vremensku promenu napona na kondenzatoru C , odnosno izraz za prelazni povratni napon:

$$u_{PPN}(t) = u_c(t) = k_f E_m \cos(\omega t) - (k_f E_m + \Delta U_G) \cos(\alpha \omega t) e^{-\delta t}$$

Maksimalna vrednost prelaznog povratnog napona se postiže u trenutku prvog maksimuma prelaznog povratnog prenapona $t_m = \pi/\omega_1$ i iznosi:

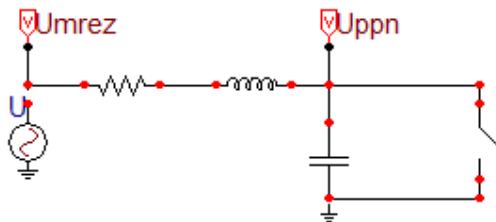
$$U_{PPN\max} = k_f E_m + (k_f E_m + \Delta U) e^{-\delta t_m} = 57,15 \text{ kV}$$

U slučaju uvažavanja napona luka se dobija veća maksimalna vrednost prelaznog povratnog napona nego u slučaju zanemarenja napona luka. Na slici su prikazani elektromotorna sila izvora $e(t)$ i prelazni povratni napon $u_{ppn}(t)$ za slučaj zanemarenja napona luka i za slučaj uvažavanja napona luka.

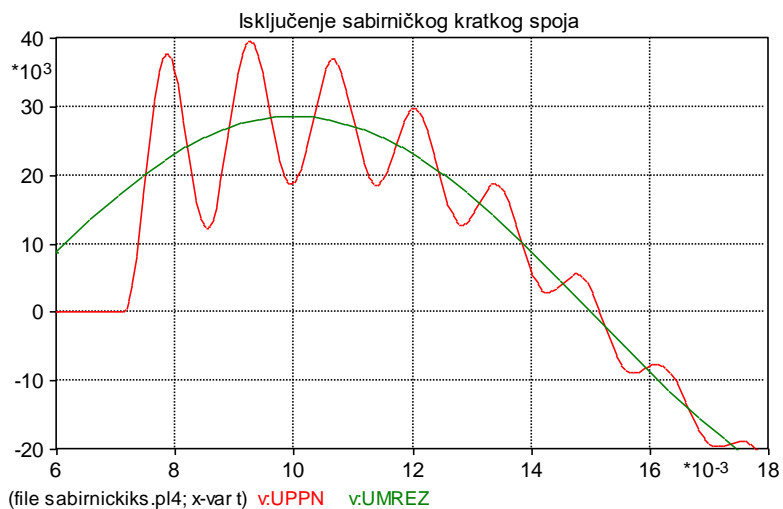


Slika: Elektromotorna sila izvora $e(t)$ i prelazni povratni napon $u_{ppn}(t)$ za slučaj zanemarenja napona luka i za slučaj uvažavanja napona luka

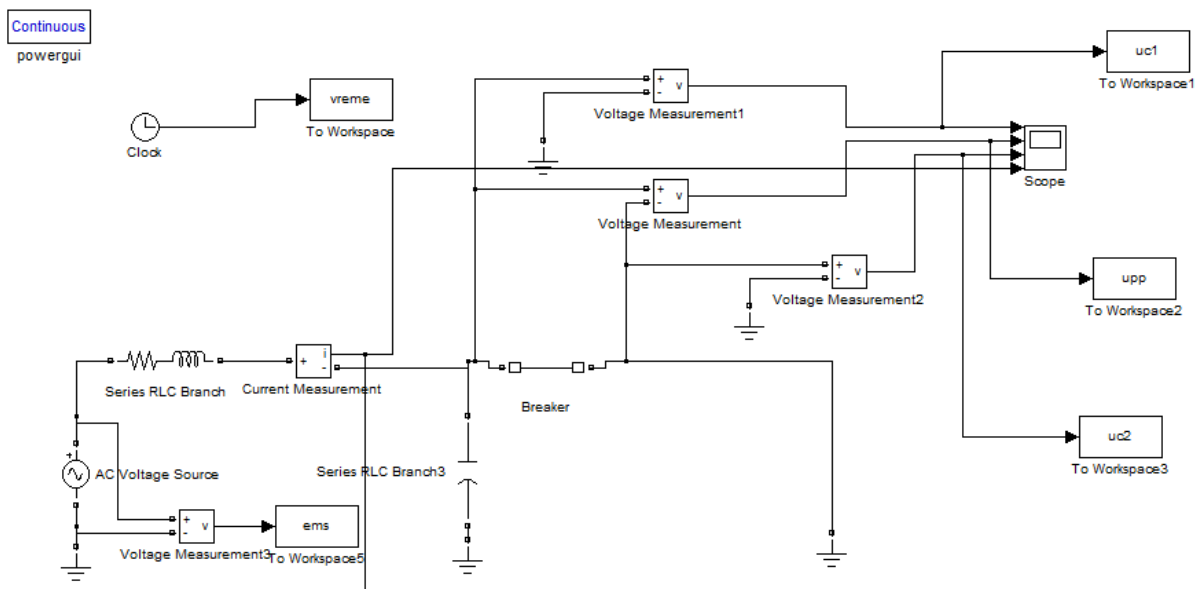
Računarska vežba



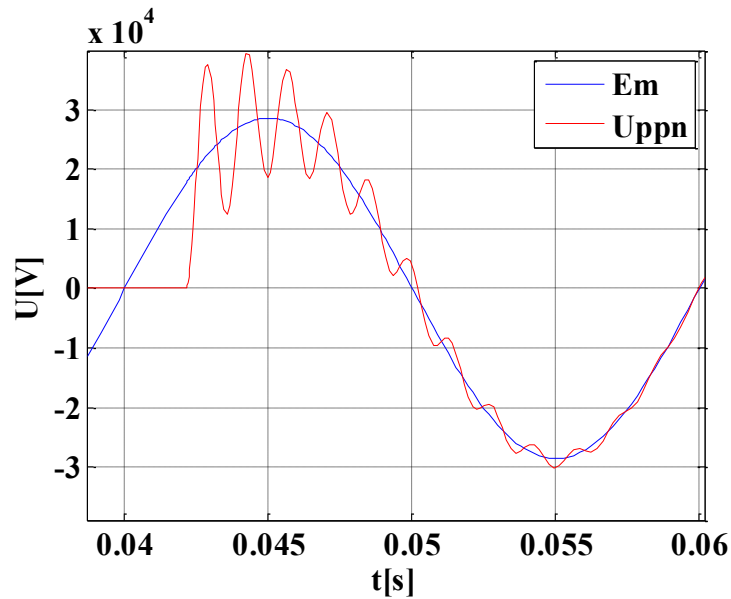
Slika: Ekvivalentna šema problema u ATP-EMTP



Slika: Rezultati simulacije u ATP-EMTP

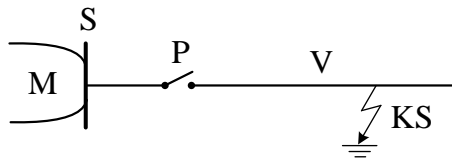


Slika: Ekvivalentna šema problema u Simulink-u



Slika: Rezultati simulacije u Simulink-u

9. Na slici je prikazano isključenje bliskog kratkog spoja (kilometarskog kvara) na vodu koji se desio na rastojanju $d=5$ km od prekidača. Sabirnice se napajaju iz mreže naznačenog napona 35 kV.



Slika : Blizak kratak spoj (kilometarski kvar) na vodu

Parametri sistema su:

- ekvivalentna induktivnost mreže: $L_1 = 5 \text{ mH}$,
- ekvivalentna otpornost mreže $R_1 = 2 \Omega$,
- kapacitivnost sabirnica $C_1 = 10 \mu\text{F}$,
- temena fazna vrednost elektromotorne sile mreže $E_m = \sqrt{2} \cdot 35 / \sqrt{3} = 28,58 \text{ kV}$,
- podužna induktivnost voda $l_v = 0,8 \text{ mH/km}$,
- podužna otpornost voda $r_v = 0,6 \Omega/\text{km}$,
- podužna kapacitivnost voda $c_v = 0,19 \cdot 10^{-6} \mu\text{F/km}$.

Ekvivalentna elektromotorna sila mreže se menja po prostoperiodičnom zakonu:

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi)$$

gde je ω industrijska učestanost i φ početna faza elektromotorne sile.

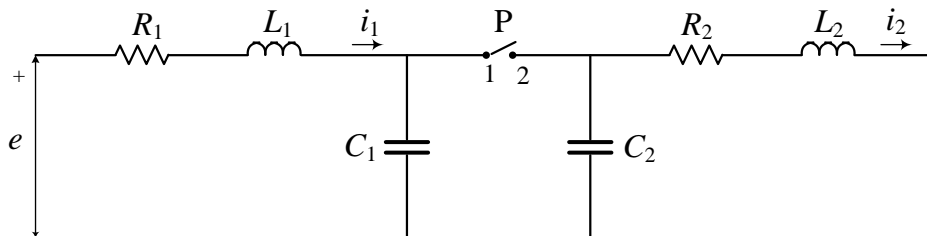
Odrediti vrednost prvog maksimuma prelaznog povratnog napona pri isključenju bliskog kratkog spoja u sledećim slučajevima:

- a) vod je predstavljen ekvivalentnom šemom sa koncentrisanim parametrima,

b) vod je predstavljen ekvivalentnom šemom sa raspodeljenim parametrima.

Rešenje:

a) Na slici je prikazana monofazna ekvivalentna šema za proračun prelaznog povratnog napona pri isključenju bliskog kratkog spoja na vodu.



Slika: Monofazna ekvivalentna šema za proračun prelaznog povratnog napona pri isključenju bliskog kratkog spoja na vodu

Induktivnost L_2 , otpornost R_2 i kapacitivnost C_2 dela voda do mesta kratkog spoja u ekvivalentnoj šemi voda sa koncentrisanim parametrima na slici 34.2 su:

$$L_2 = l_v \cdot d = 0,005 \text{ H}$$

$$R_2 = r_v \cdot d = 3 \Omega$$

$$C_2 = c_v \cdot d = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

Diferencijalne jednačine koje opisuju prelazne procese u delu kola levo od prekidača P na slici, nakon otvaranja kontakata prekidača i prekida struje, su:

$$e(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + u_{c1}$$

$$i_1 = C_1 \frac{du_{c1}}{dt}$$

Diferencijalne jednačine koje opisuju prelazne procese u delu kola desno od prekidača P na slici, nakon otvaranja kontakata prekidača i prekida struje, su:

$$u_{c2} - L_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 = 0$$

$$i_2 = -C_2 \frac{du_{c2}}{dt}$$

Rešavanjem prethodnih sistema diferencijalnih jednačina dobijaju se sledeći približni izrazi za napone na kondenzatorima C_1 i C_2 :

$$u_{c1}(t) = E_m \cos(\omega t) - (E_m - U_{c01}) \cos(\alpha_1 \omega_1 t) e^{-\delta_1 t}$$

$$u_{c2}(t) = U_{c02} \cos(\alpha_2 \omega_2 t) e^{-\delta_2 t}$$

gde su:

- slobodna kružna učestanost napojnog dela kola $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = 4472 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

- koeficijent prigušenja napojnog dela kola $\delta_1 = \frac{R_1}{2L_1} = 200$

- koeficijent promene učestanosti napojnog dela kola usled dejstva prigušenja $\alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{\delta_1^2}{\omega_1^2}} \approx 1$

- slobodna kružna učestanost dela kola sa strane voda $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = 16222 \frac{rad}{s}$

- koeficijent prigušenja dela kola sa strane voda $\delta_2 = \frac{R_2}{2L_2} = 375$

- koeficijent promene učestanosti dela kola sa strane voda usled prigušenja $\alpha_2 = \sqrt{1 - \frac{\delta_2^2}{\omega_2^2}} \approx 1$

Naponi U_{c01} i U_{c02} su početne vrednosti napona na kondenzatorima C_1 i C_2 i određuju kao naponi koji važe za stacionarnu struju kratkog spoja neposredno pre gašenja luka u kolu sa zanemarenim otpornostima:

$$U_{c01} = U_{c02} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} E_m = 12,70 \text{ kV}$$

Prelazni povratni napon u_{PPN} predstavlja napon između kontakata prekidača u prelaznom režimu nakon prekida struje i jednak je razlici na kondenzatorima C_1 i C_2 :

$$u_{PPN}(t) = u_{c1}(t) - u_{c2}(t) = E_m \cos(\omega t) - (E_m - U_{c01}) \cos(\alpha_1 \omega_1 t) e^{-\delta_1 t} - U_{c02} \cos(\alpha_2 \omega_2 t) e^{-\delta_2 t}$$

Prvi maksimum prelaznog povratnog napona se postiže u trenutku prvog maksimuma (po apsolutnoj vrednosti) napona $u_{c2}(t)$ jer je $\omega_2 > \omega_1$:

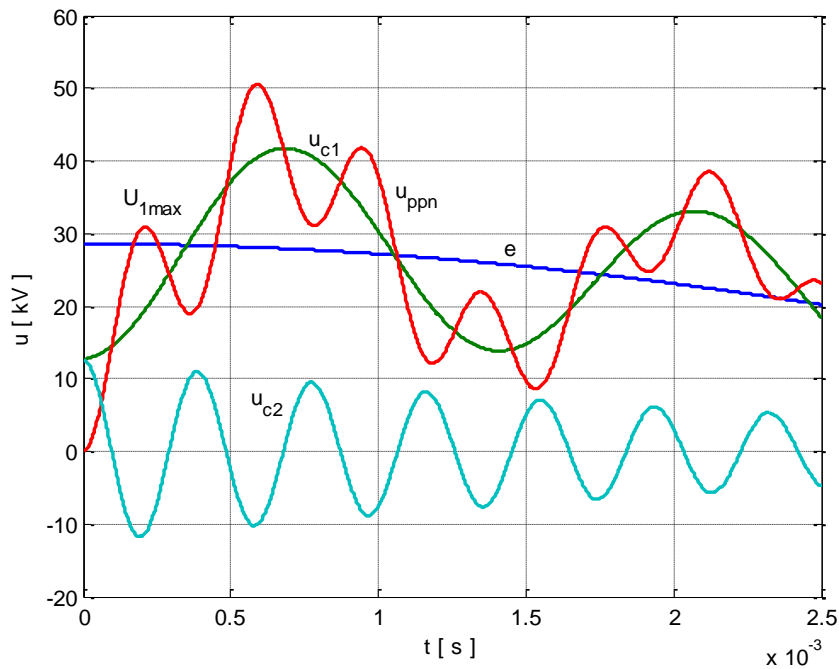
$$t_m = \frac{\pi}{\omega_2} = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

U prethodnom izrazu je zanemaren uticaj otpornosti u kolu na promenu sopstvene učestanosti.

Prvi maksimum prelaznog povratnog napona je:

$$U_{1\max} = u_{PPN}(t_m) = 30,44 \text{ kV}$$

Na slici su prikazani naponi na kondenzatorima $u_{c1}(t)$ i $u_{c2}(t)$, prelazni povratni napon $u_{ppn}(t)$ i elektromotorna sila izvora $e(t)$.



Slika: Naponi na kondenzatorima $u_{c1}(t)$ i $u_{c2}(t)$, prelazni povratni napon $u_{ppn}(t)$ i elektromotorna sila izvora $e(t)$

b) Kada se vod u kome se dogodio blizak kratak spoj predstavi ekvivalentnom šema voda sa raspodeljenim parametrima, na početku voda se pojavljuje karakterističan testerast oblik napona čija je amplituda:

$$U_1 = \omega L_2 \cdot I_m = \omega L_2 \frac{E_m}{\omega L_1 + \omega L_2} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} E_m = 12,7 \text{ kV}$$

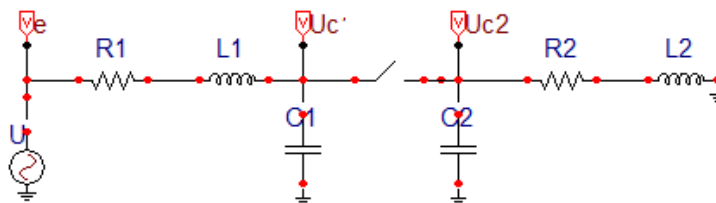
gde je I_m amplituda struje bliskog kratkog spoja pre isključenja prekidača.

Prvi maksimum prelaznog povratnog napona, ako se zanemari prigušenje i smatra da se napon sa strane voda menja mnogo brže nego napon sa strane izvora, ima sledeću vrednost:

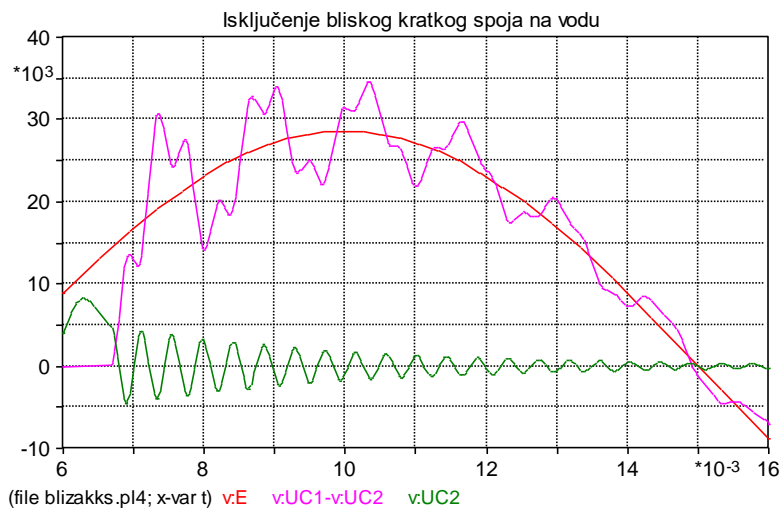
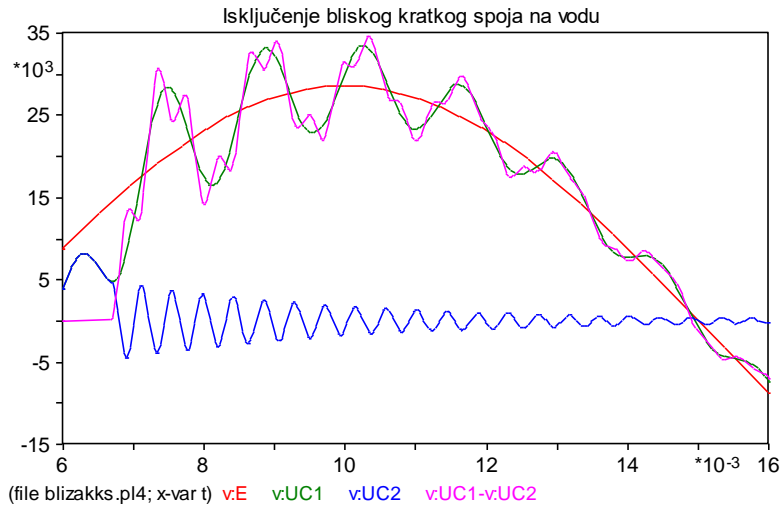
$$U_{1\max} = 2 \cdot U_1 = 25,4 \text{ kV}$$

Računarska vežba

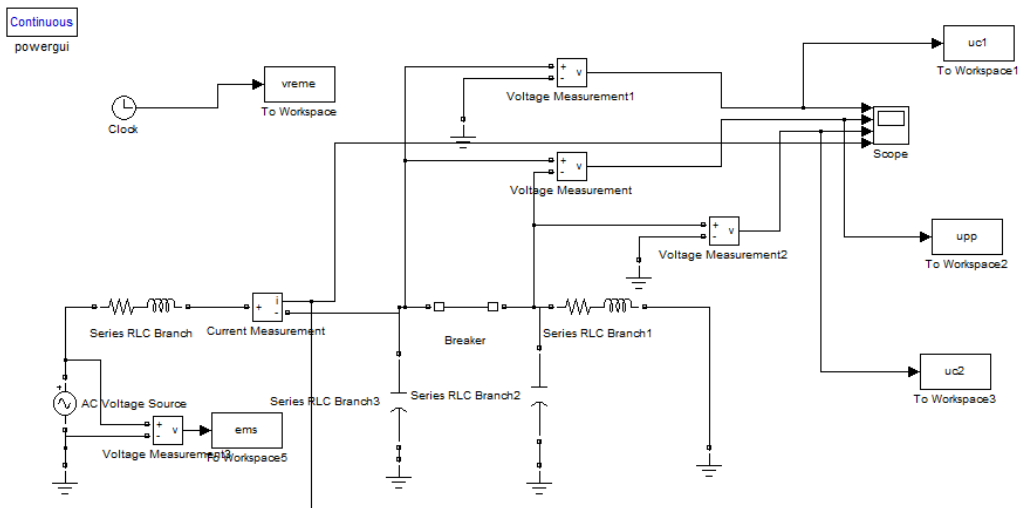
Rešenje:



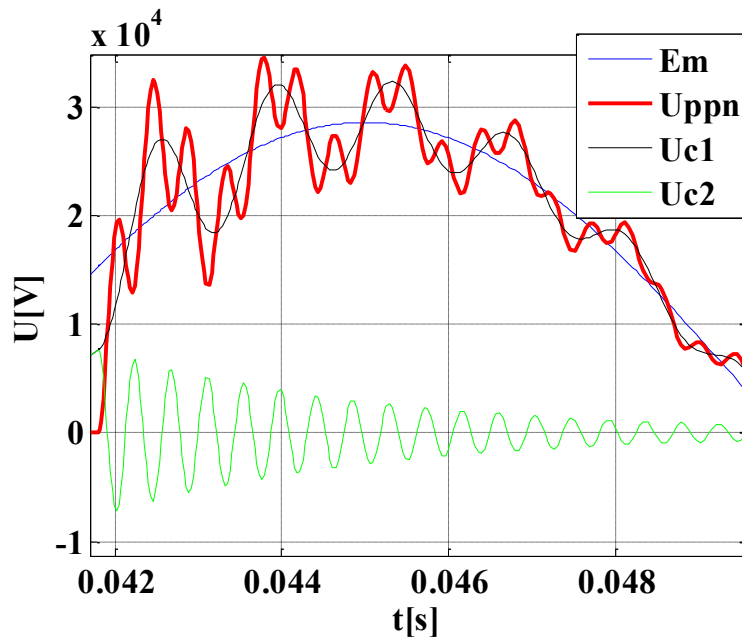
Slika: Ekvivalentna šema problema u ATP-EMTP



Slika: Rezultati simulacije u ATP-EMTP

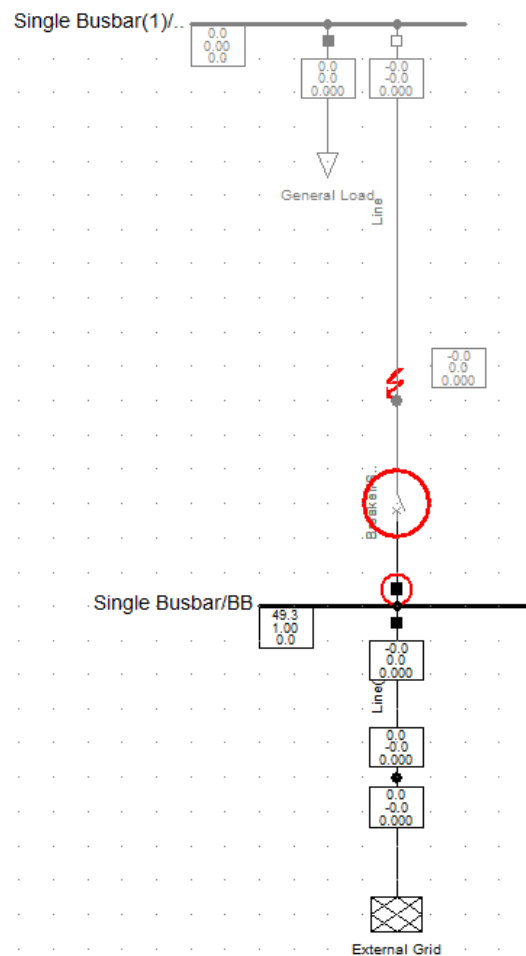


Slika: Ekvivalentna šema problema u Simulink-u

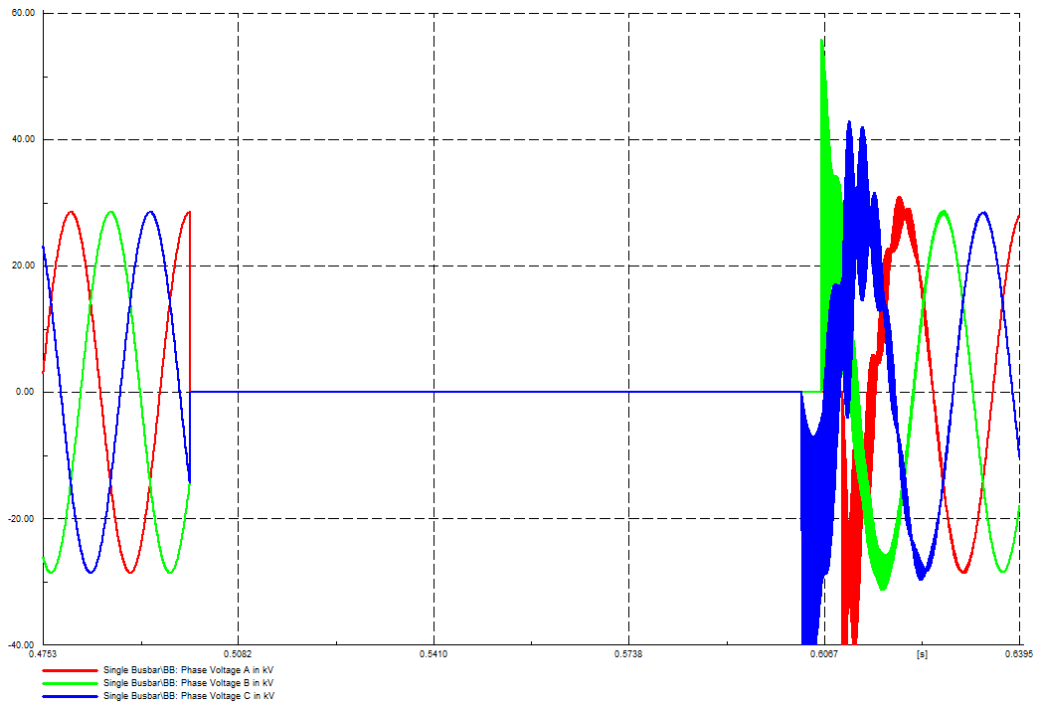


Slika: Rezultati simulacije u Simulink-u

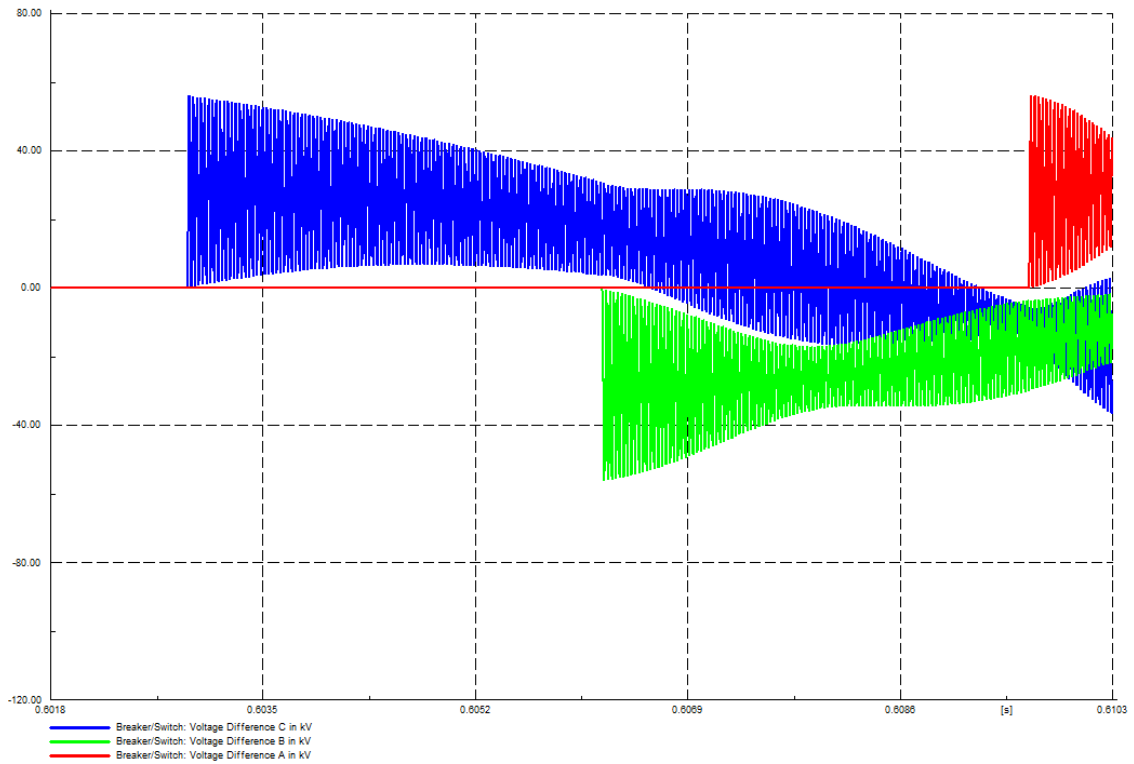
Sabirnički i blizak KS u DIgSILENT-u



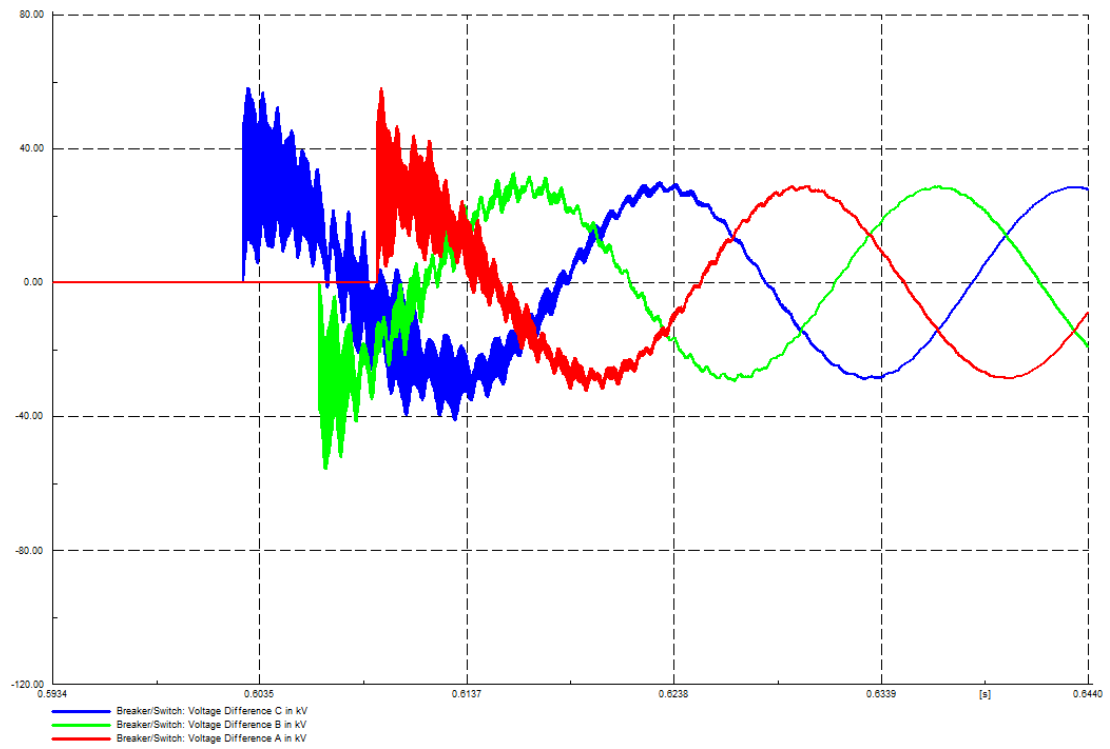
Slika: Ekvivalentna šema problema u DIgSILENT-u



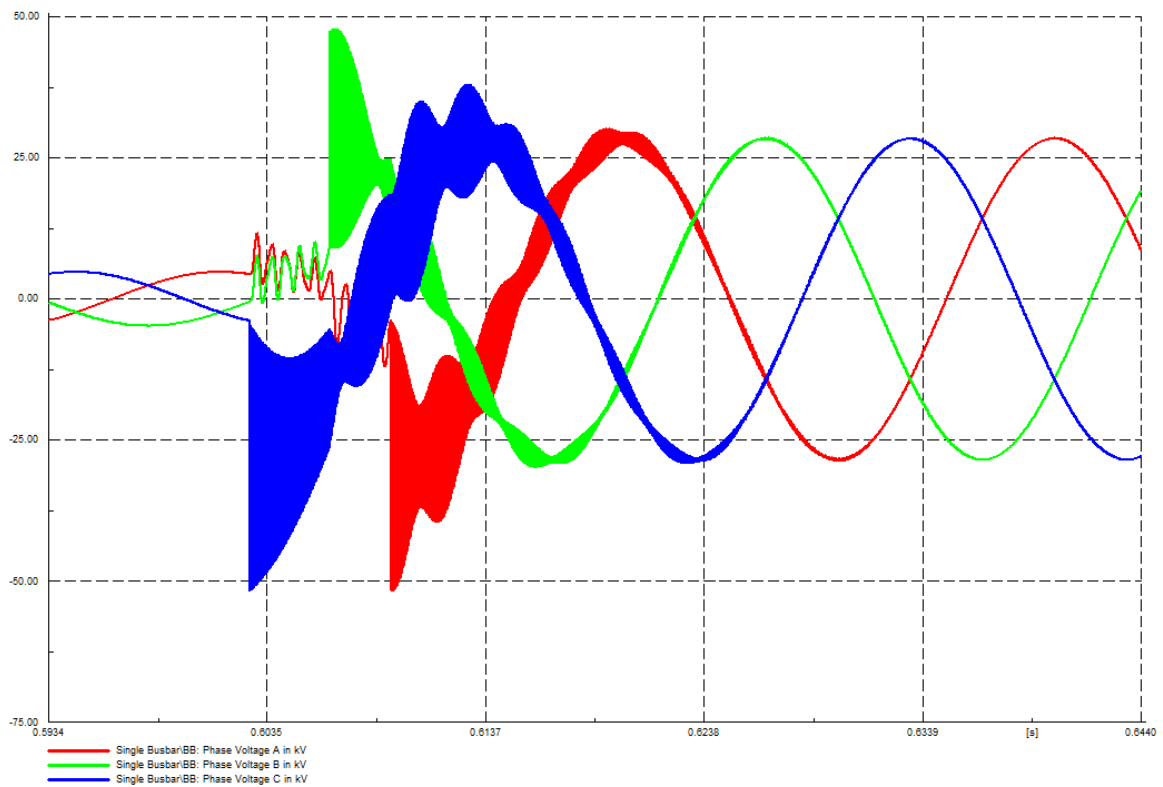
Slika: Napon na sabirnicama pri sabirničkom KS



Slika: Napon na prekidaču pri sabirničkom KS



Slika: Napon na prekidaču pri bliskom KS



Slika: Napon na sabirnicama pri bliskom KS