

Poglavlje 2

PRORAČUN TOKOVA SNAGA

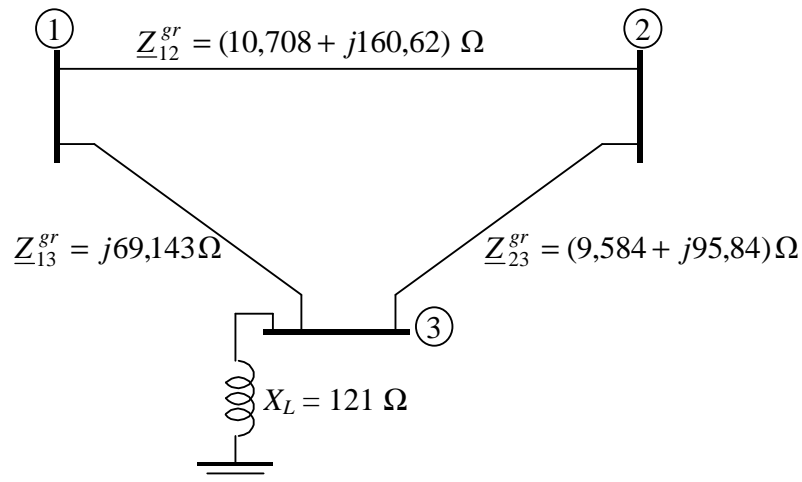
Zadatak 2.1

Za jednostavan elektroenergetski sistem prikazan na sl. 2.1a:

a) Odrediti promenljive stanja posle druge iteracije proračuna tokova snaga Gauss-Seidelovom metodom.

b) Koristeći izračunate promenljive stanja iz prethodne tačke odrediti:

- aktivnu snagu generisanja u čvoru 2;
- tok aktivne snage po grani 1-2 (P_{12});
- gubitke aktivne snage na vodu 1-3.



Sl. 2.1a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.1

Podaci o čvorovima sistema dati su u tab. 2.1a.

Napomena: Za bazne vrednosti usvojiti $S_B = 100$ MVA i $U_B = 220$ kV.

Tab. 2.1a Podaci o čvorovima sistema iz zadatka 2.1

čvor	U [kV]	θ [rad]	P_G [MW]	P_p [MW]	Q_G [MVA _r]	Q_p [MVA _r]
1	220	/	350	100	/	30
2	231	0	/	250	/	100
3	/	/	/	150	/	50

Rešenje:

a) Impedanse grana datog sistema u relativnim jedinicama dobijene prema formuli

$$\underline{Z}_{ij}^{gr} = \frac{\underline{Z}_{ij}^{gr}}{Z_B} = \frac{\underline{Z}_{ij}^{gr}}{U_B^2} S_B,$$

su:

$$\underline{Z}_{12}^{gr} = (0,02212 + j0,33186)\text{r.j.};$$

$$\underline{Z}_{13}^{gr} = j0,14286\text{r.j.};$$

$$\underline{Z}_{23}^{gr} = (0,0198 + j0,19802)\text{r.j.};$$

$$\underline{Z}_L = j0,25 \text{ r.j.}$$

Odgovarajuće admitanse u relativnim jedinicama, dobijene prema formuli

$$\underline{Y}_{ij}^{gr} = \frac{1}{\underline{Z}_{ij}^{gr}},$$

su:

$$\underline{Y}_{12}^{gr} = (0,2 - j3) \text{ r.j.};$$

$$\underline{Y}_{13}^{gr} = -j7 \text{ r.j.};$$

$$\underline{Y}_{23}^{gr} = (0,5 - j5) \text{ r.j.};$$

$$\underline{Y}_L = -j4 \text{ r.j.}$$

Matrica admitansi čvorova $\underline{Y}_{\check{C}V}$ sistema je:

$$\underline{Y}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} 0,2 - j10 & -0,2 + j3 & j7 \\ -0,2 + j3 & 0,7 - j8 & -0,5 + j5 \\ j7 & -0,5 + j5 & 0,5 - j16 \end{bmatrix}.$$

Promenljive pridružene pojedinim čvorovima u relativnim jedinicama su:

$$\text{čvor 1: } \underline{S}_1 = (2,5 + jQ_1) \text{ r.j.};$$

$$\underline{U}_1 = 1,0 \text{ r.j. } \angle \theta_1 \quad - \text{ PU čvor}$$

$$\text{čvor 2: } \underline{S}_2 = (P_2 + jQ_2) \text{ r.j.};$$

$$\underline{U}_2 = 1,05 \text{ r.j. } \angle 0^\circ \quad - \text{ Balansno-referentni čvor}$$

$$\text{čvor 3: } \underline{S}_3 = (-1,5 - j0,5) \text{ r.j.};$$

$$\underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3 \quad - \text{ PQ čvor}$$

Izrazi za Gaus-Seidelov iterativni postupak, primenjeni na kompleksne relacije za snage injektiranja i sve veličine izražene u relativnim jedinicama su:

$$\underline{S}_i - \underline{U}_i \sum_{j=1}^N (\underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^* = 0 \quad i = 2, 3, \dots, N,$$

koji daju sledeću iterativnu šemu:

$$\underline{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left[\left(\frac{\underline{S}_i}{\underline{U}_i^{(k)}} \right)^* - \sum_{j=1}^{i-1} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^N \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j^{(k)} \right]; \quad i = 2, 3, \dots, N; k = 0, 1,$$

2,...

Ovakva iterativna šema važi u slučaju da se svi ostali čvorovi osim balansno-referentnog čvora mogu modelovati kao potrošački PQ čvorovi. U slučaju da u sistemu postoje generatorski čvorovi, potrebno je u svakoj iteraciji proračunati unapred nepoznate reaktivne snage injektiranja

$$Q_i^{(k)} = -\Im m \left\{ \underline{Y}_{ii} \underline{U}_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j^{(k)} \underline{U}_i'^{(k)*} \right\}; \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

gde $\underline{U}'_i^{(k)}$ predstavlja napon generatorskog čvora 'i' u iteraciji 'k' čiji je moduo unapred specificovan, dok je argument jednak argumentu fazora napona proračunatog u k-toj iteraciji. Iterativna šema tada glasi:

$$\underline{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left[\left(\frac{P_i + jQ_i^{(k)}}{\underline{U}'_i^{(k)}} \right)^* - \sum_{j=1}^{i-1} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^N \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j^{(k)} \right]; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

U datom zadatku čvor 1 je generatorski čvor. Izraz za reaktivnu snagu u tom čvoru je

$$\begin{aligned} Q_1^{(k)} &= -\Im m \left\{ \underline{Y}_{11} \underline{U}_1^2 + \underline{Y}_{12} \underline{U}_2 \underline{U}'_1^{(k)*} + \underline{Y}_{13} \underline{U}_3^{(k)} \underline{U}'_1^{(k)*} \right\} = \\ &= -\Im m \left\{ (0,2 - j10) \cdot 1^2 + (-0,2 + j3) \cdot 1,05 \cdot \underline{U}'_1^{(k)*} + j7 \underline{U}_3^{(k)} \underline{U}'_1^{(k)*} \right\}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Iterativna šema je:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1^{(k+1)} &= \frac{1}{\underline{Y}_{11}} \left[\left(\frac{P_1 + jQ_1^{(k)}}{\underline{U}'_1^{(k)}} \right)^* - \underline{Y}_{12} \underline{U}_2 - \underline{Y}_{13} \underline{U}_3^{(k)} \right] = \\ &= \frac{1}{0,2 - j10} \left[\frac{2,5 - jQ_1^{(k)}}{\underline{U}'_1^{(k)*}} - 1,05 \cdot (-0,2 + j3) - j7 \cdot \underline{U}_3^{(k)} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_3^{(k+1)} &= \frac{1}{\underline{Y}_{33}} \left[\left(\frac{P_3 + jQ_3}{\underline{U}_3^{(k)}} \right)^* - \underline{Y}_{13} \underline{U}'_1^{(k+1)} - \underline{Y}_{23} \underline{U}_2 \right] = \\ &= \frac{1}{0,5 - j16} \left[\frac{-1,5 + j0,5}{\underline{U}_3^{(k)}} - j7 \cdot \underline{U}'_1^{(k+1)} - 1,05 \cdot (-0,5 + j5) \right]; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Na osnovu prethodnog uz $\underline{U}_3^{(0)} = 1,0 \angle 0^\circ$, dobijaju se sledeće vrednosti za $Q_1^{(0)}$ i $\underline{U}_1^{(1)}$:

$$\begin{aligned} Q_1^{(0)} &= -\Im m \left\{ (0,2 - j10) \cdot 1^2 + (-0,2 + j3) \cdot 1,05 \cdot 1 + j7 \cdot 1 \cdot 1 \right\} = -0,15 \text{ r.j.}; \\ \underline{U}_1^{(1)} &= \frac{1}{0,2 - j10} \left[\frac{2,5 + j0,15}{1} - 1,05 \cdot (-0,2 + j3) - j7 \cdot 1 \right] = (1,0051 + j0,2509) \text{ r.j.} \end{aligned}$$

U polarnim koordinatama ovaj napon je:

$$\underline{U}_1^{(1)} = 1,0359 \text{ r.j. } \angle 14,0174^\circ,$$

te je korigovan napon ovog čvora:

$$\underline{U}'_1^{(1)} = 1,00 \text{ r.j. } \angle 14,0174^\circ = (0,9702 + j0,2422) \text{ r.j.}$$

Napon čvora 3 u prvoj iteraciji je:

$$\underline{U}_3^{(1)} = \frac{1}{0,5 - j16} \left[\frac{-1,5 + j0,5}{1} - j7 \cdot (0,9702 + j0,2422) - 1,05 \cdot (-0,5 + j5) \right] = (0,722 + j0,0225) \text{ r.j.}$$

U sledećoj iteraciji je:

$$Q_1^{(1)} = -\Im m \left\{ (0,2 - j10) \cdot 1^2 + (-0,2 + j3) \cdot 1,05 \cdot (0,9702 - j0,2422) + j7 \cdot (0,772 + j0,0225) \cdot (0,9702 - j0,2422) \right\} = 1,951 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{U}_1^{(2)} = \frac{1}{0,2 - j10} \left[\frac{2,5 - j1,951}{0,9702 - j0,2422} - 1,05 \cdot (-0,2 + j3) - j7 \cdot (0,722 + j0,0225) \right] =$$

$$= (0,9553 + j0,3074) \text{ r.j.} = 1,00355 \text{ r.j.} \angle 17,8389^\circ ,$$

odnosno

$$\underline{U}'_1^{(2)} = 1,00 \text{ r.j.} \angle 17,8389^\circ = (0,9519 + j0,3063) \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{U}_3^{(2)} = \frac{1}{0,5 - j16} \left[\frac{-1,5 + j0,5}{0,722 - j0,0225} - j7 \cdot (0,9519 + j0,3063) - 1,05 \cdot (-0,5 + j5) \right] =$$

$$= (0,7058 + j0,0137) \text{ r.j.} = 0,7059 \text{ r.j.} \angle 1,1134^\circ .$$

c) Aktivna snaga generisanja u čvoru 2 je:

$$P_{G2} = P_{p2} + \Re e \left\{ \underline{Y}_{22} \underline{U}_2^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^3 \underline{Y}_{2j} \underline{U}_2^* \underline{U}_j \right\} =$$

$$= 2,5 + \Re e \left\{ (0,7 - j8) \cdot 1,05^2 + (-0,2 + j3) \cdot 1,05 \cdot (0,9519 + j0,3063) + (-0,5 + j5) \cdot 1,05 \cdot (0,7058 + j0,0137) \right\} = 1,6645 \text{ r.j.}$$

Tok aktivne snage po vodu 1-2 je

$$P_{12} = U_1^2 G_{12}^{gr} - U_1 U_2 \left[G_{12}^{gr} \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{12}^{gr} \sin(\theta_1 - \theta_2) \right] =$$

$$= 1 \cdot 0,2 - 1 \cdot 1,05 \cdot \left[0,2 \cos(17,8389^\circ) - 3 \sin(17,8389^\circ) \right] = 0,9651 \text{ r.j.}$$

U grani 1-3 zanemarena je aktivna otpornost voda, tako da su i gubici aktivne snage jednaki nuli.



Zadatak 2.2

Na sl. 2.2a prikazan je elektroenergetski sistem u kojem su admitanse svih vodova jednake i iznose $\underline{Y}_{ij}^{gr} = (1 - j10)$ r.j. (zanemarene su otočne admitanse vodova).

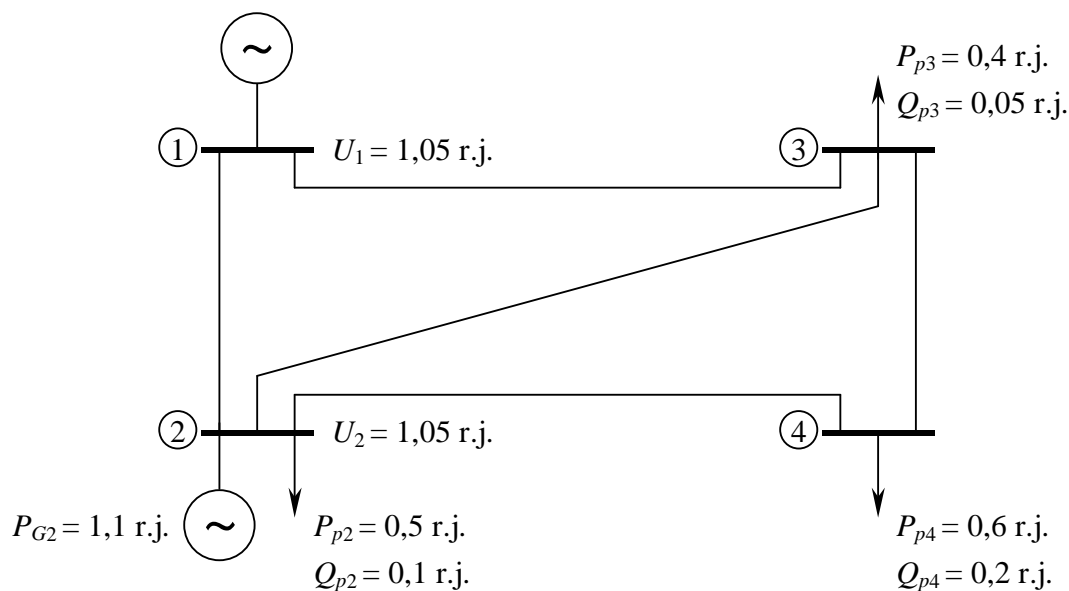
a) Izračunati elemente matrice nezavisnih čvorova $\underline{Y}_{\check{C}V}$ elektroenergetskog sistema na slici.

b) Usvajajući čvor 1 za balansno-referentni čvor mreže, izvršiti klasifikaciju preostalih čvorova na PU i PQ čvorove.

c) Odrediti dimenzije i opštu formu Jacobieve matrice za proračun tokova snaga u datom elektroenergetskom sistemu, po Newton-Raphsonovoj metodi.

d) Izračunati početne vrednosti elemenata Jacobieve matrice $\partial P_2 / \partial \theta_2$, $\partial Q_3 / \partial U_3$ i $\partial P_4 / \partial U_4$, za prvu iteraciju Newton-Raphsonovog postupka. Na kojim pozicijama se nalaze ovi elementi u Jacobievoj matrici?

Napomena: Za implicitno nepoznate promenljive u prvoj iteraciji usvojiti početno pogađanje $\theta^{(0)} = 0$ i $U^{(0)} = 1$ ("Flat Start").



Sl. 2.2a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.2

Rešenje:

a) Matrica admitansi nezavisnih čvorova je:

$$\underline{Y}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} 2 - j20 & -1 + j10 & -1 + j10 & 0 \\ -1 + j10 & 3 - j30 & -1 + j10 & -1 + j10 \\ -1 + j10 & -1 + j10 & 3 - j30 & -1 + j10 \\ 0 & -1 + j10 & -1 + j10 & 2 - j20 \end{bmatrix}.$$

b) Klasifikacija čvorova sistema, sa unetim numeričkim vrednostima poznatih promenljivih je:

$$\begin{array}{llll}
 \text{čvor 1: } \underline{S}_1 = (P_1 + jQ_1) \text{ r.j.} & \underline{U}_1 = 1,05 \text{ r.j. } \angle 0^\circ & - \text{balansno-referentni čvor} \\
 \text{čvor 2: } \underline{S}_2 = (0,6 + jQ_2) \text{ r.j.} & \underline{U}_2 = 1,05 \text{ r.j. } \angle \theta_2 & - \text{PU čvor} \\
 \text{čvor 3: } \underline{S}_3 = (-0,4 - j0,05) \text{ r.j.} & \underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3 & - \text{PQ čvor} \\
 \text{čvor 4: } \underline{S}_4 = (-0,6 - j0,2) \text{ r.j.} & \underline{U}_4 = U_4 \angle \theta_4 & - \text{PQ čvor}
 \end{array}$$

c) Opšti oblik Jacobieve matrice je:

$$\mathbf{J} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U} \end{array} \right] \\ \begin{array}{cc} N-1 & N_{PQ} \\ N-1 & N_{PQ} \end{array} \end{array},$$

koji u konkretnom slučaju za sistem iz ovog zadatka ($N = 4$, $N_{PU} = 1$, $N_{PQ} = 2$) ima oblik:

$$\mathbf{J} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|cc} \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial U_4} \\ \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial U_4} \\ \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial U_4} \\ \hline \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_4} \\ \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_4} \\ \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_4} \end{array} \right] \\ \begin{array}{cc} N-1=3 & N_{PQ}=2 \end{array} \end{array}, \quad (5 \times 5)$$

pri čemu se vrednosti traženih elemenata (na osenčenim pozicijama u izrazu za \mathbf{J}) nalaze preko relacija:

$$J_{11} = \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2}; \quad J_{44} = \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3}; \quad J_{35} = \frac{\partial \Delta P_4}{\partial U_4}.$$

d) Početne vrednosti traženih elemenata Jacobieve matrice (za $\theta_1^{(0)} = \theta_2^{(0)} = \theta_3^{(0)} = \theta_4^{(0)} = 0$ rad i $U_1 = U_2 = 1,05$ r.j.; $U_3^{(0)} = U_4^{(0)} = 1,00$ r.j su

$$J_{11} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^4 U_2 U_j [G_{2j} \sin(\theta_2 - \theta_j) - B_{2j} \cos(\theta_2 - \theta_j)];$$

$$\begin{aligned}
J_{11}^{(0)} &= U_2 U_1 [G_{21} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_1) - B_{21} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_1)] + \\
&+ U_2 U_3^{(0)} [G_{23} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_3^{(0)}) - B_{23} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_3^{(0)})] + \\
&+ U_2 U_4^{(0)} [G_{24} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_4^{(0)}) - B_{24} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_4^{(0)})] = \\
&= 1,05 \cdot 1,05 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] + \\
&+ 1,05 \cdot 1 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] + \\
&+ 1,05 \cdot 1 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] = -32,025 ;
\end{aligned}$$

$$J_{44} = 2 B_{33} U_3 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^4 U_j [G_{3j} \sin(\theta_3 - \theta_j) - B_{3j} \cos(\theta_3 - \theta_j)] ;$$

$$\begin{aligned}
J_{44}^{(0)} &= 2 B_{33} U_3^{(0)} - U_1 [G_{31} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_1^{(0)}) - B_{31} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_1^{(0)})] - \\
&- U_2 [G_{32} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)}) - B_{32} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)})] - \\
&- U_4^{(0)} [G_{34} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)}) - B_{34} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)})] = \\
&= 2 \cdot (-30) \cdot 1 - 1,05 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] - \\
&- 1,05 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] - \\
&- 1 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] = -29 ;
\end{aligned}$$

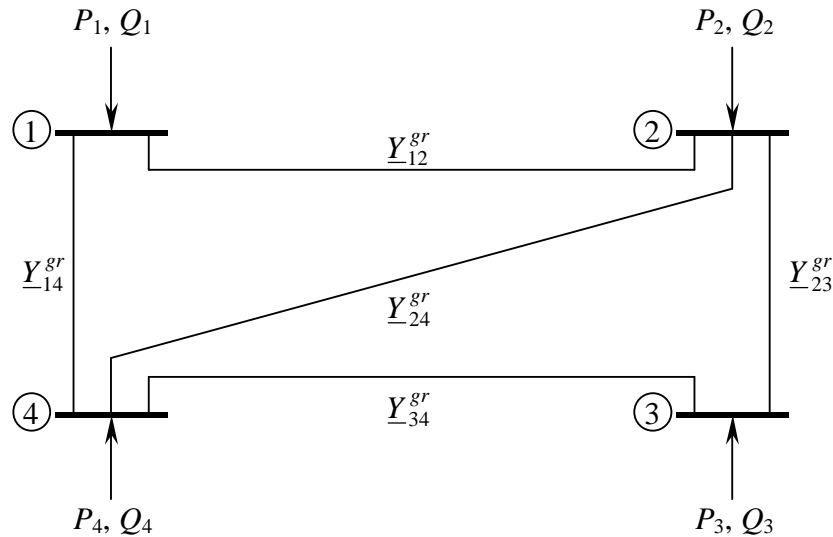
$$J_{35} = -2 G_{44} U_4 - \sum_{j=1}^3 U_j [G_{4j} \cos(\theta_4 - \theta_j) + B_{4j} \sin(\theta_4 - \theta_j)] ;$$

$$\begin{aligned}
J_{35}^{(0)} &= -2 G_{44} U_4^{(0)} - U_2 [G_{42} \cos(\theta_4^{(0)} - \theta_2^{(0)}) + B_{42} \sin(\theta_4^{(0)} - \theta_2^{(0)})] - \\
&- U_3^{(0)} [G_{43} \cos(\theta_4^{(0)} - \theta_3^{(0)}) + B_{43} \sin(\theta_4^{(0)} - \theta_3^{(0)})] = \\
&= -2 \cdot 2 \cdot 1 - 1,05 \cdot [-1 \cos(0) + 10 \sin(0)] - \\
&- 1 \cdot [-1 \cos(0) + 10 \sin(0)] = -1,95 .
\end{aligned}$$

□

Zadatak 2.3

Za elektroenergetski sistem na sl. 2.3a izračunati početnu vrednost elemenata na glavnoj dijagonali Jacobieve matrice za Newton-Raphsonov postupak.



Sl. 2.3a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.3a

Usvojene početne vrednosti promenljivih su:

$$\begin{aligned}\theta_2^{(0)} &= 0 \text{ rad;} \\ \theta_3^{(0)} &= -0,1 \text{ rad;} & U_3^{(0)} &= 0,95 \text{ r.j.} \\ \theta_4^{(0)} &= -0,1 \text{ rad;} & U_4^{(0)} &= 0,90 \text{ r.j.}\end{aligned}$$

Podaci o vodovima:

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{12}^{gr} &= (1,0 - j10,0) \text{ r.j.}; & \underline{Y}_{14}^{gr} &= (1,0 - j5,0) \text{ r.j.}; & \underline{Y}_{23}^{gr} &= (0,5 - j5,0) \text{ r.j.}; \\ \underline{Y}_{24}^{gr} &= (0,5 - j10,0) \text{ r.j.}; & \underline{Y}_{34}^{gr} &= (1,0 - j10,0) \text{ r.j.}\end{aligned}$$

Podaci o naponima i injektiranjima čvorova:

$$\begin{aligned}U_1 &= 1,0 \text{ r.j.}; & \theta_1 &= 0 \text{ rad}; & U_2 &= 1,05 \text{ r.j.}; & P_{G2} &= 1,0 \text{ r.j.}; & P_{p3} &= 0,5 \text{ r.j.}; & Q_{p3} &= 0,0 \text{ r.j.}; \\ P_{p4} &= 2,0 \text{ r.j.}; & Q_{p4} &= 0,5 \text{ r.j.}\end{aligned}$$

Rešenje:

Newton-Raphsonov postupak za rešavanje tokova snaga i naponskih stanja u složenim elektroenergetskim sistemima zahteva rešavanje sledećih nelinearnih jednačina:

$$\Delta P_i = P_i - G_{ii} U_i^2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] = 0;$$

$$\Delta Q_i = Q_i + B_{ii} U_i^2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] = 0; \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

primenjujući iterativnu šemu:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{J}_k^{-1} \mathbf{f}^{(k)}; \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

koja se u k -toj iteraciji koristi samo za implicitne nepoznate θ_i i U_i , (koje su elementi vektora \mathbf{x}).
Jacobieva matrica prvih parcijalnih izvoda ima formu

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial U} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial U} \end{bmatrix} \begin{matrix} N-1 \\ N_{PQ} \\ N-1 \\ N_{PQ} \end{matrix}.$$

Dijagonalni elementi Jacobieve matrice su

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)];$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_i} = 2 B_{ii} U_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)],$$

gde su G_{ij} i B_{ij} elementi matrice admitansi nezavisnih čvorova $\underline{\mathbf{Y}}_{\check{C}V} = \mathbf{G}_{\check{C}V} + j\mathbf{B}_{\check{C}V}$.

U posmatranom primeru, klasifikacija čvorova je sledeća:

- 1 – balansno-referentni čvor;
- 2 – generatorski (PU) čvor;
- 3, 4 – potrošački čvorovi.

$$(N = 4, N_{PU} = 1, N_{PQ} = 2)$$

Matrice konduktansi i susceptansi sistema su:

$$\mathbf{G}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -0,5 & -0,5 \\ 0 & -0,5 & 1,5 & -1 \\ -1 & -0,5 & -1 & 2,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} -15 & 10 & 0 & 5 \\ 10 & -25 & 5 & 10 \\ 0 & 5 & -15 & 10 \\ 5 & 10 & 10 & -25 \end{bmatrix}.$$

Početne vrednosti dijagonalnih elemenata Jacobieve matrice su:

$$J_{11} = \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2}; \quad J_{22} = \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3}; \quad J_{33} = \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_4}; \quad J_{44} = \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3}; \quad J_{55} = \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_4},$$

odnosno

$$J_{11} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^4 U_2 U_j [G_{2j} \sin(\theta_2 - \theta_j) - B_{2j} \cos(\theta_2 - \theta_j)],$$

tako da je

$$\begin{aligned} J_{11}^{(0)} &= U_2 U_1 [G_{21} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_1) - B_{21} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_1)] + \\ &+ U_2 U_3^{(0)} [G_{23} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_3^{(0)}) - B_{23} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_3^{(0)})] + \\ &+ U_2 U_4^{(0)} [G_{24} \sin(\theta_2^{(0)} - \theta_4^{(0)}) - B_{24} \cos(\theta_2^{(0)} - \theta_4^{(0)})] = \\ &= 1,05 \cdot 1 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] + \\ &+ 1,05 \cdot 0,95 \cdot [-0,5 \sin(0,1) - 5 \cos(0,1)] + \\ &+ 1,05 \cdot 0,9 \cdot [-0,5 \sin(0,1) - 10 \cos(0,1)] = -24,962; \end{aligned}$$

$$J_{22} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^4 U_3 U_j [G_{3j} \sin(\theta_3 - \theta_j) - B_{3j} \cos(\theta_3 - \theta_j)];$$

$$\begin{aligned} J_{22}^{(0)} &= U_3^{(0)} U_2 [G_{32} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)}) - B_{32} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)})] + \\ &+ U_3^{(0)} U_4^{(0)} [G_{34} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)}) - B_{34} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)})] = \\ &= 0,95 \cdot 1,05 \cdot [-0,5 \sin(-0,1) - 5 \cos(-0,1)] + \\ &+ 0,95 \cdot 0,9 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] = -13,463; \end{aligned}$$

$$J_{33} = \sum_{j=1}^3 U_4 U_j [G_{4j} \sin(\theta_4 - \theta_j) - B_{4j} \cos(\theta_4 - \theta_j)];$$

$$J_{33}^{(0)} = -22,293;$$

$$J_{44} = 2 B_{33} U_3 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^4 U_j [G_{3j} \sin(\theta_3 - \theta_j) - B_{3j} \cos(\theta_3 - \theta_j)];$$

$$\begin{aligned} J_{44}^{(0)} &= 2 B_{33} U_3^{(0)} - U_2 [G_{32} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)}) - B_{32} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_2^{(0)})] - \\ &- U_4^{(0)} [G_{34} \sin(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)}) - B_{34} \cos(\theta_3^{(0)} - \theta_4^{(0)})] = \\ &= 2 \cdot (-15) \cdot 0,95 - 1,05 \cdot [-0,5 \sin(-0,1) - 5 \cos(-0,1)] - \\ &- 0,9 \cdot [-1 \sin(0) - 10 \cos(0)] = -14,329; \end{aligned}$$

$$J_{55} = 2 B_{44} U_4 - \sum_{j=1}^3 U_j [G_{4j} \sin(\theta_4 - \theta_j) - B_{4j} \cos(\theta_4 - \theta_j)];$$

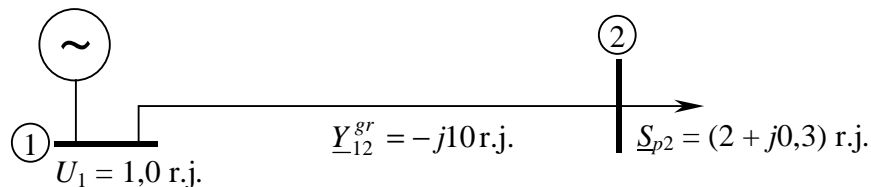
$$J_{55}^{(0)} = -20,230.$$

□

Zadatak 2.4

Posmatra se jednostavan elektroenergetski sistem od dva čvora prikazan na sl. 2.4a, gde su dati i svi podaci za proračune.

- Napisati jednačine injektiranja (čvor 1 je balansno-referentni čvor).
- Definisati vektor nepoznatih promenljivih i iz jednačina napisanih u tač. a izdvojiti jednačine iz kojih se proračunavaju te implicitne promenljive (x) i jednačine koje se naknadno rešavaju, radi dobijanja preostalih eksplicitnih nepoznatih (y).
- Primenom Newton-Raphsonovog postupka, naći rešenje svih promenljivih definisanih u tač. b, ako je kriterijum konvergencije $|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}| \leq 0,03$.
- Koliki su gubici reaktivne snage uvodu 1-2?
- Koliko se povećava tačnost rešenja problema, ako se načini još jedna iteracija posle zadovoljenja kriterijuma konvergencije iz tač. c.



Sl. 2.4a Šema i osnovni podaci za sistem iz zadatka 2.4

Rešenje:

a) Specifikacija vektora promenljivih i matrice parametara sistema:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ -P_{P2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{G1} \\ -Q_{P2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{G1} \\ -0,3 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ U_2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Y}_{\check{C}V} = j\mathbf{B}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -10 & 10 \\ 10 & -10 \end{bmatrix}.$$

Jednačine injektiranja su:

$$P_1 = U_1 U_2 B_{12} \sin(\theta_1 - \theta_2) = -10 U_2 \sin \theta_2;$$

$$Q_1 = -U_1^2 B_{11} - U_1 U_2 B_{12} \cos(\theta_1 - \theta_2) = 10 \cdot 1^2 - 10 U_2 \cos \theta_2 = 10 \cdot (1 - U_2 \cos \theta_2);$$

$$P_2 = -2,0 = U_2 U_1 B_{12} \sin(\theta_2 - \theta_1) = 10 U_2 \sin \theta_2;$$

$$Q_2 = -0,3 = -U_2^2 B_{22} - U_2 U_1 B_{12} \cos(\theta_2 - \theta_1) = 10 U_2^2 - 10 U_2 \cos \theta_2,$$

i u njima su promenljive stanja θ_1 , U_1 , θ_2 i U_2 .

b) Pošto je čvor 1 balansno-referentni čvor, sa unapred zadatim vrednostima za θ_1 i U_1 , to se rešavaju samo poslednje dve jednačine po nepoznatim elementima θ_2 i U_2 vektora \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix},$$

a naknadno se proračunavaju nepoznate:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{bmatrix},$$

iz jednačina za P_1 i Q_1 . Pošto je vod bez gubitaka, biće:

$$P_1 = -P_2 = 2,0 \text{ r.j.},$$

pa ostaje da se pronađu samo nepoznate θ_2 , U_2 i Q_1 .

c) Iterativni postupak rešavanja jednačina injektiranja za P_2 i Q_2 , po nepoznatim θ_2 i U_2 koristi šemu:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix}^{(k)} = [\mathbf{J}^{(k)}]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(k)};$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix}^{(k)} + \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix}^{(k)}; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Početno pogađanje: $\theta_2^{(0)} = 0$ rad i $U_2^{(0)} = 1$ r.j. ("Flat Start"), daje:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_2^{(0)} \\ Q_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -0,3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -0,3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,0 \end{bmatrix}.$$

Proračun elemenata Jacobieve matrice za prvu iteraciju daje:

$$\left. \frac{d \Delta P_2}{d \theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(0)}} = 10 U_2^{(0)} \cos \theta_2^{(0)} = 10 \cdot 1 \cos 0 = 10;$$

$$\left. \frac{d \Delta P_2}{d U_2} \right|_{\mathbf{x}^{(0)}} = 10 \sin \theta_2^{(0)} = 0;$$

$$\left. \frac{d \Delta Q_2}{d \theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(0)}} = 10 U_2^{(0)} \sin \theta_2^{(0)} = 0;$$

$$\left. \frac{d \Delta Q_2}{d U_2} \right|_{\mathbf{x}^{(0)}} = 20 U_2^{(0)} - 10 \cos \theta_2^{(0)} = 20 \cdot 1 - 10 \cdot 1 = 10.$$

Onda je:

$$\mathbf{J}^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_2} \end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}; \quad [\mathbf{J}^{(0)}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

tako da se nepoznate u jednačini injektiranja u prvoj iteraciji dobijaju rešenjem jednačine:

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ U_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(0)} \\ U_2^{(0)} \end{bmatrix} + [\mathbf{J}^{(0)}]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -0,3 \end{bmatrix},$$

odakle je:

$$\theta_2^{(1)} = -0,2 \text{ rad} = -11,46^\circ; \quad U_2^{(1)} = 0,97 \text{ r.j.}, \text{ odnosno } \mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,2 \\ 0,97 \end{bmatrix}.$$

Test konvergencije:

$$|\theta_2^{(1)} - \theta_2^{(0)}| = |-0,2 - 0| = 0,2 \quad - \text{ ne zadovoljava uslov } |\theta_2^{(1)} - \theta_2^{(0)}| \leq 0,03.$$

$$|U_2^{(1)} - U_2^{(0)}| = |0,97 - 1,0| = 0,03 \quad - \text{ zadovoljava uslov } |U_2^{(1)} - U_2^{(0)}| \leq 0,03.$$

Kako test konvergencije nije zadovoljen za obe nepoznate, mora se nastaviti iterativni postupak.

Elementi Jacobieve matrice za drugu iteraciju su:

$$\left. \frac{d \Delta P_2}{d \theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(1)}} = 10 U_2^{(1)} \cos \theta_2^{(1)} = 10 \cdot 0,97 \cdot 0,98 = 9,5066 ;$$

$$\left. \frac{d \Delta P_2}{d U_2} \right|_{\mathbf{x}^{(1)}} = 10 \sin \theta_2^{(1)} = -1,987 ;$$

$$\left. \frac{d \Delta Q_2}{d \theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(1)}} = 10 U_2^{(1)} \sin \theta_2^{(1)} = -10 \cdot 0,97 \cdot 0,1987 = -1,9271 ;$$

$$\left. \frac{d \Delta Q_2}{d U_2} \right|_{\mathbf{x}^{(1)}} = 20 U_2^{(1)} - 10 \cos \theta_2^{(1)} = 20 \cdot 0,97 - 10 \cdot 0,98 = 9,5993 ,$$

tako da su elementi linearne matrične jednačine u drugoj iteraciji:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(1)}) = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,0729 \\ -0,2024 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}^{(1)} = \begin{bmatrix} 9,5066 & -1,987 \\ -1,9271 & 9,5993 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{J}^{(1)}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1098 & 0,0227 \\ 0,0220 & 0,1087 \end{bmatrix},$$

koja ima formu:

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(2)} \\ U_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ U_2^{(1)} \end{bmatrix} + [\mathbf{J}^{(1)}]^{-1} f(x^{(1)}) = \begin{bmatrix} -0,2 \\ 0,97 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1098 & 0,0227 \\ 0,0220 & 0,1087 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0729 \\ -0,2024 \end{bmatrix},$$

odakle je rešenje po nepoznatim $\theta_2^{(2)}$ i $U_2^{(2)}$:

$$\theta_2^{(2)} = -0,2126 \text{ rad} = -12,18^\circ; \quad U_2^{(2)} = 0,9464 \text{ r.j.}$$

Test konvergencije ovde daje:

$$\begin{aligned} |\theta_2^{(2)} - \theta_2^{(1)}| &= |-0,2126 + 0,2| = 0,0126 < 0,03 \text{ i zadovoljava uslov } |\theta_2^{(2)} - \theta_2^{(1)}| \leq 0,03; \\ |U_2^{(2)} - U_2^{(1)}| &= |0,9464 - 0,97| = 0,0236 < 0,03 \text{ zadovoljava uslov } |U_2^{(2)} - U_2^{(1)}| \leq 0,03, \end{aligned}$$

što znači da se rešenje problema nalazi posle druge iteracije ($k = 2$):

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2126 \text{ rad} \\ 0,9464 \text{ r.j.} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} P_1^{(2)} \\ Q_1^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,0 \text{ r.j.} \\ 0,749 \text{ r.j.} \end{bmatrix}.$$

d) Reaktivni gubici u prenosnom vodu su onda

$$Q_{12}^{gub} = Q_1 - Q_2 = 0,749 - 0,3 = 0,449 \text{ r.j.},$$

ili

$$Q_{12}^{gub} = X_{12} \frac{(P_1^{(2)})^2 + (Q_1^{(2)})^2}{(U_1^{(2)})^2} = 0,1 \cdot \frac{2^2 + 0,749^2}{1^2} = 0,4561 \text{ r.j.},$$

ili

$$Q_{12}^{gub} = X_{12} \frac{(P_2^{(2)})^2 + (Q_2^{(2)})^2}{(U_2^{(2)})^2} = 0,1 \cdot \frac{2^2 + 0,3^2}{0,9464^2} = 0,4566 \text{ r.j.}$$

(uočavaju se male razlike između rezultata ovih proračuna zbog zaokruživanja rešenja jednačina injektiranja u drugoj iteraciji).

e) Elementi Jacobieve matrice za treću iteraciju su:

$$\left. \frac{dP_2}{d\theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(2)}} = 10U_2^{(2)} \cos \theta_2^{(2)} = 10 \cdot 0,9464 \cdot 0,9775 = 9,2508;$$

$$\left. \frac{dP_2}{dU_2} \right|_{\mathbf{x}^{(2)}} = 10 \sin \theta_2^{(2)} = -2,1101;$$

$$\left. \frac{dQ_2}{d\theta_2} \right|_{\mathbf{x}^{(2)}} = 10U_2^{(2)} \sin \theta_2^{(2)} = -10 \cdot 0,9464 \cdot 0,21101 = -1,9969 ;$$

$$\left. \frac{dQ_2}{dU_2} \right|_{\mathbf{x}^{(2)}} = 20U_2^{(2)} - 10 \cos \theta_2^{(2)} = 20 \cdot 0,9464 - 10 \cdot 0,9775 = 9,1529 .$$

Elementi linearne matrične jednačine u trećoj iteraciji su onda:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(2)}) = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}^{(2)} = \begin{bmatrix} -0,0031 \\ -0,0057 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{J}^{(2)} = \begin{bmatrix} 9,2508 & -2,1101 \\ -1,9969 & 9,1529 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{J}^{(2)}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1138 & 0,0262 \\ 0,0248 & 0,1150 \end{bmatrix},$$

tako da je rešenje jednačina injektiranja u trećoj iteraciji

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(3)} \\ U_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(2)} \\ U_2^{(2)} \end{bmatrix} + [\mathbf{J}^{(2)}]^{-1} f(\mathbf{x}^{(2)}) = \begin{bmatrix} -0,2126 \\ 0,9464 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1138 & 0,0262 \\ 0,0248 & 0,1150 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,0031 \\ -0,0057 \end{bmatrix},$$

odakle je:

$$\theta_2^{(3)} = -0,2131 \text{ rad} = -12,2097^\circ; \quad U_2^{(3)} = 0,9457 \text{ r.j.}$$

Test konvergencije daje:

$$|\theta_2^{(3)} - \theta_2^{(2)}| = |-0,2131 - 0,2126| = 0,0005 ;$$

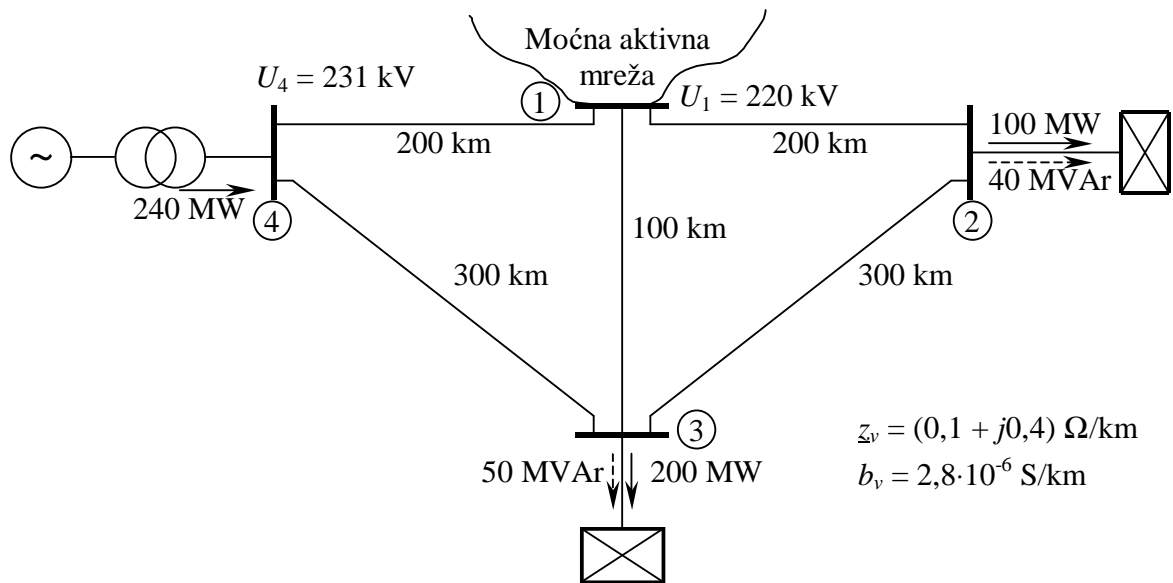
$$|U_2^{(3)} - U_2^{(2)}| = |0,9457 - 0,9464| = 0,0007 ,$$

odakle se vidi da se tačnost rešenja problema sa još jednom dodatnom iteracijom (posle druge, iz tač. c) povećava skoro za red veličine (osobina kvadratne konvergencije Newton-Raphson-ovog postupka).

□

Zadatak 2.5

Za elektroenergetski sistem, čija je jednopolna šema sa parametrima elemenata sistema prikazana na sl. 2.5a, odrediti napone na sabirnicama 2 i 3. Sabirnice 1 su takozvane balansne sabirnice čiji je napon 220 kV i uslovno postavljen u faznoj osi, sabirnice 4 su generatorske na kojima je napon po modulu konstantan i jednak 231 kV i preko kojih se odaje u sistem trofazna aktivna snaga od 240 MW, a sabirnice 2 i 3 su potrošačke sabirnice preko kojih se uzimaju sledeće trofazne aktivne i reaktivne snage: $P_{p2} = 100$ MW; $Q_{p2} = 40$ MVar i $P_{p3} = 200$ MW; $Q_{p3} = 50$ MVar.



Sl. 2.5a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.5

Rešenje:

Za usvojene bazne vrednosti $S_B = 100$ MVA i $U_B = 220$ kV, vrednosti pojedinih admitansi grana u relativnim jedinicama iznose:

$$\underline{Y}_{12}^{gr} = \frac{1}{\underline{Z}_{12}^{gr}} \frac{1}{Y_B} = \frac{1}{z_v L_{v12}} \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{1}{(0,1 + j0,4) \cdot 200} \cdot \frac{220^2}{100} = (1,42353 - j5,69412) \text{ r.j. ;}$$

$$\frac{B_{12}^{ot}}{2} = \frac{b_v L_{v12}}{2} \frac{1}{Y_B} = \frac{2,8 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{2} \frac{220^2}{100} = 0,13552 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Y}_{14}^{gr} = (1,42353 - j5,69412) \text{ r.j. ;}$$

$$\frac{B_{14}^{ot}}{2} = 0,13552 \text{ r.j. ;}$$

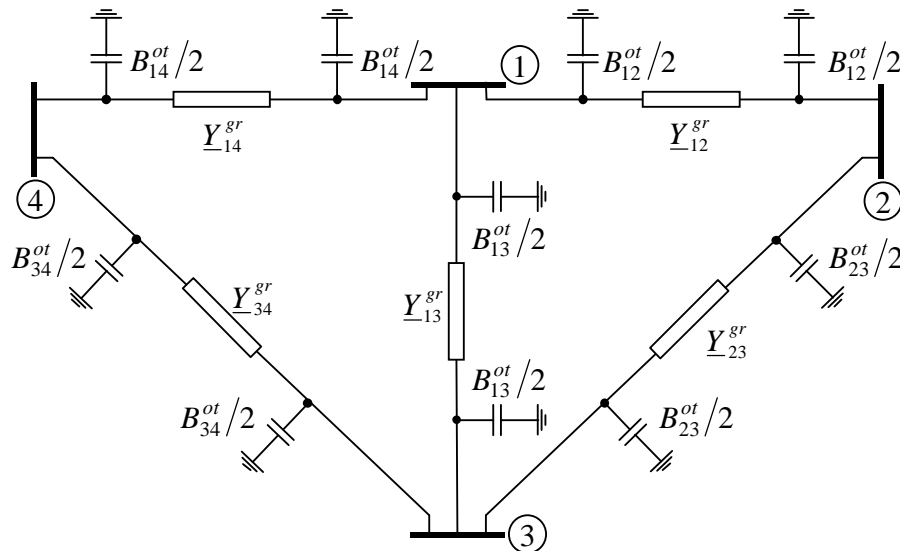
$$\underline{Y}_{23}^{gr} = \underline{Y}_{34}^{gr} = (0,94902 - j3,79608) \text{ r.j. ;}$$

$$\frac{B_{23}^{ot}}{2} = \frac{B_{34}^{ot}}{2} = 0,20328 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Y}_{13}^{gr} = (2,84707 - j11,38824) \text{ r.j. ;}$$

$$\frac{B_{13}^{ot}}{2} = 0,06776 \text{ r.j.}$$

Ekvivalentna šema mreže admitansi prikazana je na sl. 2.5b.



Sl. 2.5b Ekvivalentna šema admitansi sistema sa sl. 2.5a

Na osnovu izračunatih admitansi grana, proračunavaju se i vrednosti elemenata matrice admitansi nezavisnih čvorova sistema $\underline{Y}_{\check{C}V}$:

$$\underline{Y}_{ii} = \sum_{j \in \alpha_i} \underline{Y}_{ij}^{gr} + \underline{Y}_{ij}^{ot} ;$$

$$\underline{Y}_{ij} = -\underline{Y}_{ij}^{gr} ,$$

tako da je matrica admitansi nezavisnih čvorova sistema

$$\underline{Y}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{12}^{gr} + \underline{Y}_{13}^{gr} + \underline{Y}_{14}^{gr} + j \left(\frac{B_{12}^{ot}}{2} + \frac{B_{13}^{ot}}{2} + \frac{B_{14}^{ot}}{2} \right) & -\underline{Y}_{12}^{gr} & -\underline{Y}_{13}^{gr} & -\underline{Y}_{14}^{gr} \\ -\underline{Y}_{12}^{gr} & \underline{Y}_{12}^{gr} + \underline{Y}_{23}^{gr} + j \left(\frac{B_{12}^{ot}}{2} + \frac{B_{23}^{ot}}{2} \right) & -\underline{Y}_{23}^{gr} & 0 \\ -\underline{Y}_{13}^{gr} & -\underline{Y}_{23}^{gr} & \underline{Y}_{13}^{gr} + \underline{Y}_{23}^{gr} + \underline{Y}_{34}^{gr} + j \left(\frac{B_{13}^{ot}}{2} + \frac{B_{23}^{ot}}{2} + \frac{B_{34}^{ot}}{2} \right) & -\underline{Y}_{34}^{gr} \\ -\underline{Y}_{14}^{gr} & 0 & -\underline{Y}_{34}^{gr} & \underline{Y}_{14}^{gr} + \underline{Y}_{34}^{gr} + j \left(\frac{B_{14}^{ot}}{2} + \frac{B_{34}^{ot}}{2} \right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5,69412 - j22,43768 & -1,42353 + j5,69412 & -2,84706 + j11,38824 & -1,42353 + j5,69412 \\ -1,42353 + j5,69412 & 2,37255 - j9,1514 & -0,94902 + j3,79608 & 0 \\ -2,84706 + j11,38824 & -0,94902 + j3,79608 & 4,7451 - j18,45208 & -0,94902 + j3,79608 \\ -1,42353 + j5,69412 & 0 & -0,94902 + j3,79608 & 2,37255 - j9,1514 \end{bmatrix}$$

Ako se moduli napona označe sa U_i ($i = 1, 2, 3, 4$), a njihovi argumenti sa θ_i ($i = 1, 2, 3, 4$), tada je potrebno odrediti 5 implicitnih nepoznatih: $\theta_2, \theta_3, \theta_4, U_2$ i U_3 . Već je napomenuto da je $\theta_1 = 0$. Prema tome, potrebno je formirati 5 jednačina. Prve tri jednačine su jednačine za aktivne snage injektiranja koje se preko sabirnica 2, 3 i 4 odaju sistemu, a preostale dve su jednačine za reaktivne snage injektiranja koje se odaju sistemu preko sabirnica 2 i 3. Pošto je saglasno prethodnom $N_{PU} = 2$ i $N = 4$ to je, dakle, dimenzija problema $2N - (N_{PU} + 1) = 5$. U opštem obliku, jednačine debalansa aktivnih i reaktivnih injektiranja su:

$$\Delta P_i = P_i - G_{ii} U_i^2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)], \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

$$\Delta Q_i = Q_i + B_{ii} U_i^2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)], \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Aktivne i reaktivne snage injektiranja P_i i Q_i u gornjim izrazima dobijaju se kao razlika snaga generisanja i potrošnje u pojedinim čvorovima, izraženim u relativnim jedinicama, dok su U_i normalizovani naponi pojedinih čvorova. U ovom konkretnom slučaju veličine injektiranja i napona koje se pridružuju pojedinim čvorovima su:

$$\begin{aligned} \text{čvor 1: } \underline{S}_1 &= (P_{G1} - P_{p1}) + j(Q_{G1} - Q_{p1}) = P_1 + jQ_1; & \underline{U}_1 &= 1,0 \text{ r.j. } \angle 0^\circ; \\ \text{čvor 2: } \underline{S}_2 &= (P_{G2} - P_{p2}) + j(Q_{G2} - Q_{p2}) = (-1 - j0,4) \text{ r.j.}; & \underline{U}_2 &= U_2 \angle \theta_2; \\ \text{čvor 3: } \underline{S}_3 &= (P_{G3} - P_{p3}) + j(Q_{G3} - Q_{p3}) = (-2 - j0,5) \text{ r.j.}; & \underline{U}_3 &= U_3 \angle \theta_3; \\ \text{čvor 4: } \underline{S}_4 &= (P_{G4} - P_{p4}) + j(Q_{G4} - Q_{p4}) = (2,4 + jQ_{G4}) \text{ r.j.}; & \underline{U}_4 &= 1,05 \text{ r.j. } \angle \theta_4. \end{aligned}$$

Potrebno je sada rešiti sistem algebarskih nelinearnih (ustvari transcendentnih) jednačina:

$$f(\mathbf{x}) = 0,$$

$$\text{gde je } f(\mathbf{x}) \text{ vektorska funkcija } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) \\ \dots \\ \mathbf{f}_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \text{ vektorskog argumenta } \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T.$$

$$\text{U konkretnom slučaju, ova funkcija je } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta P_2(\mathbf{x}) \\ \Delta P_3(\mathbf{x}) \\ \Delta P_4(\mathbf{x}) \\ \Delta Q_2(\mathbf{x}) \\ \Delta Q_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \text{ gde je } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}.$$

Razvijena forma elemenata funkcije $f(\mathbf{x})$, sa zamenjenim numeričkim vrednostima je:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= -1 - 2,37255U_2^2 - U_2[-1,42353 \cos \theta_2 + 5,69412 \sin \theta_2] - \\ &\quad - U_2U_3[-0,94902 \cos(\theta_2 - \theta_3) + 3,79608 \sin(\theta_2 - \theta_3)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta P_3 &= -2 - 4,7451U_3^2 - U_3[-2,84706 \cos \theta_3 + 11,38824 \sin \theta_3] - \\
&\quad - U_3U_2[-0,94902 \cos(\theta_3 - \theta_2) + 3,79608 \sin(\theta_3 - \theta_2)] - \\
&\quad - U_3U_4[-0,94902 \cos(\theta_3 - \theta_4) + 3,79608 \sin(\theta_3 - \theta_4)] ; \\
\Delta P_4 &= -0,21574 - 1,05[-1,42353 \cos \theta_4 + 5,69412 \sin \theta_4] - \\
&\quad - 1,05U_3[-0,94902 \cos(\theta_4 - \theta_3) + 3,79608 \sin(\theta_4 - \theta_3)] ; \\
\Delta Q_2 &= -0,4 - 9,1514U_2^2 - U_2[-1,42353 \sin \theta_2 - 5,69412 \cos \theta_2] - \\
&\quad - U_2U_3[-0,94902 \sin(\theta_2 - \theta_3) - 3,79608 \cos(\theta_2 - \theta_3)] ; \\
\Delta Q_3 &= -0,5 - 18,45208U_3^2 - U_3[-2,84706 \sin \theta_3 - 11,38824 \cos \theta_3] - \\
&\quad - U_3U_2[-0,94902 \sin(\theta_3 - \theta_2) - 3,79608 \cos(\theta_3 - \theta_2)] - \\
&\quad - U_3U_4[-0,94902 \sin(\theta_3 - \theta_4) - 3,79608 \cos(\theta_3 - \theta_4)] .
\end{aligned}$$

Gornji sistem jednačina biće rešen po Newton-Raphsonovoj iterativnoj metodi. Najpre se usvoje prva približna rešenja za nepoznate veličine $x_i^{(0)}$. U slučaju rešavanja tokova snaga u elektroenergetskim sistemima uobičajeno je da se za prva približna rešenja za nepoznate uglove usvoji $\theta_i^{(0)} = 0$ rad, odnosno za nepoznate module napona usvoji $U_i^{(0)} = 1,0$ r.j. ("flat start"). Ako se pretpostavi da su ova početna pogađanja veoma bliska tačnim rešenjima, onda, da bi se izračunala ta tačna rešenja, približna rešenja treba korigovati sa $\Delta x_i^{(0)}$. Razvijanjem funkcije $f(\mathbf{x})$ u Taylorov red u okolini $\mathbf{x}^{(0)}$ i uzimanjem u obzir samo prva dva člana tih redova, dobiće se sistem linearnih algebarskih jednačina iz kojeg se mogu izračunati $\Delta x_i^{(0)}$. Taj sistem linearnih jednačina, napisan u matricnom obliku je:

$$\mathbf{J}^{(0)} \Delta \mathbf{x}^{(0)} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) ,$$

jer je

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{J}^{(0)} (\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}) ,$$

a

$$\Delta \mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)} ,$$

gde je matrica $\mathbf{J}^{(0)}$ Jacobieva kvadratna matrica, čiji elementi $\left. \frac{\partial f_i(x_1, x_2, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_j} \right|_0$ predstavljaju vrednosti izvoda funkcije $f_i(x_1, x_2, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})$ po promenljivoj x_j za $x_j = x_j^{(0)}$, odnosno, u opštem slučaju:

$$\mathbf{J}^{(0)} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_{2n-(N_{PV}+1)}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial f_2(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_2(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_2(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_{2n-(N_{PV}+1)}} \right|_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \frac{\partial f_{2n-(N_{PV}+1)}(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_{2n-(N_{PV}+1)}(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_{2n-(N_{PV}+1)}(x_1, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_{2n-(N_{PV}+1)}} \right|_0 \end{bmatrix}$$

Ova matrična jednačina ima rešenje za priraštaje $\Delta x_i^{(0)}$ ukoliko Jacobieva matrica nije singularna. U slučaju da je ona singularna, onda za prvu približnu vrednost bilo koje nepoznate veličine treba usvojiti vrednost koja se malo razlikuje od prethodne usvojene vrednosti. Na taj način se izbegava singularitet Jacobieve matrice i omogućava se rešenje te matrične jednačine. Posle rešenja predmetne matrične jednačine određuju se druga približna rešenja jednačina $f(\mathbf{x}) = 0$ iz izraza:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta \mathbf{x}^{(0)} .$$

Posle toga se proces iteracija nastavlja, rešavajući matričnu jednačinu

$$\mathbf{J}^{(k)} \Delta \mathbf{x}^{(k)} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)}) , \quad k = 1, 2, \dots$$

gde je k indeks iteracije, s tim što se prethodno odrede nove vrednosti za elemente Jacobieve matrice $\mathbf{J}^{(k)}$ i nove vrednosti za funkcije $\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)})$, a zatim odrede nova približna rešenja

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)} .$$

Ukoliko proces rešavanja nelinearnih jednačina konvergira, onda posle svake naredne iteracije $\Delta \mathbf{x}^{(k+1)}$ treba da je po modulu sve manje, a vrednosti funkcije $\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k+1)})$ treba da su sve bliže nuli. Proces računanja se prekida kada se odrede nepoznate veličine sa željenom tačnošću.

Potrebno je napomenuti da su neki elementi Jacobieve matrice jednaki nuli. Na primer, u ovom slučaju

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_3} = 0 ; \frac{\partial f_3(x_1, x_2, \dots, x_{2n-(N_{PV}+1)})}{\partial x_4} = 0 ,$$

itd.

Pošto su na ovaj način izračunate implicitne nepoznate to se preostale (eksplicitne) nepoznate nalaze shodno relacijama:

$$P_i = G_{ii} U_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] ; i = 1 ;$$

$$Q_i = -B_{ii} U_i^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_i U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] ; i = 1, 4.$$

Kada su poznati svi naponi (po modulu i fazi), mogu se izračunati i tokovi snaga po granama koristeći se jednačinama oblika:

$$P_{ij} = U_i^2 G_{ij}^{gr} - U_i U_j [G_{ij}^{gr} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij}^{gr} \sin(\theta_i - \theta_j)] ; i-j = 1-2; 1-3; 1-4; 2-3; 3-4.$$

$$Q_{ij} = -U_i^2 B_{ij}^{gr} - U_i^2 \frac{B_{ij}^{ot}}{2} - U_i U_j [G_{ij}^{gr} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij}^{gr} \cos(\theta_i - \theta_j)] ; i-j = 1-2; 1-3; 1-4; 2-3; 3-4.$$

Sistem jednačina je u konkretnom slučaju, uz usvojenu željenu tačnost od 10^{-6} , rešen u četiri iteracije. Vrednosti nepoznatih u pojedinim iteracijama prikazane su u tab. 2.5a.

Tab. 2.5a Rešenja jednačina injektiranja u pojedinim iteracijama

Broj iteracije	θ_2 [°]	θ_3 [°]	θ_4 [°]	U_2 [r.j.]	U_3 [r.j.]
0	0	0	0	1,0	1,0
1	-7,4631	-4,7766	11,0212	0,9556	0,9735
2	-8,0192	-5,1774	10,7922	0,9401	0,9582
3	-8,0322	-5,1855	10,7904	0,9398	0,9579
4	-8,0322	-5,1855	10,7904	0,9398	0,9579

Rešenja implicitno nepoznatih su, prema tome:

$$\begin{aligned}\theta_2 &= -8,0322^\circ ; \\ \theta_3 &= -5,1855^\circ ; \\ \theta_4 &= 10,7904^\circ ; \\ U_2 &= 206,7553 \text{ kV} ; \\ U_3 &= 210,7440 \text{ kV} .\end{aligned}$$

Korišćenjem prethodnog rešenja, vrednosti eksplicitno nepoznatih su:

$$\begin{aligned}P_{G1} &= 79,94 \text{ MW} ; \\ Q_{G1} &= 24,77 \text{ MVar} ; \\ Q_{G4} &= 0,3 \text{ MVar} ,\end{aligned}$$

dok su tokovi snaga po pojedinim vodovima dati u tab. 2.5b.

Tab. 2.5b Tokovi aktivnih i reaktivnih snaga po pojedinim vodovima

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [MW]	Q_{ij} [MVar]
1	4	-116,41	-3,47
4	1	122,05	-2,46
1	2	84,66	7,28
2	1	-81,52	-20,24
3	4	-109,77	-11,12
4	3	117,95	2,76
3	2	18,73	-15,88
2	3	-18,48	-19,76
1	3	111,69	20,95
3	1	-108,95	-23,00



Zadatak 2.6

Jedan elektroenergetski sistem predstavljen je svojom matricom admitansi nezavisnih čvorova $\underline{Y}_{\check{c}v}$:

$$\underline{Y}_{\check{c}v} = \begin{bmatrix} 0,5 - j14 & j10 & -0,5 + j4 \\ j10 & -j15,8 & j6 \\ -0,5 + j4 & j6 & 0,5 - j10 \end{bmatrix}$$

a) Na osnovu poznate matrice $\underline{Y}_{\check{c}v}$ izvršiti rekonstrukciju topološke strukture tog elektroenergetskog sistema i upisati odgovarajuće parametre.

b) Odrediti nepoznate promenljive stanja posle prve iteracije proračuna tokova snaga Newton-Raphsonovom metodom. Podaci o čvorovima datog sistema su predstavljeni u tab. 2.6a.

Tab. 2.6a Podaci o čvorovima sistema iz zadatka 2.6

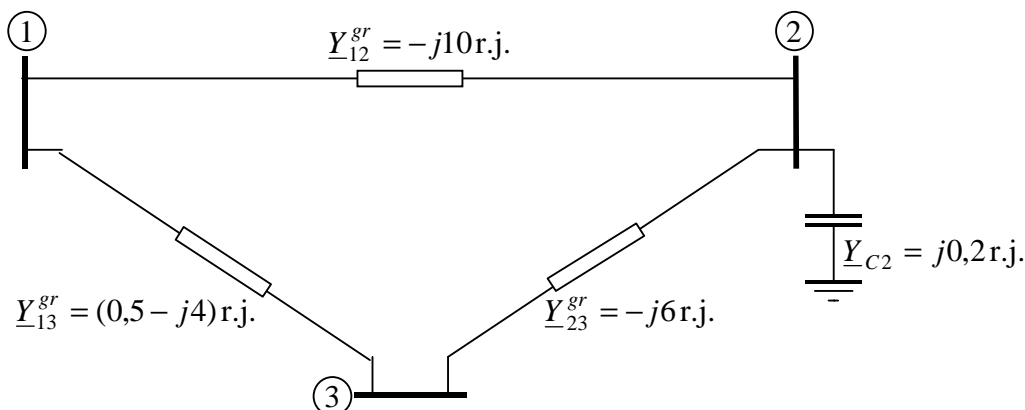
čvor	U [r.j.]	θ [rad]	P_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_G [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	1,05	/	1,5	0	/	0
2	/	/	0	2,0	0	1,0
3	1,00	0	/	0	/	0

c) Na osnovu podataka iz prethodne tačke odrediti ukupne gubitke aktivne snage u datom elektroenergetskom sistemu.

Napomena: Bazna snaga je $S_B = 100$ MVA, a bazni napon $U_B = 220$ kV.

Rešenje:

a) Rekonstrukcija topologije mreže, čija je matrica admitansi nezavisnih čvorova $\underline{Y}_{\check{c}v}$ zadata, prikazana je na sl. 2.6a.



Sl. 2.6a Rekonstrukcija topologije mreže iz zadatka 2.6

b) Proračun elemenata za korišćenje Newton-Raphsonove metode u prvoj iteraciji, sa početnim pogađanjem tipa "Flat Start" (pretpostavlja se da su svi nepoznati uglovi 0 rad, a svi nepoznati naponi 1,00 r.j.):

čvor 1: $\underline{S}_1 = (1,5 + jQ_1)$ r.j.; $\underline{U}_1 = 1,05$ r.j. $\angle \theta_1$; – PU čvor;
 čvor 2: $\underline{S}_2 = (-2 - j1)$ r.j.; $\underline{U}_2 = U_2 \angle \theta_2$; – PQ čvor;
 čvor 3: $\underline{S}_3 = (P_3 + jQ_3)$ r.j.; $\underline{U}_3 = 1,0$ r.j. $\angle 0^\circ$; – balansno-referentni čvor.

Onda je vektor implicitno nepoznatih u matričnoj jednačini injektiranja:

$$\mathbf{x} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad U_2]^T,$$

a opšti izraz za Jacobievu matricu:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial U_2} \\ \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial U_2} \\ \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial U_2} \end{bmatrix},$$

tako da su njeni elementi za prvu iteraciju:

$$\begin{aligned} J_{11}^{(0)} &= -U_1 U_2^{(0)} B_{12} - U_1 U_3 B_{13} = -1,05 \cdot 1 \cdot 10 - 1,05 \cdot 1 \cdot 4 = -14,7 ; \\ J_{12}^{(0)} &= U_1 U_2^{(0)} B_{12} = 1,05 \cdot 1 \cdot 10 = 10,5 ; \\ J_{13}^{(0)} &= -U_1 G_{12} = 0 ; \\ J_{21}^{(0)} &= U_2^{(0)} U_1 B_{21} = 1 \cdot 1,05 \cdot 10 = 10,5 ; \\ J_{22}^{(0)} &= -U_2^{(0)} U_1 B_{21} - U_2^{(0)} U_3 B_{23} = -1 \cdot 1,05 \cdot 10 - 1 \cdot 1 \cdot 6 = -16,5 ; \\ J_{23}^{(0)} &= -2 U_2^{(0)} G_{22} - U_1 G_{21} - U_3 G_{23} = 0 ; \\ J_{31}^{(0)} &= U_2^{(0)} U_1 G_{21} = 0 ; \\ J_{32}^{(0)} &= -U_2^{(0)} U_1 G_{21} - U_2^{(0)} U_3 G_{23} = 0 ; \\ J_{33}^{(0)} &= 2 U_2^{(0)} B_{22} + U_1 B_{21} + U_3 B_{23} = 2 \cdot (-15,8) \cdot 1 + 1,05 \cdot 10 + 1 \cdot 6 = -15,1 . \end{aligned}$$

Jacobieva matrica i njena inverzna matrica za prvu iteraciju su:

$$\mathbf{J}^{(0)} = \begin{bmatrix} -14,7 & 10,5 & 0 \\ 10,5 & -16,5 & 0 \\ 0 & 0 & -15,1 \end{bmatrix};$$

$$[\mathbf{J}^{(0)}]^{-1} = \begin{bmatrix} -0,1247 & -0,0794 & 0 \\ -0,0794 & -0,1111 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0662 \end{bmatrix}.$$

Jednačine promena injektiranja koje daju veličine debalansa aktivnih snaga (u čvorovima 1 i 2) i reaktivnih snaga (u čvoru 2), u prvoj iteraciji su:

$$\Delta P_1 = P_1 - (U_1^2 G_{11} + U_1 U_2^{(0)} G_{12} + U_1 U_3 G_{13}) = 1,5 - (1,05^2 \cdot 0,5 - 1,05 \cdot 1 \cdot 0,5) = 1,4738 ;$$

$$\Delta P_2 = P_2 - (U_2^{(0)2} G_{22} + U_2^{(0)} U_1 G_{21} + U_2^{(0)} U_3 G_{23}) = -2 ;$$

$$\Delta Q_2 = Q_2 - (U_2^{(0)2} B_{22} - U_2^{(0)} U_1 B_{21} + U_2^{(0)} U_3 B_{23}) = -1 - (1^2 \cdot 15,8 - 1,05 \cdot 10 - 1 \cdot 6) = -0,3 ,$$

tako da je:

$$\mathbf{f}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1,4738 \\ -2 \\ -0,3 \end{bmatrix} .$$

Rešenje matrice jednačine injektiranja u prvoj iteraciji, koja glasi

$$\mathbf{J}^{(0)} \Delta \mathbf{x}^{(0)} = -\mathbf{f}^{(0)} ,$$

daje vektor priraštaja nepoznatih $\Delta \mathbf{x}^{(0)}$, tako da je:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta \mathbf{x}^{(0)} ,$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ U_2 \end{bmatrix}^{(0)} - [\mathbf{J}^{(0)}]^{-1} \mathbf{f}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,1247 & -0,0794 & 0 \\ -0,0794 & -0,1111 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0662 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,4738 \\ -2 \\ -0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0251 \\ -0,1053 \\ 0,9801 \end{bmatrix}$$

c) Injektiranja aktivne snage u sistemu korišćenjem rešenja prve iteracije su:

$$\begin{aligned} P_1^{(1)} &= G_{11} U_1^2 + U_1 U_2^{(1)} B_{12} \sin(\theta_1^{(1)} - \theta_2^{(1)}) + U_1 U_3 [G_{13} \cos(\theta_1^{(1)} - \theta_3) + B_{13} \sin(\theta_1^{(1)} - \theta_3)] = \\ &= 0,5 \cdot 1,05^2 + 1,05 \cdot 0,9801 \cdot 10 \cdot \sin(0,0251 + 0,1053) + \\ &\quad + 1,05 \cdot 1 \cdot [-0,5 \cdot \cos(0,0251) + 4 \cdot \sin(0,0251)] = 1,4692 \text{ r.j.} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2^{(1)} &= U_2^{(1)} U_1 B_{21} \sin(\theta_2^{(1)} - \theta_1^{(1)}) + U_2^{(1)} U_3 B_{23} \sin(\theta_2^{(1)} - \theta_3) = \\ &= 0,9801 \cdot 1,05 \cdot 10 \cdot \sin(-0,1053 - 0,0251) + 0,9801 \cdot 1 \cdot 6 \cdot \sin(-0,1053) = -1,9553 \text{ r.j.} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3^{(1)} &= G_{33} U_3^2 + U_3 U_1 [G_{31} \cos(\theta_3 - \theta_1^{(1)}) + B_{31} \sin(\theta_3 - \theta_1^{(1)})] + U_3 U_2^{(1)} B_{32} \cos(\theta_3 - \theta_2^{(1)}) = \\ &= 0,5 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1,05 \cdot [-0,5 \cdot \cos(-0,0251) + 4 \cdot \sin(-0,0251)] + 1 \cdot 0,9801 \cdot 6 \cdot \sin(0,1053) = \\ &= 0,4877 \text{ r.j.} \end{aligned}$$

Onda su ukupni gubici aktivne snage u sistemu:

$$P^{sub} = \sum_{i=1}^3 P_i = 1,4692 - 1,9553 + 0,4877 = 0,0016 \text{ r.j.}$$

ili, pošto gubici aktivne snage postoje jedino na vodu 1 – 3, mogu se izračunati posle proračuna tokova aktivne snage, na oba kraja tog voda, kao:

$$\begin{aligned} P_{13} &= G_{13}^{gr} U_1^2 - U_1 U_3 [G_{13}^{gr} \cos(\theta_1^{(1)} - \theta_3) + B_{13}^{gr} \sin(\theta_1^{(1)} - \theta_3)] = \\ &= 0,5 \cdot 1,05^2 - 1,05 \cdot 1 \cdot [0,5 \cdot \cos(0,0251) - 4 \cdot \sin(0,0251)] = 0,1317 \text{ r.j.} ; \\ P_{31} &= G_{31}^{gr} U_3^2 - U_1 U_3 [G_{31}^{gr} \cos(\theta_3 - \theta_1^{(1)}) + B_{31}^{gr} \sin(\theta_3 - \theta_1^{(1)})] = \\ &= 0,5 \cdot 1^2 - 1 \cdot 1,05 \cdot [0,5 \cdot \cos(-0,0251) - 4 \cdot \sin(-0,0251)] = -0,1301 \text{ r.j.} , \end{aligned}$$

tako da su gubici aktivne snage u sistemu:

$$P^{sub} = P_{13} + P_{31} = 0,1317 - 0,1301 = 0,0016 \text{ r.j.} ,$$

isti kao i prethodno proračunati.

Ti gubici se takođe mogu proračunati preko struje I_{13} i otpornosti R_{13} :

$$\underline{I}_{13} = (\underline{U}_1 - \underline{U}_3) \underline{Y}_{13}^{gr} = (1,0497 + j0,0264 - 1) \cdot (0,5 - j4) = (0,1305 - j0,1856) \text{ r.j.}$$

$$|\underline{I}_{13}| = 0,2269 \text{ r.j.}$$

$$R_{13}^{gr} = \Re \left\{ \frac{1}{\underline{Y}_{13}^{gr}} \right\} = \Re \left\{ \frac{1}{0,5 - j4} \right\} = 0,03077 \text{ r.j.}$$

$$P^{sub} = R_{13}^{gr} |\underline{I}_{13}|^2 = 0,03077 \cdot 0,2269^2 = 0,0016 \text{ r.j.}$$

Vidi se da se vrednost gubitaka u sistemu može izračunati na različite načine.

□

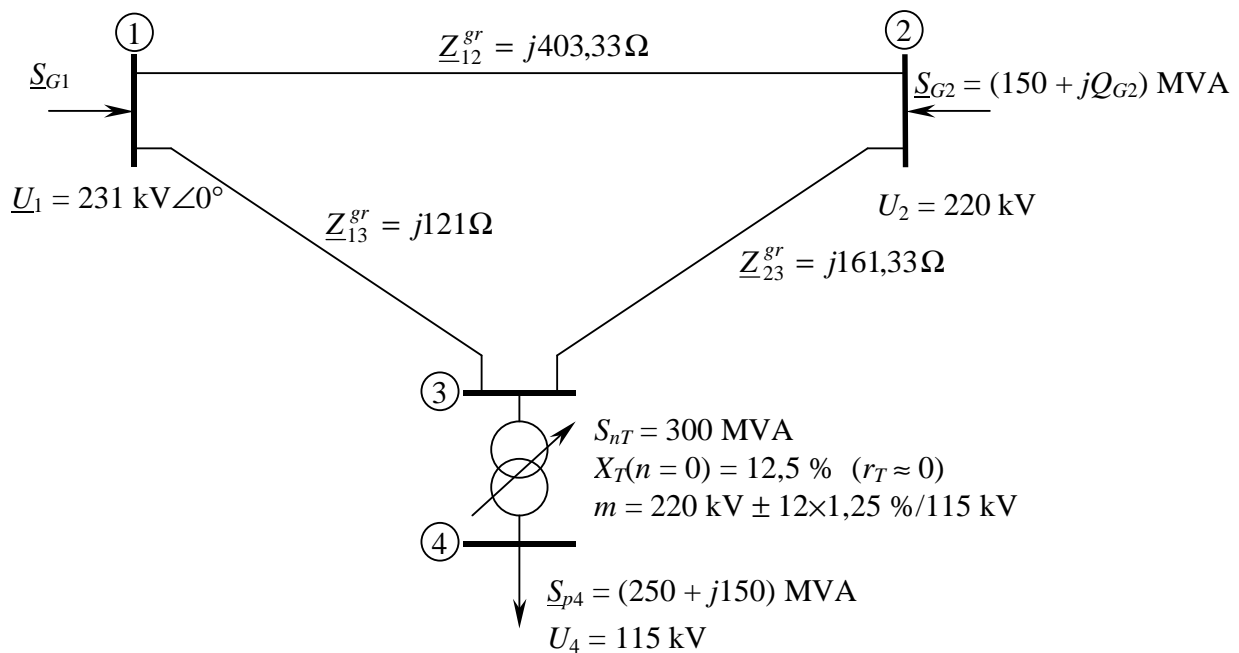
Zadatak 2.7

Za elektroenergetski sistem prikazan na sl. 2.7a, kod kojeg se regulacionim transformatorom održava napon na sabirnicama 4 na vrednosti od 115 kV, izračunati:

a) Vrednosti elemenata Jacobieve matrice u prvoj iteraciji Newton-Raphsonovog iterativnog postupka za proračun tokova snaga, ako se za početnu vrednost promenljivih stanja usvoje vrednosti $U_3 = 1$ r.j.; $\theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 0$ i $\alpha = 1,05$. ($\alpha = 1/t$).

b) Proračunati tokove aktivnih snaga po granama mreže primenom linearnog (DC) modela za proračun tokova snaga.

Napomena: Za bazne vrednosti usvojiti $S_B = 100$ MVA, $U_B = 220$ kV.



Sl. 2.7a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.7

Rešenje:

a) Promenljive pridružene pojedinim čvorovima sistema, u relativnim jedinicama su:

čvor 1: $\underline{S}_1 = (P_1 + jQ_1)$ r.j.;	$\underline{U}_1 = 1,05$ r.j. $\angle 0^\circ$	- Balansno-referentni čvor
čvor 2: $\underline{S}_2 = (1,5 + jQ_2)$ r.j.;	$\underline{U}_2 = 1,0$ r.j. $\angle \theta_2$	- PQ čvor
čvor 3: $\underline{S}_3 = (0 + j0)$ r.j.;	$\underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3$	- PQ čvor
čvor 4: $\underline{S}_4 = (-2,5 - j1,5)$ r.j.;	$\underline{U}_4 = 1,0$ r.j. $\angle \theta_4$	- PUT čvor

Admitanse grana elektroenergetskog sistema u relativnim jedinicama su:

$$\underline{Y}_{12}^{gr} = -j1,2 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{13}^{gr} = -j4 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{23}^{gr} = -j3 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{34}^{gr(0)} = -j24 \text{ r.j.}$$

Matrica $\underline{\mathbf{Y}}_{\check{c}v}$ sistema je:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\check{c}v} = \begin{bmatrix} -j5,2 & j1,2 & j4 & 0 \\ j1,2 & -j4,2 & j3 & 0 \\ j4 & j3 & -j7 - j24\alpha^2 & j24\alpha \\ 0 & 0 & j24\alpha & -j24 \end{bmatrix}.$$

Jednačine debalansa injektiranja, sa zamenjenim numeričkim vrednostima su:

$$\Delta P_2 = P_2 - U_2 U_1 B_{21} \sin \theta_{21} - U_2 U_3 B_{23} \sin \theta_{23} = 1,5 - 1,05 \cdot 1,2 \sin \theta_{21} - 3U_3 \sin \theta_{23} ;$$

$$\Delta P_3 = P_3 - U_3 U_1 B_{31} \sin \theta_{31} - U_3 U_2 B_{32} \sin \theta_{32} - U_3 U_4 B_{34} \sin \theta_{34} = \\ = -1,05 \cdot 4U_3 \sin \theta_{31} - 3U_3 \sin \theta_{32} - U_3 24\alpha \sin \theta_{34} ;$$

$$\Delta P_4 = P_4 - U_4 U_3 B_{43} \sin \theta_{43} = -2,5 - U_3 24\alpha \sin \theta_{43} ;$$

$$\Delta Q_3 = Q_3 + B_{33} U_3^2 + U_3 U_1 B_{31} \cos \theta_{31} + U_3 U_2 B_{32} \cos \theta_{32} + U_3 U_4 B_{34} \cos \theta_{34} = \\ = (-7 - 24\alpha^2) U_3^2 + 1,05 \cdot 4U_3 \cos \theta_{31} + 3U_3 \cos \theta_{32} - U_3 24\alpha \cos \theta_{34} ;$$

$$\Delta Q_4 = Q_4 + B_{44} U_4^2 + U_4 U_3 B_{43} \cos \theta_{43} = -1,5 - 24 + U_3 24\alpha \cos \theta_{43} .$$

Oblik Jacobieve matrice, sa vrednostima elemenata u prvoj iteraciji, za usvojene početne vrednosti $U_3 = 1$ r.j.; $\theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = 0$ i $\alpha = 1,05$. ($\alpha = 1/t$) su:

$$\mathbf{J}^{(0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta P_4}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial U_3} & \frac{\partial \Delta Q_4}{\partial \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,26 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -32,4 & 25,2 & 0 & 0 \\ 0 & 25,2 & -25,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -34,52 & -24 \\ 0 & 0 & 0 & 25,2 & 24 \end{bmatrix}.$$

b) Pri proračunu tokova snaga primenom linearnog (DC) modela moguće je smanjiti dimenzije problema usvajanjem činjenice da je $P_{43} = P_4 = -2,5$ r.j. Pridruživanjem ove snage (injektiranja u čvoru 4) snazi injektiranja čvora 3, uz zanemarenje grane 3-4, izraz za izračunavanje uglova θ_2 i θ_3 (na osnovu izraza $-\mathbf{B}'\boldsymbol{\theta} = \mathbf{P}$) je:

$$-\begin{bmatrix} -4,2 & 3 \\ 3 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -2,5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,14706 \\ -0,29412 \end{bmatrix}.$$

Aktivne snage po granama mreže, računate preko izraza

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}^{gr}}$$

su:

$$P_{12} = -0,17647 \text{ r.j.};$$

$$P_{13} = 1,17647 \text{ r.j.};$$

$$P_{23} = 1,32353 \text{ r.j.}$$

Ugao fazora napona u čvoru 4 je onda

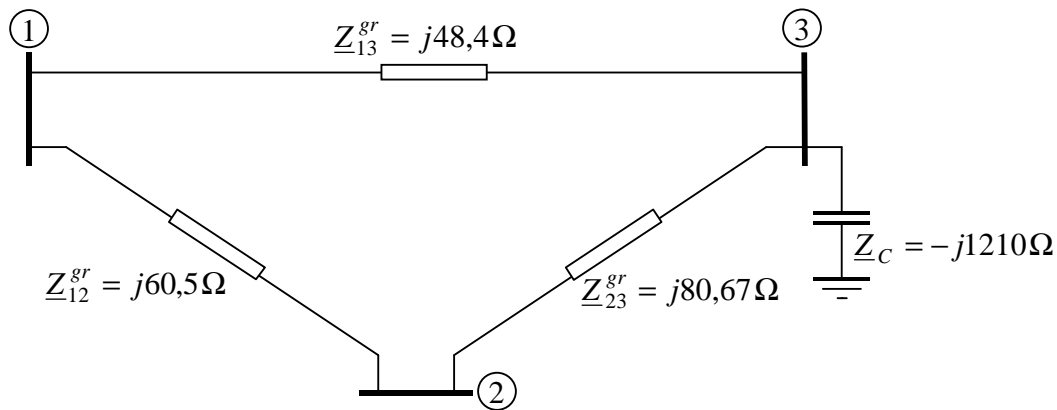
$$\theta_4 = \theta_3 - P_{34} X_{34}^{gr} = -0,29412 - \frac{2,5}{24} = -0,39829 \text{ rad.}$$

□

Zadatak 2.8

Na sl. 2.8a je prikazan jednostavan elektroenergetski sistem. Primenom Stottovog raspregnutog postupka odrediti promenljive stanja posle druge iteracije. Osnovni podaci o sistemu dati su na slici i u tab. 2.8a.

Napomena: Za bazne vrednosti usvojiti $S_B = 100$ MVA i $U_B = 220$ kV.



Sl. 2.8a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.8

Tab. 2.8a Podaci o čvorovima sistema iz zadatka 2.8

čvor	U [kV]	θ [rad]	P_G [MW]	P_p [MW]	Q_G [MVA r]	Q_p [MVA r]
1	220	0	/	100	/	50
2	220	/	100	50	/	50
3	/	/	0	100	0	40

Rešenje:

Određivanje matrice admitansi nezavisnih čvorova:

$$\underline{Y}_{12}^{gr} = -j8 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{13}^{gr} = -j10 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{23}^{gr} = -j6 \text{ r.j.}; \quad \underline{Y}_{C3} = j0,4 \text{ r.j.};$$

$$\underline{Y}_{\text{čv}} = j \begin{bmatrix} -18 & 8 & 10 \\ 8 & -14 & 6 \\ 10 & 6 & -15,6 \end{bmatrix}.$$

Specifikacija promenljivih pojedinih čvorova, tipova čvorova i implicitno i eksplicitno nepoznatih:

$$\begin{array}{lll} \text{čvor 1: } \underline{S}_1 = (P_1 + jQ_1) \text{ r.j.}; & \underline{U}_1 = 1,0 \text{ r.j. } \angle 0^\circ & \text{– balansno-referentni čvor} \\ \text{čvor 2: } \underline{S}_2 = (0,5 + j(Q_{G2} - 0,5)) \text{ r.j.}; & \underline{U}_2 = 1,0 \text{ r.j. } \angle \theta_2 & \text{– PU čvor} \\ \text{čvor 3: } \underline{S}_3 = (-1 - j0,4) \text{ r.j.}; & \underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3 & \text{– PQ čvor} \end{array}$$

Jednačine debalansa aktivnih i reaktivnih snaga u čvorovima su:

$$\begin{aligned}\Delta P_2 &= P_2 - G_{22}U_2^2 - U_2U_1[G_{21}\cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{21}\sin(\theta_2 - \theta_1)] - \\ &\quad - U_2U_3[G_{23}\cos(\theta_2 - \theta_3) + B_{23}\sin(\theta_2 - \theta_3)] = \\ &= 0,5 - 8\sin\theta_2 - 6U_3\sin(\theta_2 - \theta_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P_3 &= P_3 - G_{33}U_3^2 - U_3U_1[G_{31}\cos(\theta_3 - \theta_1) + B_{31}\sin(\theta_3 - \theta_1)] - \\ &\quad - U_3U_2[G_{32}\cos(\theta_3 - \theta_2) + B_{32}\sin(\theta_3 - \theta_2)] = \\ &= -1 - 10U_3\sin\theta_3 - 6U_3\sin(\theta_3 - \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_3 &= Q_3 + B_{33}U_3^2 - U_3U_1[G_{31}\sin(\theta_3 - \theta_1) - B_{31}\cos(\theta_3 - \theta_1)] - \\ &\quad - U_3U_2[G_{32}\sin(\theta_3 - \theta_2) - B_{32}\cos(\theta_3 - \theta_2)] = \\ &= -0,4 - 15,6U_3^2 + 10U_3\cos\theta_3 + 6U_3\cos(\theta_3 - \theta_2). \end{aligned}$$

Proračun matrica \mathbf{B}' i \mathbf{B}'' :

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 14 & -6 \\ -6 & 16 \end{bmatrix}; \quad [\mathbf{B}']^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0851 & 0,0319 \\ 0,0319 & 0,0745 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}'' = [15,2]; \quad [\mathbf{B}'']^{-1} = \frac{1}{15,2}.$$

Iterativna šema rešenja problema je:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{P}^{(k)} &= \Delta \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}^{(k)}, \mathbf{U}^{(k)}); \\ \boldsymbol{\theta}^{(k+1)} &= \boldsymbol{\theta}^{(k)} + [\mathbf{B}']^{-1} \frac{\Delta \mathbf{P}^{(k)}}{(\mathbf{U}')^{(k)}}; \\ \Delta \mathbf{Q}^{(k)} &= \Delta \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}^{(k+1)}, \mathbf{U}^{(k)}); \\ \mathbf{U}^{(k+1)} &= \mathbf{U}^{(k)} + [\mathbf{B}'']^{-1} \frac{\Delta \mathbf{Q}^{(k)}}{(\mathbf{U}'')^{(k)}}; \quad k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

Proračun posle prve iteracije pri "Flat Start"-u:

$$\begin{aligned}\theta_2^{(0)} &= 0; & \theta_3^{(0)} &= 0; & U_3^{(0)} &= 1; \\ \Delta P_2^{(0)} &= 0,5; & \Delta P_3^{(0)} &= -1,0.\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(0)} \\ \theta_3^{(0)} \end{bmatrix} + [\mathbf{B}']^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \frac{\Delta P_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0851 & 0,0319 \\ 0,0319 & 0,0745 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,01065 \\ -0,05855 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_3^{(0)} &= -0,4 - 15,6U_3^{(0)2} + 10U_3^{(0)}\cos\theta_3^{(1)} + 6U_3^{(0)}\cos(\theta_3^{(1)} - \theta_2^{(1)}) = \\ &= -0,4 - 15,6 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 \cdot \cos(-0,05855) + 6 \cdot 1 \cdot \cos(-0,05855 - 0,01065) = \\ &= -0,0315;\end{aligned}$$

$$U_3^{(1)} = U_3^{(0)} + [\mathbf{B}']^{-1} \frac{\Delta Q_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} = 1 + \frac{1}{15,2} \cdot \frac{-0,0315}{1} = 0,9979.$$

$$\begin{aligned} \Delta P_2^{(1)} &= 0,5 - 8 \sin \theta_2^{(1)} - 6 U_3^{(1)} \sin(\theta_2^{(1)} - \theta_3^{(1)}) = \\ &= 0,5 - 8 \sin(0,01065) - 6 \cdot 0,9979 \sin(0,01065 + 0,05855) = 0,0008 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_3^{(1)} &= -1 - 10 U_3^{(1)} \sin \theta_3^{(1)} - 6 U_3^{(1)} \sin(\theta_3^{(1)} - \theta_2^{(1)}) = \\ &= -1 - 10 \cdot 0,9979 \sin(-0,05855) - 6 \cdot 0,9979 \sin(-0,05855 - 0,01065) = -0,00207 . \end{aligned}$$

Proračun promenljivih posle druge iteracije:

$$\begin{bmatrix} \theta_2^{(2)} \\ \theta_3^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_2^{(1)} \\ \theta_3^{(1)} \end{bmatrix} + [\mathbf{B}']^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2^{(1)}}{U_2} \\ \frac{\Delta P_3^{(1)}}{U_3^{(1)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,01065 \\ -0,05855 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0851 & 0,0319 \\ 0,0319 & 0,0745 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{0,0008}{1} \\ \frac{-0,00207}{0,9979} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,010652 \\ -0,05868 \end{bmatrix}$$

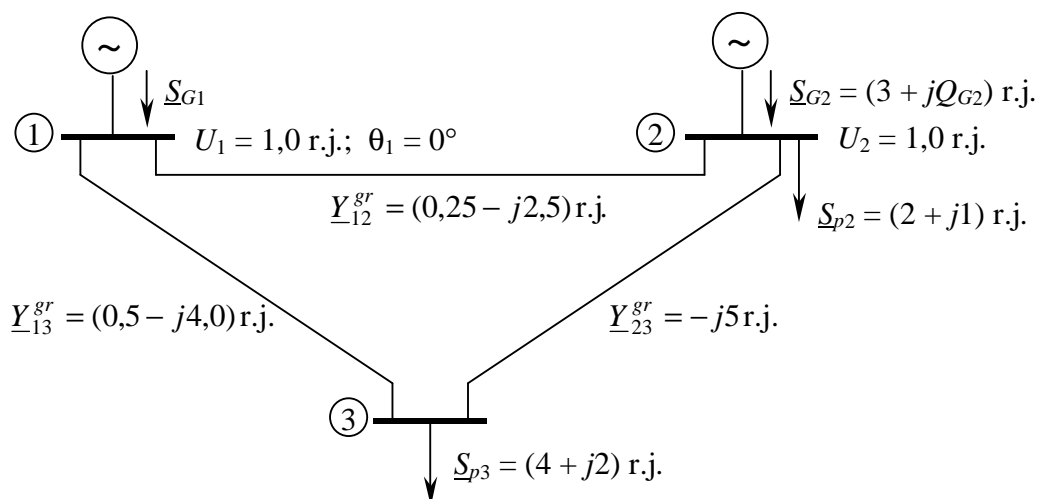
$$\begin{aligned} \Delta Q_3^{(1)} &= -0,4 - 15,6 U_3^{(1)2} + 10 U_3^{(1)} \cos \theta_3^{(2)} + 6 U_3^{(1)} \cos(\theta_3^{(2)} - \theta_2^{(2)}) = \\ &= -0,4 - 15,6 \cdot 0,9979^2 + 10 \cdot 0,9979 \cdot \cos(-0,05868) + 6 \cdot 0,9979 \cdot \cos(-0,05868 - 0,010652) = \\ &= 0,00029 . \end{aligned}$$

$$U_3^{(2)} = U_3^{(1)} + [\mathbf{B}']^{-1} \frac{\Delta Q_3^{(1)}}{U_3^{(1)}} = 0,9979 + \frac{1}{15,2} \cdot \frac{0,00029}{0,9979} = 0,99792 .$$

□

Zadatak 2.9

Za elektroenergetski sistem na sl. 2.9a napisati jednačine za proračun modula i faznih uglova napona u čvorovima, usvajajući čvor 1 za balansno-referentni. Zatim napisati jednačine za proračun tokova aktivnih i reaktivnih snaga po granama 1-2, 1-3 i 2-3. Primenom raspregnutog postupka ($\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}$; $\cos \theta_{ij} \approx 1$; $U_i \approx 1,0$; $G_{ij} \approx 0$) proračunati fazne uglove u čvorovima, tokove aktivnih snaga po granama i aktivnu snagu referentnog čvora, izražavajući ih u relativnim jedinicama.



Sl. 2.9a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.9

Rešenje:

Matrica admitansi čvorova sistema $\underline{Y}_{\check{c}v}$ je:

$$\underline{Y}_{\check{c}v} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{12}^{gr} + \underline{Y}_{13}^{gr} & -\underline{Y}_{12}^{gr} & -\underline{Y}_{13}^{gr} \\ -\underline{Y}_{12}^{gr} & \underline{Y}_{12}^{gr} + \underline{Y}_{23}^{gr} & -\underline{Y}_{23}^{gr} \\ -\underline{Y}_{13}^{gr} & -\underline{Y}_{23}^{gr} & \underline{Y}_{13}^{gr} + \underline{Y}_{23}^{gr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,75 - j6,5 & -0,25 + j2,5 & -0,5 + j4,0 \\ -0,25 + j2,5 & 0,25 - j7,5 & j5 \\ -0,5 + j4,0 & j5 & 0,5 - j9 \end{bmatrix}.$$

Specifikacija promenljivih pojedinih čvorova, na osnovu kojih se određuje tip čvora, a shodno tome i implicitno i eksplicitno nepoznate:

$$\begin{array}{lll} \text{čvor 1: } \underline{S}_1 = (P_1 + jQ_1) \text{ r.j. ;} & \underline{U}_1 = 1,0 \text{ r.j. } \angle 0^\circ & \text{– balansno-referentni čvor;} \\ \text{čvor 2: } \underline{S}_2 = (1 + j(Q_{G2} - 1)) \text{ r.j. ;} & \underline{U}_2 = 1,0 \text{ r.j. } \angle \theta_2 & \text{– PU čvor;} \\ \text{čvor 3: } \underline{S}_3 = (-4 - j2) \text{ r.j. ;} & \underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3 & \text{– PQ čvor.} \end{array}$$

Jednačine za proračun modula i faznih uglova napona u čvorovima su:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= P_2 - G_{22}U_2^2 - U_2U_1[G_{21} \cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{21} \sin(\theta_2 - \theta_1)] - U_2U_3[G_{23} \cos(\theta_2 - \theta_3) + B_{23} \sin(\theta_2 - \theta_3)] = \\ &= 1 - 0,25 \cdot 1^2 - 1 \cdot 1 \cdot [-0,25 \cos \theta_2 + 2,5 \sin \theta_2] - 1 \cdot U_3 \cdot 5 \sin(\theta_2 - \theta_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta P_3 &= P_3 - G_{33}U_3^2 - U_3U_1[G_{31}\cos(\theta_3 - \theta_1) + B_{31}\sin(\theta_3 - \theta_1)] - U_3U_2[G_{32}\cos(\theta_3 - \theta_2) + B_{32}\sin(\theta_3 - \theta_2)] = \\ &= -4 - 0,5U_3^2 - U_3 \cdot 1 \cdot [-0,5\cos\theta_3 + 4\sin\theta_3] - U_3 \cdot 1 \cdot 5\sin(\theta_3 - \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_3 &= Q_3 + B_{33}U_3^2 - U_3U_1[G_{31}\sin(\theta_3 - \theta_1) - B_{31}\cos(\theta_3 - \theta_1)] - U_3U_2[G_{32}\sin(\theta_3 - \theta_2) - B_{32}\cos(\theta_3 - \theta_2)] = \\ &= -2 - 9U_3^2 - U_3 \cdot 1 \cdot [-0,5\sin\theta_3 - 4\cos\theta_3] + U_3 \cdot 1 \cdot 5\cos(\theta_3 - \theta_2). \end{aligned}$$

Opšte jednačine za proračun tokova aktivnih i reaktivnih snaga po granama su:

$$P_{ij} = U_i^2 G_{ij}^{gr} - U_i U_j [G_{ij}^{gr} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij}^{gr} \sin(\theta_i - \theta_j)];$$

$$Q_{ij} = -U_i^2 B_{ij}^{gr} - U_i^2 \frac{B_{ij}^{ot}}{2} - U_i U_j [G_{ij}^{gr} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij}^{gr} \cos(\theta_i - \theta_j)],$$

dok su odgovarajući izrazi za aktivne i reaktivne snage po granama 1-2, 1-3 i 2-3:

$$P_{12} = U_1^2 G_{12}^{gr} - U_1 U_2 [G_{12}^{gr} \cos(\theta_1 - \theta_2) + B_{12}^{gr} \sin(\theta_1 - \theta_2)] = 1 \cdot 0,25 - 1 \cdot 1 \cdot [0,25 \cos \theta_2 + 2,5 \sin \theta_2];$$

$$P_{21} = U_2^2 G_{12}^{gr} - U_2 U_1 [G_{12}^{gr} \cos(\theta_2 - \theta_1) + B_{12}^{gr} \sin(\theta_2 - \theta_1)] = 1 \cdot 0,25 - 1 \cdot 1 \cdot [0,25 \cos \theta_2 - 2,5 \sin \theta_2];$$

$$Q_{12} = -U_1^2 B_{12}^{gr} - U_1 U_2 [G_{12}^{gr} \sin(\theta_1 - \theta_2) - B_{12}^{gr} \cos(\theta_1 - \theta_2)] = 1 \cdot 2,5 - 1 \cdot 1 \cdot [-0,25 \sin \theta_2 + 2,5 \cos \theta_2];$$

$$Q_{21} = -U_2^2 B_{12}^{gr} - U_2 U_1 [G_{12}^{gr} \sin(\theta_2 - \theta_1) - B_{12}^{gr} \cos(\theta_2 - \theta_1)] = 1 \cdot 2,5 - 1 \cdot 1 \cdot [0,25 \sin \theta_2 + 2,5 \cos \theta_2];$$

$$P_{13} = U_1^2 G_{13}^{gr} - U_1 U_3 [G_{13}^{gr} \cos(\theta_1 - \theta_3) + B_{13}^{gr} \sin(\theta_1 - \theta_3)] = 1 \cdot 0,5 - 1 \cdot U_3 \cdot [0,5 \cos \theta_3 + 4 \sin \theta_3];$$

$$P_{31} = U_3^2 G_{13}^{gr} - U_3 U_1 [G_{13}^{gr} \cos(\theta_3 - \theta_1) + B_{13}^{gr} \sin(\theta_3 - \theta_1)] = U_3^2 \cdot 0,5 - U_3 \cdot 1 \cdot [0,5 \cos \theta_3 - 4 \sin \theta_3];$$

$$Q_{13} = -U_1^2 B_{13}^{gr} - U_1 U_3 [G_{13}^{gr} \sin(\theta_1 - \theta_3) - B_{13}^{gr} \cos(\theta_1 - \theta_3)] = 1 \cdot 4 - 1 \cdot U_3 \cdot [-0,5 \sin \theta_3 + 4 \cos \theta_3];$$

$$Q_{31} = -U_3^2 B_{13}^{gr} - U_3 U_1 [G_{13}^{gr} \sin(\theta_3 - \theta_1) - B_{13}^{gr} \cos(\theta_3 - \theta_1)] = U_3^2 \cdot 2,5 - U_3 \cdot 1 \cdot [0,5 \sin \theta_3 + 4 \cos \theta_3];$$

$$P_{23} = U_2^2 G_{23}^{gr} - U_2 U_3 [G_{23}^{gr} \cos(\theta_2 - \theta_3) + B_{23}^{gr} \sin(\theta_2 - \theta_3)] = -1 \cdot U_3 \cdot 5 \sin(\theta_2 - \theta_3);$$

$$P_{32} = U_3^2 G_{23}^{gr} - U_3 U_2 [G_{23}^{gr} \cos(\theta_3 - \theta_2) + B_{23}^{gr} \sin(\theta_3 - \theta_2)] = -U_3 \cdot 1 \cdot 5 \sin(\theta_3 - \theta_2);$$

$$Q_{23} = -U_2^2 B_{23}^{gr} - U_2 U_3 [G_{23}^{gr} \sin(\theta_2 - \theta_3) - B_{23}^{gr} \cos(\theta_2 - \theta_3)] = 1 \cdot 5 - 1 \cdot U_3 \cdot 5 \cos(\theta_2 - \theta_3);$$

$$Q_{32} = -U_3^2 B_{23}^{gr} - U_3 U_2 [G_{23}^{gr} \sin(\theta_3 - \theta_2) - B_{23}^{gr} \cos(\theta_3 - \theta_2)] = U_3^2 \cdot 5 - U_3 \cdot 1 \cdot 5 \cos(\theta_3 - \theta_2).$$

Redukovana matrica susceptansi B'_r za proračun tokova snaga raspregnutim postupkom je:

$$B'_r = \begin{bmatrix} -7,5 & 5 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}.$$

Nepoznati uglovi fazora napona se dobijaju iz relacije

$$P = -B'_r \theta,$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -7,5 & 5 \\ 5 & -9 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2588 \\ -0,5882 \end{bmatrix}.$$

Aktivna snaga referentnog čvora je

$$P_1 = -P_2 - P_3 - P_4 - P_5 = -1 + 4 = 3 \text{ r.j.}$$

Tokovi aktivnih snaga po granama mreže računaju se preko formule

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}^{gr}} = -(\theta_i - \theta_j) B_{ij}^{gr} ,$$

i iznose

$$P_{12} = 0,647 \text{ r.j. ;}$$

$$P_{13} = 2,353 \text{ r.j. ;}$$

$$P_{23} = 1,647 \text{ r.j.}$$



Zadatak 2.10

Za elektroenergetski sistem na sl. 2.10a, čiji su parametri elemenata

T_1 : $S_{nT} = 100$ MVA; $x_T = 12\%$; $m_T = 220/115$ kV/kV;

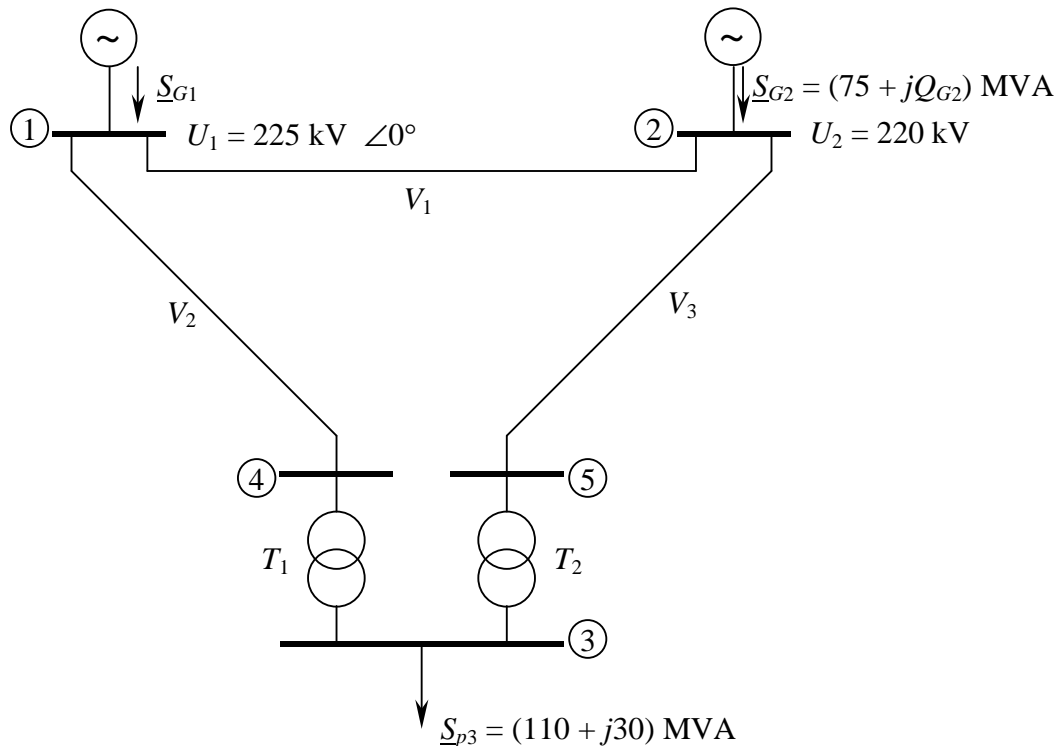
T_2 : $S_{nT} = 150$ MVA; $x_T = 11\%$; $m_T = 231/110$ kV/kV;

V: $x_v = 0,42 \Omega/\text{km}$; $L_{v1} = 100$ km; $L_{v2} = 110$ km; $L_{v3} = 60$ km,

a) Nacrtati ekvivalentnu šemu sa svedenim vrednostima parametara na naponski nivo 110 kV ako se za odgovarajući bazni napon usvoji $U_B = 115$ kV.

b) Napisati jednačine tokova snaga sa zamenjenim numeričkim vrednostima (datim u relativnim jedinicama) ako se, pored napred usvojenog baznog napona, usvoji bazna snaga $S_B = 100$ MVA.

c) Primenom kompletno raspregnutog (DC) modela za proračun tokova snaga, proračunati fazne uglove napona u čvorovima (u rad.), tokove aktivnih snaga po granama i aktivnu snagu referentnog čvora u r.j. i MW.



Sl. 2.10a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.10

Rešenje:

Stvarne vrednosti reaktansi elemenata sistema, svedene na napon 220 kV, su:

$$X_{v1}^{220} = 42 \Omega; X_{v2}^{220} = 46,2 \Omega; X_{v3}^{220} = 25,2 \Omega; X_{T1}^{220} = 58,08 \Omega; X_{T2}^{220} = 39,13 \Omega.$$

Odgovarajuće vrednosti admitansi su:

$$\underline{Y}_{v1}^{220} = -j0,0238 \text{ S}; \underline{Y}_{v2}^{220} = -j0,0216 \text{ S}; \underline{Y}_{v3}^{220} = -j0,0397 \text{ S}; \underline{Y}_{T1}^{220} = -j0,017 \text{ S}; \underline{Y}_{T2}^{220} = -j0,026 \text{ S}.$$

a) Petlja koju čine vodovi 1, 2 i 3, kao i transformatori T_1 i T_2 se, za date odnose transformacije transformatora, ne zaključuje, tj. proizvod prenosnih odnosa svih transformatora u petlji (u određenom smeru) je različit od jedinice i iznosi

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{220}{115} \cdot \frac{110}{231} = 0,91097.$$

Pri formiranju zamenske šeme sa svedenim vrednostima parametara elemenata mreže ova činjenica ne dozvoljava eliminisanje svih idealnih transformatora u šemi. Neophodno je zadržavanje najmanje jednog idealnog transformatora prenosnog odnosa $t:1$ kojim se modeluje postojanje cirkulacione struje u petlji koja se ne zaključuje, gde je

$$t = \frac{1}{m_1 \cdot m_2} = 1,0977.$$

Mesto ovog idealnog transformatora u petlji je proizvoljno. Pridruživanje ovog idealnog transformatora stvarnom transformatoru sa fiksnim prenosnim odnosom omogućava zajedničko modelovanje ovih transformatora modelom regulacionog transformatora gde je t nenominalni odnos transformacije.

Umesto uvođenja jedinstvenog idealnog transformatora kojim ce modeluje postojanje cirkulacione struje, može se odnos transformacije ovog transformatora pridružiti svakom transformatoru u petlji čiji je odnos transformacije različit od baznog odnosa transformacije, gde je bazni odnos transformacije definisan odnosom usvojenih baznih napona delova mreža koje dati transformatori povezuju.

Za usvojene bazne napone $U_{B1} = 220$ kV i $U_{B2} = 115$ kV (odnos baznih napona je određen odnosom transformacije transformatora T_1), je

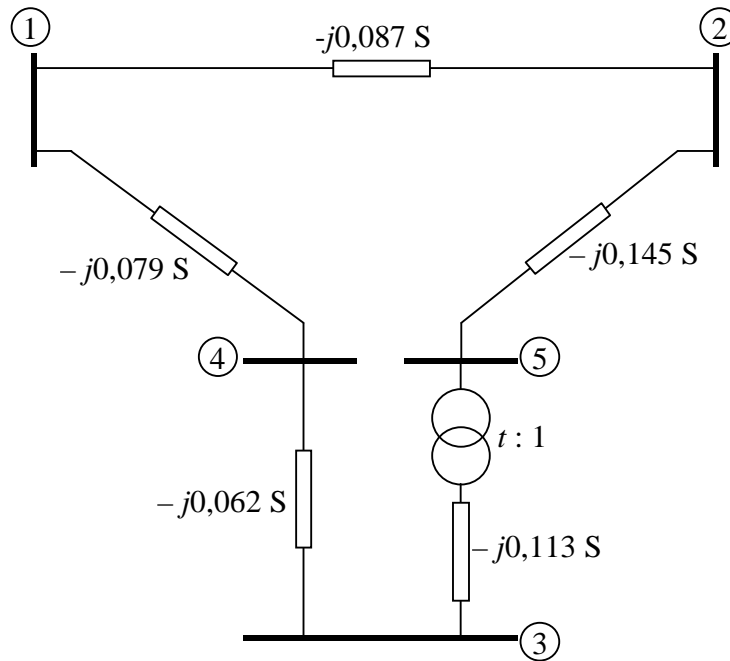
$$m_B = \frac{U_{B1}}{U_{B2}} = \frac{220}{115},$$

odnosno $m_{T1} = m_B$ i $m_{T2} \neq m_B$, pa se transformator T_2 modeluje kao regulacioni transformator, čiji se nenominalni odnos transformacije dobija iz jednakosti

$$m_{T2} = t m_B,$$

gde je $t = 1,0977$.

Ekvivalentna šema sa svedenim vrednostima na naponskom nivou 110 kV (na jedan od mogućih načina) na kojoj je prikazan dati idealni transformator data je na sl. 2.10b.



Sl. 2.10b Ekvivalentna šema sistema sa sl. 2.10a

Zamenjene numeričke vrednosti na sl. 2.10b dobijene su korišćenjem relacija:

$$\underline{Y}_{v1}^{sv} = m_{T1}^2 \underline{Y}_{v1}^{220} = \left(\frac{220}{115}\right)^2 \cdot (-j0,0238) = -j0,087 \text{ S} ;$$

$$\underline{Y}_{v2}^{sv} = m_{T1}^2 \underline{Y}_{v2}^{220} = \left(\frac{220}{115}\right)^2 \cdot (-j0,0216) = -j0,079 \text{ S} ;$$

$$\underline{Y}_{v3}^{sv} = m_{T1}^2 \underline{Y}_{v3}^{220} = \left(\frac{220}{115}\right)^2 \cdot (-j0,0397) = -j0,145 \text{ S} ;$$

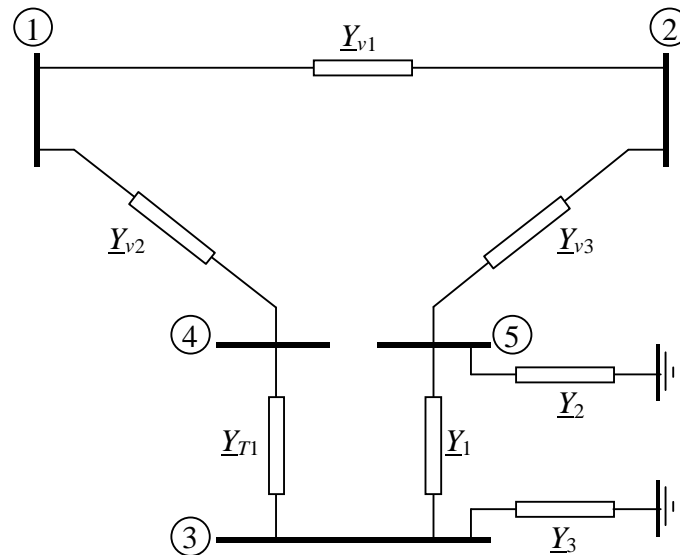
$$\underline{Y}_{T1}^{sv} = m_{T1}^2 \underline{Y}_{T1}^{220} = \left(\frac{220}{115}\right)^2 \cdot (-j0,017) = -j0,062 \text{ S} ;$$

$$\underline{Y}_{T2}^{sv} = m_{T2}^2 \underline{Y}_{T2}^{220} = \left(\frac{231}{110}\right)^2 \cdot (-j0,026) = -j0,113 \text{ S} .$$

Numeričke vrednosti pojedinih parametara u relativnim jedinicama dobijaju se deljenjem svedenih vrednosti sa vrednošću bazne admitanse koja je na ovom naponskom nivou $Y_B = 0,00756 \text{ S}$. One iznose:

$$\underline{Y}_{v1} = -j11,5 \text{ r.j.}; \underline{Y}_{v2} = -j10,45 \text{ r.j.}; \underline{Y}_{v3} = -j19,18 \text{ r.j.}; \underline{Y}_{T1} = -j8,2 \text{ r.j.}; \underline{Y}_{T2} = -j14,94 \text{ r.j.}$$

Ekvivalentna šema sistema sa parametrima u relativnim jedinicama, u kojoj je transformator T_2 prikazan nesimetričnom π -zamenskom šemom, prikazana je na sl. 2.10c.



Sl. 2.10c Ekvivalentna šema sa sl. 2.10b posle eliminacije nenominalnog odnosa transformacije transformatora T_2 u grani 3-5

Elementi zamenske šeme transformatora T_2 sa nenominalnim odnosom transformacije su:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \frac{\underline{Y}_{T2}}{t} = \frac{-j14,94}{1,0977} = -j13,61 \text{ r.j.}; \\ \underline{Y}_2 &= \frac{(1-t)\underline{Y}_{T2}}{t^2} = \frac{(1-1,0977) \cdot (-j14,94)}{1,0977^2} = j1,21 \text{ r.j.}; \\ \underline{Y}_3 &= \frac{(t-1)\underline{Y}_{T2}}{t} = \frac{(1,0977-1) \cdot (-j14,94)}{1,0977} = -j1,33 \text{ r.j.} \end{aligned}$$

b) Matrica $\underline{Y}_{\check{C}V}$ sistema, na osnovu šeme sa sl. 2.10c je:

$$\underline{Y}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} -j21,95 & j11,5 & 0 & j10,45 & 0 \\ j11,5 & -j30,68 & 0 & 0 & j19,18 \\ 0 & 0 & -j23,14 & j8,2 & j13,61 \\ j10,45 & 0 & j8,2 & -j18,65 & 0 \\ 0 & j19,18 & j13,61 & 0 & -j31,58 \end{bmatrix}.$$

Promenljive pridružene pojedinim čvorovima u relativnim jedinicama su:

čvor 1: $\underline{S}_1 = (P_1 + jQ_1)$ r.j.;	$\underline{U}_1 = 1,023$ r.j. $\angle 0^\circ$	– balansno-referentni čvor;
čvor 2: $\underline{S}_2 = (0,75 + jQ_2)$ r.j.;	$\underline{U}_2 = 1,0$ r.j. $\angle \theta_2$	– PU čvor;
čvor 3: $\underline{S}_3 = (-1,1 - j0,3)$ r.j.;	$\underline{U}_3 = U_3 \angle \theta_3$	– PQ čvor;
čvor 4: $\underline{S}_4 = (0 + j0)$ r.j.;	$\underline{U}_4 = U_4 \angle \theta_4$	– PQ čvor;
čvor 5: $\underline{S}_5 = (0 + j0)$ r.j.;	$\underline{U}_5 = U_5 \angle \theta_5$	– PQ čvor.

Jednačine promene injektiranja u čvorovima, sa zamenjenim numeričkim vrednostima su:

$$\begin{aligned}
 \Delta P_1 &= P_1 - 11,76 \sin(\theta_1 - \theta_2) - 10,69 U_4 \sin(\theta_1 - \theta_4) = 0 ; \\
 \Delta Q_1 &= Q_1 - 22,97 + 11,76 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 10,69 U_4 \cos(\theta_1 - \theta_4) = 0 ; \\
 \Delta P_2 &= 0,75 - 11,76 \sin(\theta_2 - \theta_1) - 19,18 U_5 \sin(\theta_2 - \theta_5) = 0 ; \\
 \Delta Q_2 &= Q_2 - 30,68 + 11,76 \cos(\theta_2 - \theta_1) + 19,18 U_5 \cos(\theta_2 - \theta_5) = 0 ; \\
 \Delta P_3 &= -1,1 - 8,2 U_3 U_4 \sin(\theta_3 - \theta_4) - 13,61 U_3 U_5 \sin(\theta_3 - \theta_5) = 0 ; \\
 \Delta Q_3 &= -0,3 - 23,14 U_3^2 + 8,2 U_3 U_4 \cos(\theta_3 - \theta_4) + 13,61 U_3 U_5 \cos(\theta_3 - \theta_5) = 0 ; \\
 \Delta P_4 &= 0 - 10,69 U_4 \sin(\theta_4 - \theta_1) - 8,2 U_4 U_3 \sin(\theta_4 - \theta_3) = 0 ; \\
 \Delta Q_4 &= 0 - 18,65 U_4^2 + 10,69 U_4 \cos(\theta_4 - \theta_1) + 8,2 U_4 U_3 \cos(\theta_4 - \theta_3) = 0 ; \\
 \Delta P_5 &= 0 - 19,18 U_5 \sin(\theta_5 - \theta_2) - 13,61 U_5 U_3 \sin(\theta_5 - \theta_3) = 0 ; \\
 \Delta Q_5 &= 0 - 31,58 U_5^2 + 19,18 U_5 \cos(\theta_5 - \theta_2) + 13,61 U_5 U_3 \cos(\theta_5 - \theta_3) = 0 .
 \end{aligned}$$

c) Matrica susceptansi B'_r za proračune tokova snaga primenom kompletno raspregnutog (DC) modela dobija se iz \underline{Y}_{CV} matrice kada se zanemari idealni transformator odnosa $t : 1$ u grani 3-5 i precrtaju prva vrsta i prva kolona:

$$B'_r = \begin{bmatrix} -30,68 & 0 & 0 & 19,18 \\ 0 & -23,14 & 8,2 & 14,94 \\ 0 & 8,2 & -18,65 & 0 \\ 19,18 & 14,94 & 0 & -34,12 \end{bmatrix} .$$

Nepoznati uglovi fazora napona se dobijaju iz relacije:

$$P = -B'_r \theta \Rightarrow \theta = -[B'_r]^{-1} P ,$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -30,68 & 0 & 0 & 19,18 \\ 0 & -23,14 & 8,2 & 14,94 \\ 0 & 8,2 & -18,65 & 0 \\ 19,18 & 14,94 & 0 & -34,12 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,75 \\ -1,1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0027 \\ -0,0829 \\ -0,0365 \\ -0,0348 \end{bmatrix} .$$

Aktivna snaga referentnog čvora je

$$P_1 = -P_2 - P_3 - P_4 - P_5 = -0,75 + 1,1 - 0 - 0 = 0,35 \text{ r.j.}$$

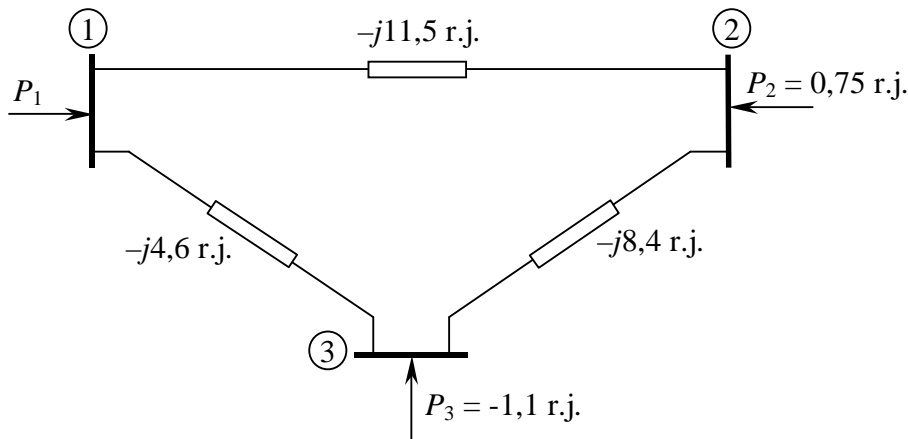
Tokovi aktivnih snaga po granama mreže računaju se pomoću formule

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}^{gr}}$$

i iznose:

$$\begin{aligned} P_{12} &= -0,031 \text{ r.j.} = -3,1 \text{ MW}; \\ P_{14} &= P_{43} = 0,381 \text{ r.j.} = 38,1 \text{ MW}; \\ P_{25} &= P_{53} = 0,719 \text{ r.j.} = 71,9 \text{ MW}. \end{aligned}$$

Do ovih vrednosti tokova snaga može se doći i proračunima na redukovanom sistemu (eliminisanjem prolaznih čvorova 4 i 5). Zamenska šema sistema u tom slučaju prikazana je na sl. 2.10d.



Sl. 2.10d Zamenska šema sistema za DC model proračuna, posle eliminacije čvorova 4 i 5

Odgovarajuća matrica \mathbf{B}'_r za ovaj redukovani sistem je:

$$\mathbf{B}'_r = \begin{bmatrix} -19,9 & 8,4 \\ 8,4 & -13 \end{bmatrix},$$

pa se uglovi fazora napona u čvorovima 2 i 3, θ_2 i θ_3 nalaze iz jednačine

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -19,9 & 8,4 \\ 8,4 & -13 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0,75 \\ -1,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0027 \\ -0,0829 \end{bmatrix},$$

a tokovi snaga po granama mreže:

$$\begin{aligned} P_{12} &= -0,031 \text{ r.j.} = -3,1 \text{ MW}; \\ P_{13} &= 0,381 \text{ r.j.} = 38,1 \text{ MW}; \\ P_{23} &= 0,719 \text{ r.j.} = 71,9 \text{ MW}. \end{aligned}$$

□

Zadatak 2.11

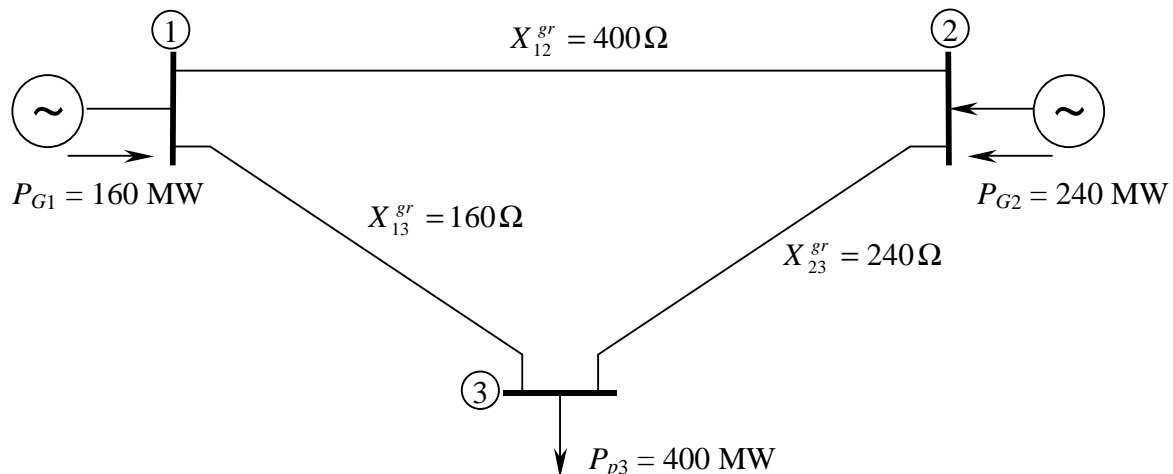
Dat je elektroenergetski sistem prikazan na sl. 2.11a. Primenom kompletno raspregnutog (DC) modela izračunati:

a) Tokove snaga po granama mreže.

b) Veličinu impedanse koju treba umetnutu u granu 1-2, tako da kroz grane 1-2, 2-3 i 1-3 teku snage, čiji je odnos $P_{21}:P_{23}:P_{13} = 1:2,9:3,6$.

c) Naći matricu admitansi nezavisnih čvorova $\underline{Y}_{\check{C}V}$ za konfiguraciju mreže u tač. b.

U proračunu usvojiti bazne vrednosti za proračun relativnih jedinica: $U_B = 220$ kV; $S_B = 100$ MVA, a fazni ugao fazora napona u čvoru 1 usvojiti kao referentni ($\theta_1 = 0^\circ$).



Sl. 2.11a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.11

Rešenje:

a) Proračun admitansi za DC model:

$$Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega ;$$

$$\underline{Z}_{12}^{gr} = jX_{12}^{gr} = j \frac{400}{484} = j0,8265 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Y}_{12}^{gr} = \frac{1}{\underline{Z}_{12}^{gr}} = -j1,21 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Z}_{13}^{gr} = jX_{13}^{gr} = j \frac{160}{484} = j0,3306 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Y}_{13}^{gr} = \frac{1}{\underline{Z}_{13}^{gr}} = -j3,025 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Z}_{23}^{gr} = jX_{23}^{gr} = j \frac{240}{484} = j0,4959 \text{ r.j. ;}$$

$$\underline{Y}_{23}^{gr} = \frac{1}{\underline{Z}_{23}^{gr}} = -j2,017 \text{ r.j.}$$

Jednačina aktivnih injektiranja nezavisnih čvorova mreže je:

$$P = -B'\theta ,$$

gde je:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1,6 \\ 2,4 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} -4,235 & 1,21 & 3,025 \\ 1,21 & -3,227 & 2,017 \\ 3,025 & 2,017 & -5,042 \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 = 0 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}.$$

Razvojem osnovne jednačine nezavisnih čvorova (za $\theta_1 = 0^\circ$) dobijaju se dve linearne jednačine sa nepoznatim uglovima napona čvorova θ_2 i θ_3 :

$$\begin{aligned} 3,227\theta_2 - 2,017\theta_3 &= 2,4 \\ -2,017\theta_2 + 5,042\theta_3 &= -4 \end{aligned}$$

čije je rešenje:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 0,331 \text{ rad}; \\ \theta_3 &= -0,661 \text{ rad}. \end{aligned}$$

Uz $\theta_1 = 0$ rad, tokovi aktivnih snaga po granama su:

$$\begin{aligned} P_{12} &= \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}^{gr}} = -\frac{0,331}{0,8265} = -0,401 \text{ r.j.} \approx -40 \text{ MW}; \\ P_{13} &= \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}^{gr}} = \frac{0,661}{0,3306} = 1,9994 \text{ r.j.} \approx 200 \text{ MW}; \\ P_{23} &= \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}^{gr}} = \frac{0,331 + 0,661}{0,4959} = 2,0004 \text{ r.j.} \approx 200 \text{ MW}. \end{aligned}$$

b) Zahtevani odnos

$$P_{21}:P_{23}:P_{13} = 1:2,9:3,6$$

dobiće se iz sledećih uslova:

$$P_{12} = \frac{-\theta_2}{X_{12}^{gr} + X_{12}^{dod}}; \quad P_{13} = -\frac{\theta_3}{X_{13}^{gr}}; \quad P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}^{gr}}.$$

Po I Kirchhoffovom zakonu je:

$$\begin{aligned} P_2 &= P_{21} + P_{23} = 240 \text{ MW}, & \text{gde je } P_{21}:P_{23} &= 1:2,9; \\ P_1 &= -P_{21} + P_{13} = 160 \text{ MW}, & \text{gde je } P_{21}:P_{13} &= 1:3,6; \\ -P_3 &= P_{13} + P_{23} = 400 \text{ MW}, & \text{gde je } P_{23}:P_{13} &= 2,9:3,6. \end{aligned}$$

Iz gornjeg sistema jednačina dobija se rešenje:

$$\begin{aligned} P_{21} &= 61,54 \text{ MW}; \\ P_{23} &= 178,46 \text{ MW}; \\ P_{13} &= 221,54 \text{ MW}. \end{aligned}$$

Zamenom gornjih vrednosti u izraze za jednačine tokova snaga po granama izraženim u relativnim jedinicama, nalaze se novi uglovi θ_2 i θ_3 :

$$0,4959 P_{23} = \theta_2 - \theta_3 ;$$

$$0,3306 P_{13} = -\theta_3 ,$$

odakle je:

$$\theta_2 = 0,156 \text{ rad} ;$$

$$\theta_3 = -0,7291 \text{ rad} ,$$

pa se iz izraza za P_{21} nalazi veličina dodatne reaktanse X_{12}^{dod} :

$$P_{12} (X_{12}^{gr} + X_{12}^{dod}) = \theta_2 ;$$

$$0,6154 (0,8265 + X_{12}^{dod}) = 0,156 ,$$

odakle je:

$$X_{12}^{dod} = \frac{0,156 - 0,6154 \cdot 0,8265}{0,6154} = -0,573 \text{ r.j.} = -277,3 \Omega .$$

Znači, na red sa X_{12}^{gr} treba dodati kapacitivnu reaktansu $X_{12}^{dod} = -277,3 \Omega$, tako da nova impedansa grane 1-2 iznosi

$$X_{12}^{novo} = X_{12}^{gr} + X_{12}^{dod} = 400 - 277,3 = 122,7 \Omega = 0,2535 \text{ r.j.} ,$$

a nova admitansa grane 1-2 je $B_{12}^{gr} = -3,945 \text{ r.j.}$

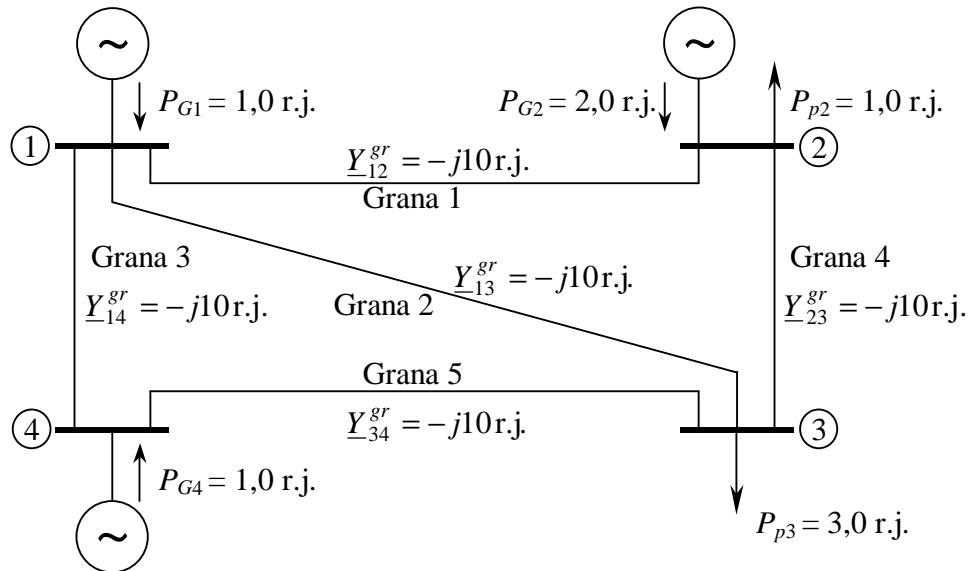
c) Nova matrica susceptansi nezavisnih čvorova je onda:

$$\mathbf{B}'_{nova} = \begin{bmatrix} -6,97 & 3,945 & 3,025 \\ 3,945 & -5,962 & 2,017 \\ 3,025 & 2,017 & -5,042 \end{bmatrix} .$$

□

Zadatak 2.12

Dat je elektroenergetski sistem od četiri čvora i pet grana prikazan na sl. 2.12a.



Sl. 2.12a Šema sistema iz zadatka 2.12 u osnovnoj konfiguraciji

- Napisati jednačine aktivnih injeckiranja i naći tokove snaga po granama za normalno (bazno) stanje, koristeći kompletno raspregnuti (DC) postupak, uz pretpostavku da je $U_3 = 1,0$ r.j.
- Ponoviti zadatak iz tač. a, za slučaj ispada grane 4, koja povezuje čvorove 2 i 3. Proračunati koeficijente osjetljivosti d_l^4 ($l = 1, 2, 3, 5$).
- Ponoviti zadatak iz tač. a, za slučaj ispada generatora priključenog u čvor 4 pod pretpostavkom da se nastali deficit podjednako nadoknađuje povećanjem snaga generatora priključenih u čvorove 1 i 2. Proračunati koeficijente osjetljivosti a_l^4 ($l = 1 - 5$).
- Ponoviti zadatak iz tač. a, za slučaj simultanog ispada generatora iz čvora 4 i grane 2-3.

Rešenje:

a) Bazno stanje

Vektor injeckiranja i redukovani vektor injeckiranja aktivnih snaga su:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} - P_{p2} \\ -P_{p3} \\ P_{G4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ 2 - 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad P_r = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Matrica susceptansi i redukovana matrica susceptansi nezavisnih čvorova su:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B}_{\check{C}V} = \begin{bmatrix} -30 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & -20 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & -30 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & -20 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}'_r = \begin{bmatrix} -20 & 10 & 0 \\ 10 & -30 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix}.$$

Jednačine aktivnih injektiranja za bazno stanje su (čvor 1 je referentni čvor, tj. $\theta_1 = 0$ rad):

$$\begin{aligned} P_1 &= -10 \sin \theta_2 - 10U_3 \sin \theta_3 - 10 \sin \theta_4 = P_{G1}; \\ P_2 &= 10 \sin \theta_2 + 10U_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) = 1,0; \\ P_3 &= 10U_3 \sin \theta_3 + 10U_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) + 10U_3 \sin(\theta_3 - \theta_4) = -3,0; \\ P_4 &= 10 \sin \theta_4 + 10U_3 \sin(\theta_4 - \theta_3) = 1,0. \end{aligned}$$

Jednačina injektiranja aktivnih snaga, prema DC modelu (za $U_3 = 1,0$ r.j.) je:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'\boldsymbol{\theta} = - \begin{bmatrix} -30 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & -20 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & -30 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix},$$

čije je rešenje (uz $\theta_1 = 0$ rad):

$$\boldsymbol{\theta}_r = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'_r^{-1}\mathbf{P}_r = \begin{bmatrix} 20 & -10 & 0 \\ -10 & 30 & -10 \\ 0 & -10 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad P_{G1} = 1,0 \text{ r.j.}$$

Kako je $X_{12}^{gr} = X_{13}^{gr} = X_{14}^{gr} = X_{23}^{gr} = X_{34}^{gr} = 0,1$ r.j., tokovi snaga po granama su:

$$\begin{aligned} P_{v1} = P_{12} &= \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}^{gr}} = \frac{0 - 0}{0,1} = 0 \text{ r.j.}; \\ P_{v2} = P_{13} &= \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}^{gr}} = \frac{0 + 0,1}{0,1} = 1,0 \text{ r.j.}; \\ P_{v3} = P_{14} &= \frac{\theta_1 - \theta_4}{X_{14}^{gr}} = \frac{0 - 0}{0,1} = 0 \text{ r.j.}; \\ P_{v4} = P_{23} &= \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}^{gr}} = \frac{0 + 0,1}{0,1} = 1,0 \text{ r.j.}; \\ P_{v5} = P_{34} &= \frac{\theta_3 - \theta_4}{X_{34}^{gr}} = \frac{-0,1 - 0}{0,1} = -1,0 \text{ r.j.} \end{aligned}$$

b) Stanje posle ispada grane 2-3 (sve veličine su označene sa indeksom grana 'k')

Vektori injektiranja su isti kao u tač. a, dok su matrice \mathbf{B}' i \mathbf{B}'_r ovde:

$$\mathbf{B}'_k = \mathbf{B}_{\check{c}vk} = \begin{bmatrix} -30 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & -10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & -20 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & -20 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}'_{rk} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix}.$$

Jednačine aktivnih injektiranja su sada (za $\theta_1 = 0 \text{ rad}$):

$$P_1 = -10 \sin \theta_{2k} - 10U_3 \sin \theta_{3k} - 10 \sin \theta_{4k} = P_{G1k};$$

$$P_2 = 10 \sin \theta_{2k} = 1,0;$$

$$P_3 = 10U_3 \sin \theta_{3k} + 10U_3 \sin(\theta_{3k} - \theta_{4k}) = -3,0;$$

$$P_4 = 10 \sin \theta_{4k} + 10U_{3k} \sin(\theta_{4k} - \theta_{3k}) = 1,0.$$

Jednačina injektiranja aktivnih snaga, prema DC modelu je

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} P_{G1k} \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'_k \boldsymbol{\theta}_k = - \begin{bmatrix} -30 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & -10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & -20 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix},$$

čije je rešenje

$$\boldsymbol{\theta}_{rk} = \begin{bmatrix} \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'_{rk}^{-1} \mathbf{P}_{rk} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -10 \\ 0 & -10 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ -0,167 \\ -0,033 \end{bmatrix}; \text{ uz } \theta_1 = 0 \text{ rad i } P_{G1k} = 1,0 \text{ r.j.}$$

Tokovi snaga po granama posle ispada grane 2-3 su:

$$P_{v1}^k = P_{12k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{2k}}{X_{12}^{gr}} = \frac{0 - 0,1}{0,1} = -1,0 \text{ r.j.};$$

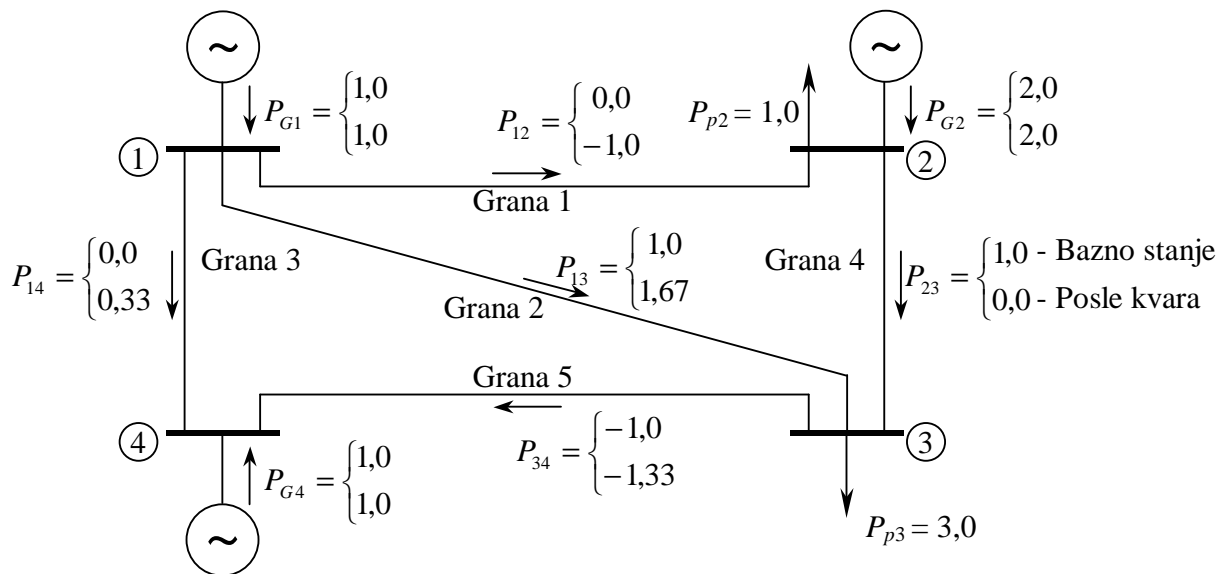
$$P_{v2}^k = P_{13k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{3k}}{X_{13}^{gr}} = \frac{0 + 0,167}{0,1} = 1,67 \text{ r.j.};$$

$$P_{v3}^k = P_{14k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{4k}}{X_{14}^{gr}} = \frac{0 + 0,033}{0,1} = 0,33 \text{ r.j.};$$

$$P_{v4}^k = P_{23k} = 0 \text{ r.j.};$$

$$P_{v5}^k = P_{34k} = \frac{\theta_{3k} - \theta_{4k}}{X_{34}^{gr}} = \frac{-0,167 + 0,033}{0,1} = -1,33 \text{ r.j.}$$

Na sl. 2.12b su ilustrovana rešenja tokova snaga u sistemu sa sl. 2.12a za bazno stanje i stanje posle ispada grane 2-3.



Sl. 2.12b Ilustracija rešenja proračuna tokova snaga za bazno stanje i stanje posle ispada grane 2-3 ($k = 4$)

Koeficijenti osetljivosti su:

$$d_1^4 = \frac{P_{v1}^k - P_{v1}}{P_{v4}} = \frac{-1 - 0}{1} = -1 ;$$

$$d_3^4 = \frac{P_{v3}^k - P_{v3}}{P_{v4}} = \frac{0,33 - 0}{1} = 0,33 ;$$

$$d_2^4 = \frac{P_{v2}^k - P_{v2}}{P_{v4}} = \frac{1,67 - 1}{1} = 0,67 ;$$

$$d_5^4 = \frac{P_{v5}^k - P_{v5}}{P_{v4}} = \frac{-1,33 + 1}{1} = -0,33 .$$

c) Stanje posle ispada generatora u čvoru 4

Vektori injektiranja aktivnih snaga su ovde promenjeni u odnosu na bazno stanje (a), dok su matrice susceptansi iz tač. a nepromenjene:

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} P_{G1k} \\ P_{G2k} - P_{p2} \\ -P_{p3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1k} \\ 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{P}_{rk} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

Jednačine aktivnih injektiranja ovde su:

$$P_{1k} = -10 \sin \theta_{2k} - 10U_3 \sin \theta_{3k} - 10 \sin \theta_{4k} = P_{G1k} ;$$

$$P_{2k} = 10 \sin \theta_{2k} + 10U_3 \sin (\theta_{2k} - \theta_{3k}) = 1,5 ;$$

$$P_{3k} = 10U_3 \sin \theta_{3k} + 10U_3 \sin (\theta_{3k} - \theta_{2k}) + 10U_3 \sin (\theta_{3k} - \theta_{4k}) = -3,0 ;$$

$$P_{4k} = 10 \sin \theta_{4k} + 10U_{3k} \sin (\theta_{4k} - \theta_{3k}) = 0 .$$

Jednačina injektiranja aktivnih snaga, prema DC modelu (za $U_3 = 1,0$ r.j.) je:

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} P_{G1k} \\ 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'\boldsymbol{\theta}_k = - \begin{bmatrix} -30 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & -20 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & -30 & 10 \\ 10 & 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix},$$

čije je rešenje:

$$\boldsymbol{\theta}_{rk} = \begin{bmatrix} \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix} = -\mathbf{B}_r^{-1}\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} 20 & -10 & 0 \\ -10 & 30 & -10 \\ 0 & -10 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0187 \\ -0,1125 \\ -0,0563 \end{bmatrix}; \text{ uz } \theta_1 = 0 \text{ rad i } P_{G1k} = 1,5 \text{ r.j.}$$

tako da su tokovi snaga po granama, posle ispada generatora vezanog na čvor 4:

$$P_{v1}^k = P_{12k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{2k}}{X_{12}^{gr}} = \frac{0 - 0,0187}{0,1} = -0,187 \text{ r.j.};$$

$$P_{v2}^k = P_{13k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{3k}}{X_{13}^{gr}} = \frac{0 + 0,1125}{0,1} = 1,125 \text{ r.j.};$$

$$P_{v3}^k = P_{14k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{4k}}{X_{14}^{gr}} = \frac{0 + 0,0563}{0,1} = 0,563 \text{ r.j.};$$

$$P_{v4}^k = P_{23k} = \frac{\theta_{2k} - \theta_{3k}}{X_{23}^{gr}} = \frac{0,0187 + 0,1125}{0,1} = 1,312 \text{ r.j.};$$

$$P_{v5}^k = P_{34k} = \frac{\theta_{3k} - \theta_{4k}}{X_{34}^{gr}} = \frac{-0,1125 + 0,0563}{0,1} = -0,563 \text{ r.j.}$$

Na sl. 2.12c ilustrovana su rešenja tokova snaga u sistemu sa sl. 2.12a za bazno stanje i stanje posle ispada generatora G_4 .

Koeficijenti osetljivosti su:

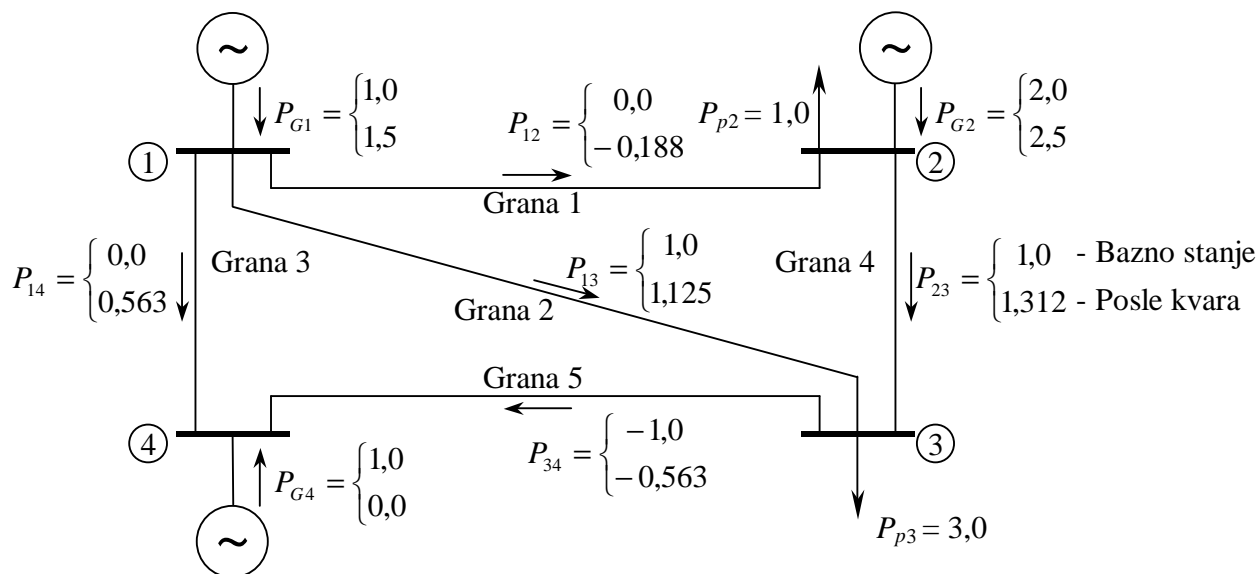
$$a_1^4 = \frac{P_{v1}^k - P_{v1}}{P_{G4}} = \frac{-0,188 - 0}{1} = -0,188;$$

$$a_2^4 = \frac{P_{v2}^k - P_{v2}}{P_{G4}} = \frac{1,125 - 1}{1} = 0,125;$$

$$a_3^4 = \frac{P_{v3}^k - P_{v3}}{P_{G4}} = \frac{0,563 - 0}{1} = 0,563;$$

$$a_4^4 = \frac{P_{v4}^k - P_{v4}}{P_{G4}} = \frac{1,312 - 1}{1} = 0,312;$$

$$a_5^4 = \frac{P_{v5}^k - P_{v5}}{P_{G4}} = \frac{-0,563 + 1}{1} = 0,437.$$



Sl. 2.12c Ilustracija rešenja proračuna tokova snaga za bazno stanje i stanje posle ispada generatora G_4

d) Stanje posle simultanog ispada generatora 4 i grane 2-3

Redukovani vektor injektiranja aktivnih snaga i redukovana matrica susceptansi su:

$$\mathbf{P}_{rk} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}'_{rk} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix}.$$

Jednačina injektiranja aktivnih snaga, prema DC modelu je:

$$\mathbf{P}_{rk} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'_{rk} \boldsymbol{\theta}_{rk} = - \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 10 & -20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix},$$

čije je rešenje

$$\boldsymbol{\theta}_{rk} = \begin{bmatrix} \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{bmatrix} = -\mathbf{B}'_{rk}^{-1} \mathbf{P}_{rk} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -10 \\ 0 & -10 & 20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1,5 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,15 \\ -0,2 \\ -0,1 \end{bmatrix}; \text{uz } \theta_1 = 0 \text{ rad i } P_{G1k} = 1,5 \text{ r.j.}$$

Tokovi snaga po granama posle simultanog ispada generatora G_4 i grane 4 koja povezuje čvorove 2-3 su

$$P_{v1}^k = P_{12k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{2k}}{X_{12}^{gr}} = \frac{0 - 0,15}{0,1} = -1,5 \text{ r.j.};$$

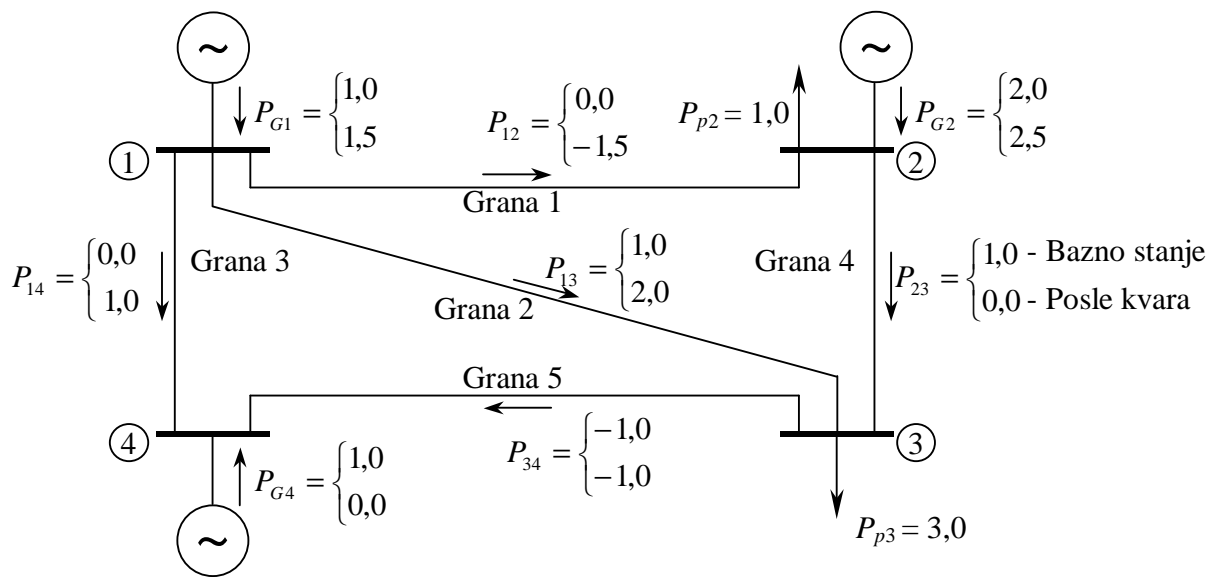
$$P_{v2}^k = P_{13k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{3k}}{X_{13}^{gr}} = \frac{0 + 0,2}{0,1} = 2,0 \text{ r.j.};$$

$$P_{v3}^k = P_{14k} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{4k}}{X_{14}^{gr}} = \frac{0 + 0,1}{0,1} = 1,0 \text{ r.j.};$$

$$P_{v4}^k = P_{23k} = 0 \text{ r.j.};$$

$$P_{v5}^k = P_{34k} = \frac{\theta_{3k} - \theta_{4k}}{X_{34}^{gr}} = \frac{-0,2 + 0,1}{0,1} = -1,0 \text{ r.j.}$$

Na sl. 2.12d ilustrovana su rešenja tokova snaga u sistemu sa sl. 2.12a za bazno stanje i stanje posle simultanog ispada generatora G_4 i grane koja povezuje čvorove 2-3.



Sl. 2.12d Ilustracija rešenja proračuna tokova snaga za bazno stanje i stanje posle simultanog ispada G_4 i grane koja povezuje čvorove 2-3

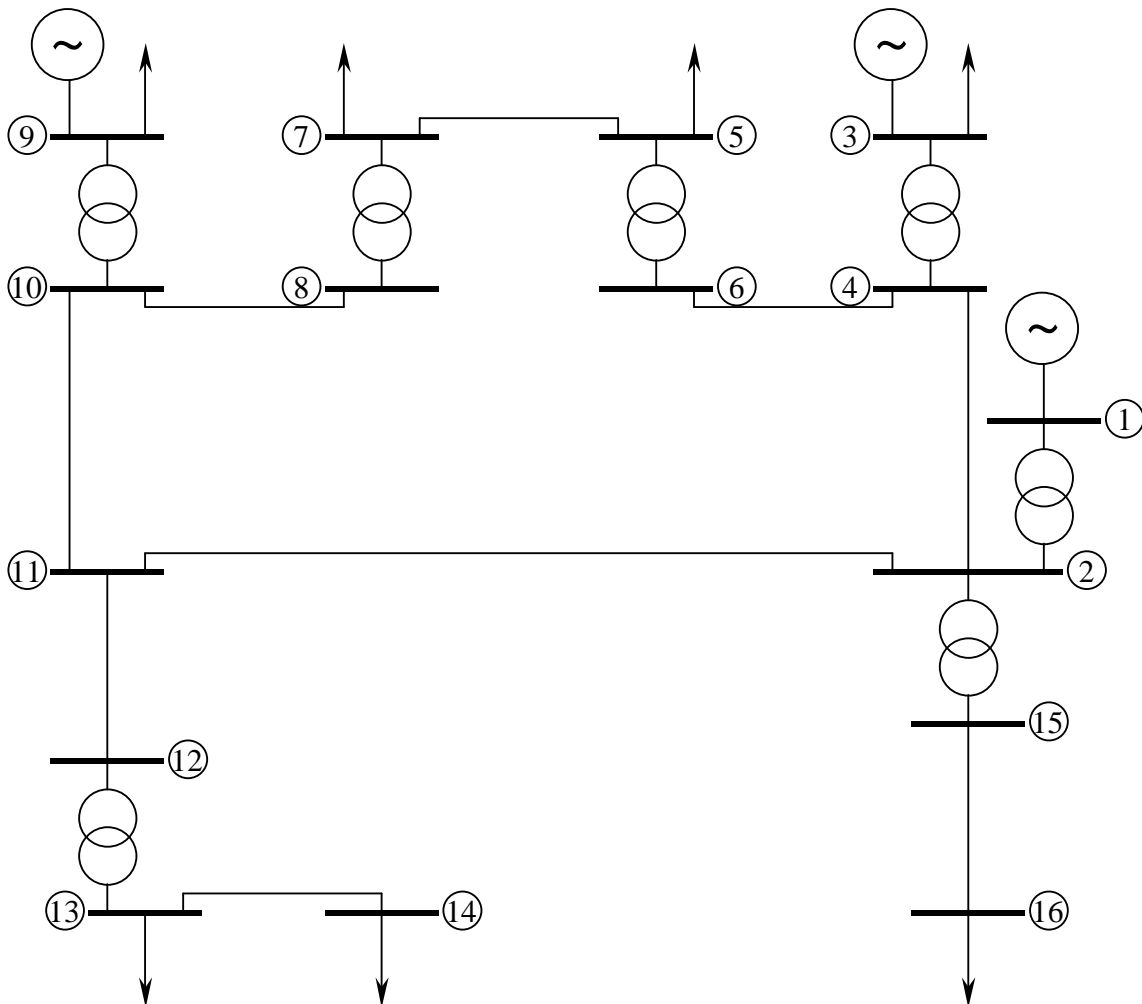


Zadatak 2.13

Za elektroenergetski sistem, šematski prikazan na sl. 2.13a, za koji su osnovni podaci o snagama generisanja i potrošnje u pojedinim čvorovima, podaci o specificiranim naponima, kao i podaci za pojedine vodove i transformatore, izraženi u relativnim jedinicama, dati u odgovarajućim tabelama, odrediti napone pojedinih čvorova, snage generatora, kao i tokove snaga po pojedinim vodovima, korišćenjem:

- Gauss-Seidelovog iterativnog postupka;
- Newton-Raphsonovog iterativnog postupka;
- Stottovog raspregnutog postupka.

Uporediti primenjene postupke za proračun tokova snaga.



Sl. 2.13a Elektroenergetski sistem iz zadatka 2.13

Podaci o čvorovima sistema dati su u tab. 2.13a, podaci o vodovima sistema dati su u tab. 2.13b, dok su podaci o transformatorima prikazani u tab. 2.13c, gde α predstavlja recipročnu vrednost nenominalnog odnosa transformacije t odgovarajućeg transformatora.

Tab. 2.13a Podaci o čvorovima sistema iz zadatka 2.13

čvor	U [r.j.]	P_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	1,00	-	0,00	0,00
2	-	-	0,00	0,00
3	1,05	1,10	0,10	0,55
4	-	-	0,00	0,00
5	-	-	0,75	0,15
6	-	-	0,00	0,00
7	-	-	0,90	0,20
8	-	-	0,00	0,00
9	1,05	2,20	0,15	0,40
10	-	-	0,00	0,00
11	-	-	0,00	0,00
12	-	-	0,00	0,00
13	-	-	0,50	0,02
14	-	-	0,35	0,03
15	-	-	0,00	0,00
16	-	-	1,50	0,20

Tab. 2.13b Podaci o vodovima sistema iz zadatka 2.13

Čvor i	Čvor j	R_v [r.j.]	X_v [r.j.]	B^{ot} [r.j.]
4	6	0,006650	0,035190	0,074580
8	10	0,006650	0,035190	0,074580
10	11	0,009980	0,052790	0,111900
2	4	0,016640	0,087980	0,186440
2	11	0,016640	0,087980	0,186440
5	7	0,008302	0,045550	0,008129
15	16	0,027680	0,151800	0,027100
11	12	0,006650	0,035190	0,074580
13	14	0,052100	0,177300	0,003707

Tab. 2.13c Podaci o transformatorima sistema iz zadatka 2.13

Čvor i	Čvor j	R_T [r.j.]	X_T [r.j.]	α
1	2	0,003500	0,035000	1,000
15	2	0,002722	0,032670	1,000
12	13	0,002083	0,041670	1,025
3	4	0,0038460	0,038460	1,000
5	6	0,001667	0,041670	1,000
7	8	0,001667	0,041670	1,000
9	10	0,001200	0,024000	1,000

Rešenje:

Proračunati rezultati napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje prikazani su u tab. 2.13d. Tokovi snaga po vodovima i kroz transformatore sistema dati su u tabelama 2.13e i 2.13f, respektivno.

Tab. 2.13d Proračunate vrednosti napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje

Čvor	U [r.j.]	θ [°]	P_G [r.j.]	Q_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	1,0000	0	1,0995	0,0320	0	0
2	0,9958	-2,2084	0	0	0	0
3	1,0500	1,1695	1,1000	0,9612	0,1000	0,5500
4	1,0319	-0,7810	0	0	0	0
5	1,0150	-3,3868	0	0	0,7500	0,1500
6	1,0229	-1,9439	0	0	0	0
7	1,0154	-3,0868	0	0	0,9000	0,2000
8	1,0255	-0,7727	0	0	0	0
9	1,0500	3,6448	2,2000	0,4590	0,1500	0,0400
10	1,0391	1,0867	0	0	0	0
11	1,0204	-1,7172	0	0	0	0
12	1,0123	-3,3703	0	0	0	0
13	1,0326	-5,2714	0	0	0,5000	0,0200
14	1,0078	-8,6094	0	0	0,3500	0,0300
15	0,9677	-5,1876	0	0	0	0
16	0,8485	-20,9046	0	0	1,5000	0,2000

Tab. 2.13e Tokovi snaga po vodovima sistema iz zadatka 2.13

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
4	6	0,6371	0,1105	0,6466
6	4	-0,6344	-0,1751	0,6581
8	10	-1,0181	-0,2275	1,0432
10	8	1,0249	0,1839	1,0413
10	11	1,0203	0,1397	1,0299
11	10	-1,0103	-0,2056	1,0310
2	4	-0,3548	-0,4303	0,5577
4	2	0,3589	0,2599	0,4431
2	11	-0,1464	-0,3427	0,3727
11	2	0,1478	0,1607	0,2183
5	7	-0,1163	0,0078	0,1166
7	5	0,1164	-0,0156	0,1174
15	16	1,5879	0,6595	1,7194
16	15	-1,5000	-0,2000	1,5133
11	12	0,8626	0,0449	0,8637
12	11	-0,8578	-0,0965	0,8632
13	14	0,3563	0,0477	0,3595
14	13	-0,3500	-0,0300	0,3513

Tab. 2.13f Tokovi snaga kroz transformatore iz zadatka 2.13

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
1	2	1,0995	0,0320	1,1000
2	1	-1,0953	0,0104	1,0953
15	2	-1,5879	-0,6595	1,7194
2	15	1,5965	0,7627	1,7693
12	13	0,8578	0,0965	0,8632
13	12	-0,8563	-0,0677	0,8590
3	4	1,0000	0,4112	1,0813
4	3	-0,9959	-0,3704	1,0626
5	6	-0,6337	-0,1578	0,6531
6	5	0,6344	0,1751	0,6581
7	8	-1,0164	-0,1844	1,0330
8	7	1,0181	0,2275	1,0432
9	10	2,0500	0,4190	2,0924
10	9	-2,0452	-0,3236	2,0707

Potreban broj iteracija za dostizanje rešenja sa tačnošću 10^{-6} korišćenjem Newton-Raphsonovog postupka je 5, korišćenjem Stottovog raspregnutog postupka 12 iteracija za proračune uglova i aktivnih snaga i 11 za proračune modula napona i reaktivnih snaga, dok je korišćenjem Gauss-Seidelovog postupka broj iteracija bio 198. Treba napomenuti da su krajnji rezultati proračuna svim ovim metodama identični.

□

Zadatak 2.14

a) Za elektroenergetski sistem iz zadatka 2.13 izvršiti proračun tokova snaga za slučaj postojanja ograničenja proizvodnje reaktivne snage generatora vezanih na čvorove 3 i 9: $Q_{Gmin} \leq Q_G \leq Q_{Gmax}$. Te granične reaktivne snage date su u sledećoj tabeli:

Tab. 2.14a Ograničenja proizvodnje reaktivne snage generatora

Čvor i	Q_{Gmin}	Q_{Gmax}
3	-0,4	0,8
9	-1	1,4

b) Za elektroenergetski sistem iz zadatka 2.13 odrediti potrebnu snagu kompenzatora kojeg je potrebno vezati za čvor 16, da bi se napon tog čvora podigao na 1,00 r.j.

Rešenje:

a) Pri postojanju ograničenja u proizvodnji reaktivnih snaga generatora potrebno je u svakoj iteraciji izvršiti proračun snaga injektiranja, odnosno snaga generisanja reaktivnih snaga svih PU-čvorova i proveriti narušenosti ograničenja. U slučaju da je neka granica narušena, vrši se promena tipa odgovarajućeg PU-čvora u PQ-čvor, pri čemu se za reaktivnu snagu injektiranja usvaja dostignuto (aktivno) ograničenje. U narednim iteracijama vrši se provera oslobađanja granica, odnosno vraćanja PQ tipa čvora na originalni PU-čvor. Proračuni tokova snaga, uz usvojena gornja ograničenja, daju rezultate sredene u narednim tabelama.

Proračunate vrednosti napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje prikazani su u tab. 2.14b, dok su odgovarajući tokovi snaga po vodovima i kroz transformatore dati su u tabelama 2.14c i 2.14d, respektivno.

Tab. 2.14b Vrednosti napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje iz zadatka 2.14a

Čvor	U [r.j.]	θ [°]	P_G [r.j.]	Q_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	1,0000	0	1,1001	0,1324	0	0
2	0,9922	-2,1971	0	0	0	0
3	1,0318	1,3906	1,1000	0,8000	0,1000	0,5500
4	1,0194	-0,6525	0	0	0	0
5	1,0065	-3,3446	0	0	0,7500	0,1500
6	1,0122	-1,8652	0	0	0	0
7	1,0094	-3,0702	0	0	0,9000	0,2000
8	1,0218	-0,7429	0	0	0	0
9	1,0500	3,6604	2,2000	0,5324	0,1500	0,0400
10	1,0374	1,1028	0	0	0	0
11	1,0179	-1,7085	0	0	0	0
12	1,0098	-3,3695	0	0	0	0
13	1,0300	-5,2800	0	0	0,5000	0,0200
14	1,0051	-8,6350	0	0	0,3500	0,0300
15	0,9638	-5,1999	0	0	0	0
16	0,8436	-21,0761	0	0	1,5000	0,2000

Tab. 2.14c Tokovi snaga po vodovima sistema iz zadatka 2.14a

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
4	6	0,6387	0,0570	0,6412
6	4	-0,6360	-0,1199	0,6472
8	10	-1,0166	-0,2840	1,0555
10	8	1,0235	0,2418	1,0517
10	11	1,0216	0,1538	1,0331
11	10	-1,0115	-0,2186	1,0349
2	4	-0,3544	-0,3271	0,4823
4	2	0,3575	0,1546	0,3895
2	11	-0,1474	-0,3533	0,3828
11	2	0,1489	0,1730	0,2282
5	7	-0,1147	-0,0472	0,1240
7	5	0,1148	0,0396	0,1214
15	16	1,5889	0,6654	1,7226
16	15	-1,5000	-0,2000	1,5133
11	12	0,8626	0,0456	0,8638
12	11	-0,8578	-0,0968	0,8632
13	14	0,3564	0,0478	0,3595
14	13	-0,3500	-0,0300	0,3513

Tab. 2.14d Tokovi snaga kroz transformatore iz zadatka 2.14a

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
1	2	1,1001	0,1324	1,1081
2	1	-1,0958	-0,0894	1,0995
15	2	-1,5889	-0,6654	1,7226
2	15	1,5976	0,7698	1,7734
12	13	0,8578	0,0968	0,8632
13	12	-0,8564	-0,0678	0,8590
3	4	1,0000	0,2500	1,0308
4	3	-0,9962	-0,2116	1,0184
5	6	-0,6353	-0,1028	0,6436
6	5	0,6360	0,1199	0,6472
7	8	-1,0148	-0,2396	1,0427
8	7	1,0166	0,2840	1,0555
9	10	2,0500	0,4924	2,1083
10	9	-2,0452	-0,3957	2,0831

Rešenje tokova snaga sa zadovoljavajućom tačnošću kao u prethodnom zadatku postiže se nakon 5 iteracija Newton-Raphsonovog postupka. Broj iteracija pri korišćenju Stottovog raspregnutog postupka je 14 za proračune uglova i aktivnih snaga i 13 za proračune modula napona i reaktivnih snaga, dok je korišćenjem Gauss-Seidelovog postupka potrebno čak 197 iteracija. Konačni rezultati pokazuju da je reaktivna proizvodnja čvora tri jednaka svojoj gornjoj granici, pa je ovaj čvor preveden u PQ-čvor, te mu je i napon niži od specificiranog i iznosi $U_3 = 1,0318$ r.j., dok se proizvodnja reaktivne snage generatora u čvoru 9 nalazi u dozvoljenim granicama i iznosi $Q_{G3} = 0,5323$ r.j. Ovo ograničavanje proizvodnje reaktivne snage u čvoru 3 snižava napone u svim PQ čvorovima, što se posebno negativno odražava na naponu čvora 16 koji i ovako izlazi iz granica dozvoljenog odstupanja napona.

b) Potrebnu snagu kompenzatora u čvoru 16 je najlakše odrediti promenom unapred specificiranih veličina vezanih za taj čvor. Fiksiranjem napona na željenu vrednost od 1,00 r.j., uz zadržavanje odgovarajuće potrošnje u tom čvoru, ovom čvoru se može pridružiti nulto generisanje aktivne snage i željeno nepoznato generisanje reaktivne snage. Time ovaj čvor menja tip i postaje PU-čvor, dok se nepoznata snaga kompenzatora javlja kao eksplicitno nepoznata promenljiva.

Rezultati proračuna daju napone čvorova i snage generisanja i potrošnje čvorova sistema prikazane u tab. 2.14e.

Tab. 2.14e Naponi čvorova i snage generisanja i potrošnje iz zadatka 2.14b

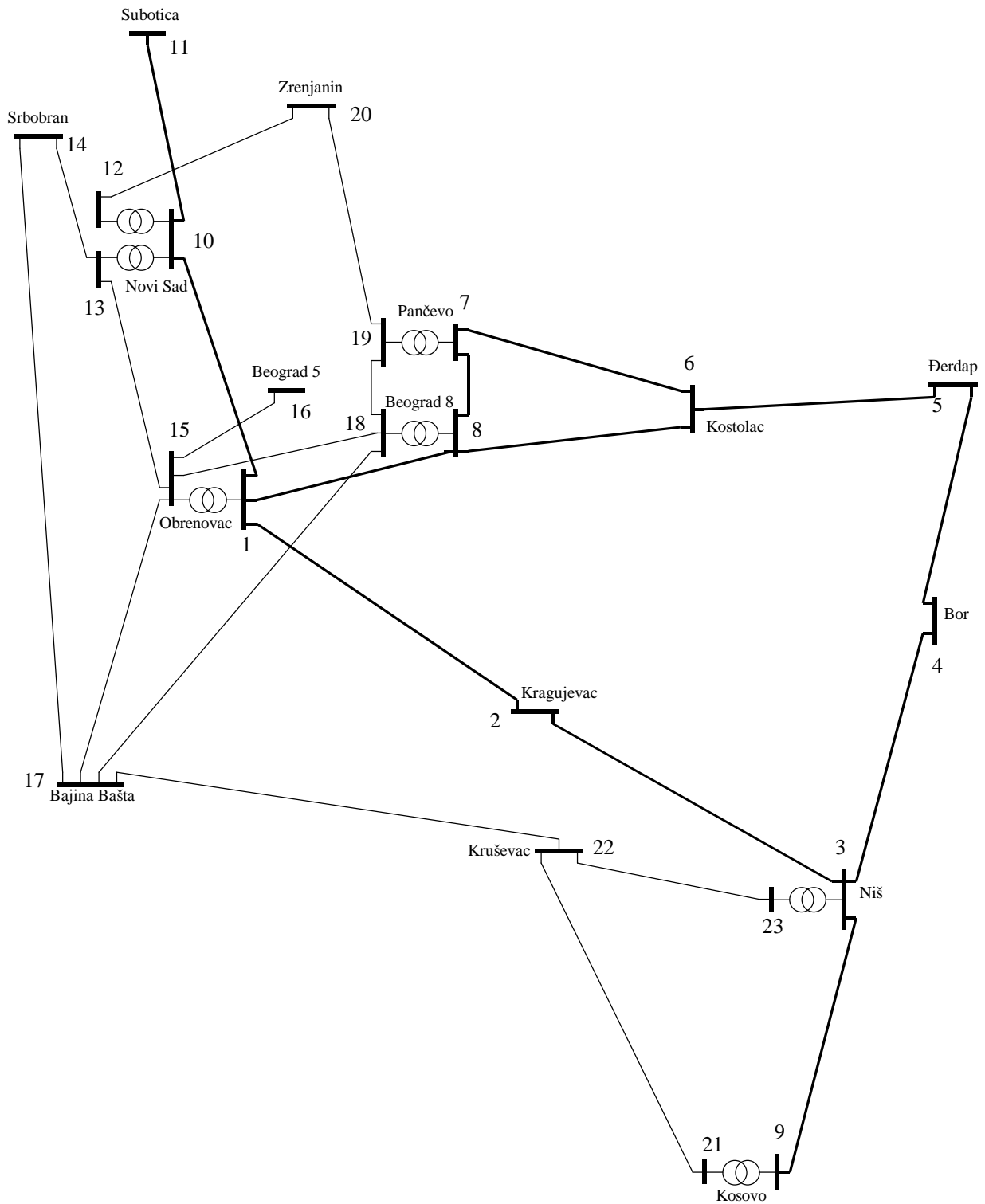
	U [r.j.]	θ [°]	P_G [r.j.]	Q_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	1,0000	0	1,0738	-0,4533	0	0
2	1,0129	-2,2162	0	0	0	0
3	1,0474	1,3111	1,1000	0,8000	0,1000	0,5500
4	1,0352	-0,6707	0	0	0	0
5	1,0182	-3,2589	0	0	0,7500	0,1500
6	1,0261	-1,8252	0	0	0	0
7	1,0184	-2,9594	0	0	0,9000	0,2000
8	1,0283	-0,6582	0	0	0	0
9	1,0500	3,7515	2,2000	0,3439	0,1500	0,0400
10	1,0417	1,1926	0	0	0	0
11	1,0286	-1,6404	0	0	0	0
12	1,0206	-3,2672	0	0	0	0
13	1,0412	-5,1369	0	0	0,5000	0,0200
14	1,0166	-8,4185	0	0	0,3500	0,0300
15	1,0090	-5,0949	0	0	0	0
16	1,0000	-18,7886	0	0,5895	1,5000	0,2000

Iz date tabele se vidi da je za podizanje napona u čvoru 16 na vrednost od 1,00 r.j. neophodno u taj čvor injektirati reaktivnu snagu od $Q_C = 0,5895$ r.j., što je ekvivalentno vezivanju kondenzatorske baterije reaktanse $X_C = 1,6964$ r.j., odnosno snage oko 59 MVA_r (za $S_B = 100$ MVA).

□

Zadatak 2.15

Uprošćeni elektroenergetski sistem 400 kV i 220 kV EPS-a šematski je prikazan na sl. 2.15a.



Sl. 2.15a Šematski prikaz uprošćenog elektroenergetskog sistema 400 kV i 220 kV EPS-a

Ovim sistemom su obuhvaćeni svi 400 kV čvorovi (ukupno 11) i 12 čvorova 220 kV realnog sistema EPS-a, dok su svi čvorovi nižih naponskih nivoa zanemareni, kao i svi spojni vodovi sa susednim elektroenergetskim sistemima. Snage generisanja u čvorovima razmatrane mreže odgovaraju generisanjima ekvivalentnih generatora, formiranih na osnovu podataka svih generatora vezanih u tim čvorovima, kao i generatora priključenih na čvorove odgovarajućeg dela niženaponske mreže, čime su u razmatranje uzeti svi generatori sistema EPS-a. Snage potrošnje u čvorovima niženaponske mreže pridružene su snagama potrošnje čvorova razmatranog dela sistema. Veze sistema sa susednim sistemima su modelovane konstantnim aktivnim i reaktivnim injektiranjima u graničnim čvorovima sistema EPS-a. Svi podaci o snagama generisanja i potrošnje u pojedinim čvorovima razmatranog uprošćenog sistema, proračunati na osnovu realnog stanja na dan 18.03.1997. god. u 16 časova, kao i odgovarajući podaci o specificiranim naponima, dati su u tab. 2.15a.

Tab. 2.15a Podaci o čvorovima sistema iz zadatka 2.15

Broj čvora	Naziv čvora	U [r.j.]	P_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	Obrenovac 400	1,0075	-	0,000	0,000
2	Kragujevac	-	-	1,080	0,100
3	Niš 400	-	-	0,468	0,290
4	Bor	-	-	1,377	0,500
5	Đerdap	1,05	6,75	1,000	0,300
6	Kostolac	1,005	3,49	2,398	0,980
7	Pančevo 400	-	-	0,240	0,070
8	Beograd 8 (400)	-	-	0,000	0,000
9	Kosovo 400	-	-	1,080	0,120
10	Novi Sad 400	-	-	0,910	0,310
11	Subotica	-	-	1,825	0,565
12	Novi Sad 220A	-	-	0,783	0,277
13	Novi Sad 220B	-	-	1,242	0,490
14	Srbobran	-	-	2,400	0,766
15	Obrenovac 220	0,975	5,53	2,735	1,210
16	Beograd 5	-	-	5,586	1,430
17	Bajina Bašta	0,97	11,11	4,760	1,570
18	Beograd 8 (220)	-	-	5,400	3,320
19	Pančevo 220	-	-	1,670	0,650
20	Zrenjanin	-	-	1,305	0,470
21	Kosovo 220	0,975	4,36	4,330	1,690
22	Kruševac	-	-	2,140	0,905
23	Niš 220	-	-	0,000	0,000

Podaci za vodove i transformatore, izraženi u relativnim jedinicama za baznu snagu $S_B = 100$ MVA i bazni napon $U_B = 400$ kV, dati u tab. 2.15b i tab. 2.15c, respektivno, u velikoj meri, koju dozvoljava predloženo uprošćenje realnog sistema EPS-a, predstavljaju realne parametre postojećih elemenata sistema.

Tab. 2.15b Podaci o vodovima uprošćenog sistema EPS-a

Čvor i	Čvor j	R_v [r.j.]	X_v [r.j.]	B^{ot} [r.j.]
400 kV				
4	5	0,00153	0,01760	0,44710
5	6	0,00283	0,03282	0,83060
6	7	0,00090	0,01054	0,26050
6	8	0,00159	0,01824	0,46820
7	8	0,00043	0,00490	0,11870
1	8	0,00089	0,01038	0,26250
2	3	0,00286	0,02847	0,73780
1	2	0,00187	0,02150	0,54480
3	9	0,00233	0,02585	0,66990
3	4	0,00181	0,02106	0,53280
1	10	0,00084	0,00961	0,97260
10	11	0,00153	0,01704	0,43360
220 kV				
13	14	0,00485	0,02618	0,05010
13	15	0,01399	0,07544	0,13010
12	20	0,00513	0,03461	0,06640
19	20	0,01100	0,06049	0,10460
18	19	0,00398	0,02842	0,05100
15	18	0,00549	0,03105	0,07570
15	17	0,00808	0,04413	0,29960
14	17	0,03121	0,16963	0,28880
17	18	0,02174	0,11872	0,20150
15	16	0,00079	0,00496	0,17120
17	22	0,01744	0,10157	0,31630
22	23	0,01087	0,05809	0,09930
21	22	0,01687	0,09143	0,15530

Tab. 2.15c Podaci o transformatorima uprošćenog sistema EPS-a

Čvor i	Čvor j	R_T [r.j.]	X_T [r.j.]	α
10	12	0,00034	0,02970	1,0
10	13	0,00034	0,02970	1,0
7	19	0,00046	0,03100	1,0
8	18	0,00023	0,01550	1,0
1	15	0,00017	0,01481	1,0
9	21	0,00018	0,01485	1,0
3	23	0,00076	0,04200	1,0

Odrediti napone pojedinih čvorova, snage generatora, kao i tokove snaga po pojedinim vodovima i transformatorima za dato stacionarno stanje sistema.

Rešenje:

Rešenja su dobijena posle četiri iteracije Newton-Raphsonovog iterativnog postupka. Proračunati rezultati napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje prikazani su u tab. 2.15d.

Tab. 2.15d Proračunate vrednosti napona čvorova i snaga generisanja i potrošnje

Čvor	Naziv čvora	U [r.j.]	θ [°]	P_G [r.j.]	Q_G [r.j.]	P_p [r.j.]	Q_p [r.j.]
1	Obrenovac 400	1,0075	0	11,8644	4,6760	0	0
2	Kragujevac	1,0154	-1,5416	0	0	1,0800	0,1000
3	Niš 400	1,0132	-1,7801	0	0	0,4680	0,2900
4	Bor	1,0310	0,5790	0	0	1,3770	0,5000
5	Đerdap	1,0500	3,7661	6,7500	1,8351	1,0000	0,3000
6	Kostolac	1,0050	-0,0439	3,4900	1,0261	2,3980	0,9800
7	Pančevo 400	0,9906	-1,2696	0	0	0,2400	0,0700
8	Beograd 8 (400)	0,9900	-1,2377	0	0	0	0
9	Kosovo 400	0,9897	-3,5214	0	0	1,0800	0,1200
10	Novi Sad 400	0,9824	-3,1688	0	0	0,9100	0,3100
11	Subotica	0,9727	-5,0008	0	0	1,8250	0,5650
12	Novi Sad 220A	0,9618	-5,8309	0	0	0,7830	0,2770
13	Novi Sad 220B	0,9483	-6,1291	0	0	1,2420	0,4900
14	Srbobran	0,9213	-8,0584	0	0	2,4000	0,7660
15	Obrenovac 220	0,9750	-2,1597	5,5300	1,9126	2,7350	1,2100
16	Beograd 5	0,9631	-3,7854	0	0	5,5860	1,4300
17	Bajina Bašta	0,9700	4,6735	11,1100	0,9510	4,7600	1,5700
18	Beograd 8 (220)	0,9482	-4,3220	0	0	5,4000	3,3200
19	Pančevo 220	0,9562	-4,9500	0	0	1,6700	0,6500
20	Zrenjanin	0,9452	-7,2429	0	0	1,3050	0,4700
21	Kosovo 220	0,9750	-3,6592	4,3600	0,9046	4,3300	1,6900
22	Kruševac	0,9482	-4,5186	0	0	2,1400	0,9050
23	Niš 220	0,9890	-3,0322	0	0	0	0

Na osnovu tih vrednosti proračunate su vrednosti tokova aktivnih, reaktivnih i prividnih snaga po vodovima i transformatorima sistema, prikazani u tabelama 2.15e i 2.15f, respektivno.

Ovi rezultati proračuna tokova snaga biće korišćeni kao početno radno stanje za proračune kratkih spojeva i stabilnosti datog uprošćenog elektroenergetskog sistema EPS-a, u trećoj i četvrtoj glavi ove zbirke.

Tab. 2.15e Tokovi snaga po vodovima sistema

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
4	5	-3,4818	-0,9512	3,6094
5	4	3,5000	0,6763	3,5647
5	6	2,2500	0,8588	2,4083
6	5	-2,2326	-1,5339	2,7087
6	7	2,1240	1,0817	2,3836

7	6	-2,1187	-1,2786	2,4746
6	8	1,2005	0,4983	1,2998
8	6	-1,1974	-0,9284	1,5151
7	8	-0,0995	0,0758	0,1251
8	7	0,0995	-0,1920	0,2163
1	8	2,2071	1,4004	2,6139
8	1	-2,2007	-1,5884	2,7141
2	3	0,1568	-0,3170	0,3536
3	2	-0,1567	-0,4413	0,4683
1	2	1,2400	-0,7373	1,4426
2	1	-1,2368	0,2170	1,2557
3	9	1,2532	0,4821	1,3427
9	3	-1,2481	-1,0973	1,6619
3	4	-2,0964	-0,9095	2,2851
4	3	2,1048	0,4512	2,1526
1	10	5,8922	1,7838	6,1563
10	1	-5,8592	-2,3689	6,3200
10	11	1,8306	0,2130	1,8429
11	10	-1,8250	-0,5650	1,9105
13	14	1,2647	0,7393	1,4649
14	13	-1,2529	-0,7197	1,4449
13	15	-0,8751	-0,2024	0,8982
15	13	0,8873	0,1480	0,8996
12	20	0,7016	0,3364	0,7781
20	12	-0,6982	-0,3733	0,7917
19	20	0,6114	0,0273	0,6120
20	19	-0,6068	-0,0967	0,6145
18	19	0,3064	-0,3317	0,4516
19	18	-0,3056	0,2914	0,4223
15	18	1,2374	0,6087	1,3790
18	15	-1,2261	-0,6152	1,3718
15	17	-2,4206	0,5635	2,4853
17	15	2,4746	-0,5517	2,5354
14	17	-1,1471	-0,0463	1,1480
17	14	1,1957	0,0520	1,1968
17	18	1,2205	-0,0447	1,2213
18	17	-1,1860	0,0476	1,1870
15	16	5,6141	1,4459	5,7973
16	15	-5,5860	-1,4300	5,7661
17	22	1,4592	-0,0746	1,4611
22	17	-1,4197	0,0140	1,4197
22	23	-0,5242	-0,6083	0,8030
23	22	0,5314	0,5534	0,7672
21	22	0,1979	0,1770	0,2655
22	21	-0,1961	-0,3108	0,3675

Tab. 2.15f Tokovi snaga kroz transformatore

Čvor i	Čvor j	P_{ij} [r.j.]	Q_{ij} [r.j.]	S_{ij} [r.j.]
10	12	1,4856	0,6962	1,6407
12	10	-1,4846	-0,6134	1,6064
10	13	1,6330	1,1497	1,9971
13	10	-1,6316	-1,0270	1,9279
7	19	1,9782	1,1329	2,2796
19	7	-1,9758	-0,9687	2,2005
8	18	3,2986	2,7088	4,2683
18	8	-3,2943	-2,4207	4,0881
1	15	2,5251	2,2291	3,3682
15	1	-2,5232	-2,0635	3,2596
9	21	0,1681	0,9773	0,9916
21	9	-0,1679	-0,9624	0,9769
3	23	0,5318	0,5786	0,7859
23	3	-0,5314	-0,5534	0,7672

□